وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة بغداد
كلية الهندسة

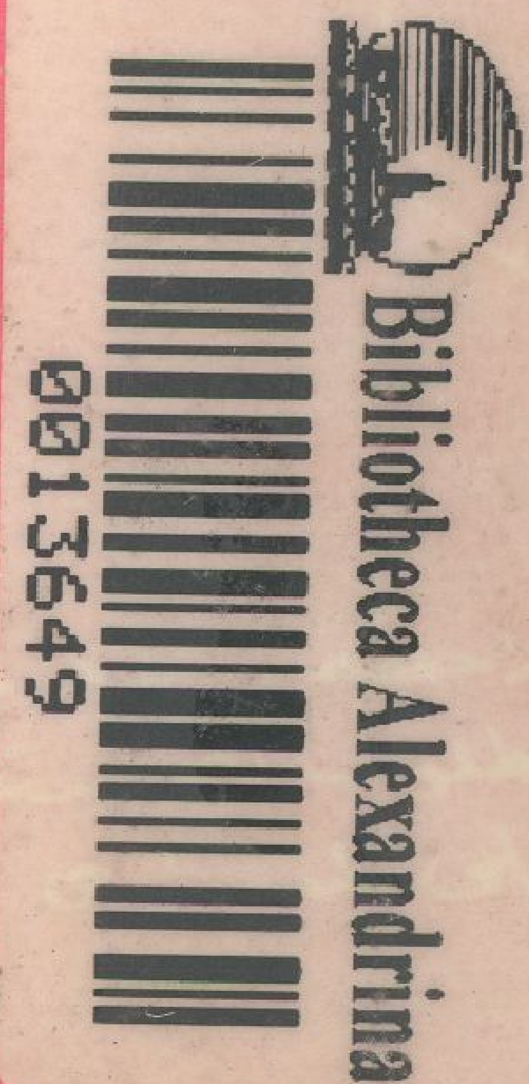
الهندسة الوصفية

تأليف

مدحت فضيل فتح الله

الطبعة السابعة المنقحة ١٩٨٦

طبع على نفقة جامعة بغداد
١٩٨٦



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة بغداد
كلية الهندسة

الهندسة الوصفية

تأليف

مدحت فضيل فتح الله (ماجستير هندسة مدنية)

رئيس المهندسين في وزارة الري

استاذ مشارك في جامعة بغداد ومحاضر في

جامعة الموصل وجامعة السليمانية

وجامعة الحكمة والكلية الفنية

العسكرية سابقاً

طبع على نفقة جامعة بغداد

مطبعة جامعة بغداد

كلمة المؤلف للطبعة الاولى

لما كان طلاب الكليات والمعاهد الهندسية يفتقرون الى كتاب في الهندسة الوصفية بلغة الضاد وبالنظر الى اختباراتي في هذا الفرع وممارستي تدريسه ردحا من الزمن فقد وطدت العزم على جمع شتات هذه المادة معتمدا على احدث المصادر واعمقها بحثا ليكون شاملا لمفردات المنهج المقرر في هذا الموضوع قدر المستطاع يعينهم على تفهم مادته ويبلغ بهم الى ميناء النجاح وقد الحقت كل فصل بعدد من المسائل المحلولة مع بيان طريقة العمل بخطوات واوضحت المسائل بالرسوم المجسمة والتصويرية احيانا بالاضافة الى الرسوم الوصفية . وختمت الفصل بتمارين متعددة ومتنوعة ، ولم يفتني ان اثبت في نهاية الكتاب معجما للكلمات العلمية المستعملة في هذا الموضوع باللغة العربية وما يقابلها بالانكليزية تيسيرا للطالب على تتبع المصادر المطبوعة باللغة الانكليزية .

ولا بد لي من ان اقدم شكري الجزيل لكل من ابدى مساعدة وتشجيعا على طبع هذا الكتاب واخراجه الى حيز الوجود اخص منهم سيادة الدكتور ناجي عبدالقادر عميد كلية الهندسة ببغداد على تشجيعي في المضي قدما في طريق الدائب على اخراج هذا المؤلف ، وسيادة الاستاذ خضوري فرجو الذي راجع مسودة الكتاب من ناحيته اللغوية ، والمهندس خاجاك كرميت وقد مد الي يد العون في نقل الرسوم وضبطها .

هذا واذ اؤمل ان اكون قد وفقت في هذا المؤلف لفائدة طلابنا في الكليات والمعاهد الهندسية العراقية . ارجو ان اكون قد اديت خدمة ثقافية متواضعة لعراقنا العريق . والله ولي التوفيق .

بغداد / ١٩٦٣

مدحت فضيل فتح الله

كلمة المؤلف للطبعة الخامسة

بناء على نفاد نسخ الطبعة الرابعة من كتاب الهندسة الوصفية والذي تم طبعه في ٧ نيسان ١٩٧٥ ونظرا لحاجة طلبة الجامعات والمعاهد والكليات الهندسية والفنية والتكنولوجية الى هذا الكتاب ونزولا لرغبة اساتذة الهندسة الوصفية والرسم الهندسي في تلك المؤسسات فقد وطدت العزم على اعادة طبعه بعد اجراء بعض التنقيحات عليه واضافة بعض التمارين التطبيقية اليه ليتسنى للطلبة الاعزاء الاستفادة من الموضوع قدر الامكان وجعله يتصل بمسائل تكون اقرب الى مخيلته وشعوره من المسائل والتمارين الخيالية او النظرية البحتة او المجردة .

ولا بد لي في هذه الكلمة الوجيزة من تقديم جزيل شكري الى كل من ساعد او شجع او عمل على اخراج هذه الطبعة للظهور وخاصة اساتذة الهندسة الوصفية والرسم الهندسي ورؤساء الاقسام في المؤسسات الهندسية العراقية المذكورة اعلاه او العاملين فيها او في مطبعة الزمان .

كذلك ارى لزاما علي ان اشكر جامعة بغداد التي ساعدت على نشر هذا الكتاب في الطبعة السابقة التي ظهرت في سنة ١٩٧٥ .

وختاما ارجو ان اكون قد وفقت في تادية خدمة ثقافية متواضعة لعراقنا العريق ، في الاسهام بعملية التعريب التي نحن بامس الحاجة اليها ، خاصة وان عراقنا ذو التراث المجيد والحاضر المزدهر اخذ يخطو نحو المستقبل الباسم للوصول الى موقعه اللائق به ، عسى ان يصل الى ميناء السلام والامان باذن الله الذي منه العون والتوفيق .

مدحت فضيل فتح الله

بغداد في ٢ تشرين اول ١٩٧٧

كلمة المؤلف

بناء على نفاذ نسخ الطبعة الاخيرة من كتاب الهندسة الوصفية ونظرا لحاجة طلاب المعاهد والكليات الهندسية والتكنولوجية الى هذا الكتاب فقد وطدت العزم على اعادة طبعه مع اجراء بعض التنقيحات واضافة عدد من التمارين على بعض فصوله ، وزيادة بعض التمارين العامة والتطبيقية في آخر الكتاب .

هذا ولابد لي ان اشير في هذه الكلمة الموجزة الى كتاب وزارة التعليم العالي والبحث العلمي المرقم ٧ / ٢٣ / ٢٦٤٤٩ والمؤرخ في ١٩ / ١٠ / ١٩٧٧ الذي تقرر بموجبه ان يكون الكتاب الذي بين ايدينا كتابا منهجيا في الصفوف الأول لكليات الهندسة والهندسة التكنولوجية في جامعات القطر ، وكما اقرتها لجنة شؤون التعليم - مكتب السيد نائب رئيس مجلس قيادة الثورة

لقد درست موضوع الهندسة الوصفية في كلية الهندسة بجامعة بغداد زهاء ٢٠ سنة وفي الكلية الفنية العسكرية ٤ سنوات وفي كلية الهندسة بجامعة السليمانية سنة واحدة (١٩٧٤) . لذا فاني اعتبر اعادة طبع وتنقيح الكتاب من صلب واجبي لأن للعلم والبلد حقا علينا ، فما هذا العمل المتواضع الا جزء يسير من الواجب المفروض على اعضاء هيئة التدريس في الجامعات أوكل من عمل في حقل التعليم . والله ولي التوفيق .

مدحت فضيل فتح الله

بغداد ١٥ / آب / ١٩٧٨

الاهـــداء

الى كل من يحترم ويعلم

حب العمـل

والعمـل بمحبـــة

من اجل اسعاد الآخرين في كل زمان ومكان

اهدي هـذا الكتاب

الفصـــــل الاول

مقدمـــــة

لمحة تاريخية

تبحث الهندسة الوصفية في تمثيل الاشكال الهندسية في الفراغ وما تحويه من نقط ومنحنيات ومستقيمات وسطوح واجسام ، تمثيلا بيانيا على سـطح مستو فهي اذن اللغـة التي يتخاطب بها المهندسون والفنيون والرياضيون من الناحيتين العلمية والثقافية ، لما لها من توسيع للمدارك وقابلية للتصور في تحقيق النظريات الفراغية تحقيقا علميا .

يرجع تاريخ الهندسة الوصفية إلى اعرق العصـور أي منذ مولد تاريخ الفن وقد وجدت في آثار البابليين والفراعنة معلومات تدل على اطلاع اولئك الاقدمين على مساقط افقية ووجهـات لابنية تدل على معرفتهم للموضوع .

ان اول علماء الهندسة الوصفية هو فيتروفيوس (M. Vitruvius) اليونانـي الـذي بحث فـي كتابـه (De Architectura) موضوع الاسقاط على مستويين متعامدين منذ ما يقرب من الالفي سنة وكان الاسقاط المركزي او المنظور معروفا عند قدماء الاغريق والرومان على ان استعمال هذا النوع من الاسقاط بصورة منتظمة بدىء به في ايطاليا في القرن الخامس عشر حين ظهر سنة ١٤٣٦ كتاب عن المنظور بعنوان (Della Pictura Libritre) لمؤلفـه ليون باتستا البرتي ؛ وبفضل كتبه تقدم الفن المعماري منذ ذلك الحين في ايطاليـا ولا زال حتى يومنا هذا ، وظلت ايطاليا في طليعة دول العالم في موضوع الفن المعمـاري .

ان الفضل الاعم لتقدم الهندسة الوصفية الحديثة يرجع الى المهندس الفرنسي جاسبارد مونج (١٧٤٦ ـــ ١٨١٨) (Gasp rd Monge) والذي باشر بالقاء محاضراته عام ١٧٩٥ في مدارس فرنسا . وقد الف

كتبا عديدة في الموضوع وكان اولها في سنة ١٧٩٨ ، واصبحت مؤلفاته بعدئذ تدرس في كافة المعاهد الهندسية والفنية العالية . بعد ان كانت الهندسة الوصفية سرا من الاسرار العسكرية او لغزا يستعمل في الحروب . وقد عمت طريقته « طريقة مونج في الاسقاط » او الاسقاط على مستويين متعامدين كافة مدارس العالم الهندسية ولا تزال نسمى باسمه الى هذا اليوم .

فوائد الهندسة الوصفية وتطبيقاتها :

قلنا ان الهندسة الوصفية تساعد على تقوية التصور وتوسيع خيال الطالب فهي تفيد جميع المهندسين والفنيين في وصف كافة الاعمال الهندسية والتصاميم ، وبالنسبة للرياضيين فانها تساعدهم على حل المسائل الرياضية المتعلقة بالاشكال المجسمة بطرق سهلة وسريعة معا .

اما تطبيقات الموضوع اضافة لما تقدم فيمكن الاستفادة منه في الاعمال التالية : ـ

١ ـ تستعمل طريقة الاسقاط المركزي وطريقة الاسقاط المائل في اعطاء الظلال بحيث تظهر المجسمات اقرب الى التصور او كما تراه عدسة العين وآلة التصوير .

٢ ـ استعمال طريقة مونج وطريقة الاسقاط الايزومتري في حل المسائل الفراغية في موضوع الميكانيك والفيزياء والفلك .

٣ ـ استعمال طريقة مونج وطريقة الاسقاط الرقمي في عمل الخرائط الطوبوغرافية والجغرافية .

٤ ـ اتباع طريقة الاسقاط العمودي في تصميم السدود والطرق والجسور والمكائن المختلفة .

٥ ـ الاستفادة من الاسقاط العمودي والاسقاط الرقمي في علم طبقات الارض وفي اكتشاف الثروات المعدنية والمياه الجوفية ، وفي بعض الفنون والاعمال العسكرية .

٦ ـ حل الكثير من المسائل المتعلقة بالهندسة المعمارية وهندسة النفط والهندسة الميكانيكية والهندسة المدنية بطرق سريعة وسهلة .

تعاريف هندسية اولية :

الشكل : هو مجموعة النقاط والخرائط والسطوح .

الجسم : هو كل ما يشغل حيزا من الفراغ وله طول وعرض وارتفاع اي الابعاد الثلاثة .

السطح : هو الحد الفاصل بين الجسم والفراغ الذي يحيطه وله طول وعرض فقط .

والسطح نوعان مستو ومنحن .

المستوي : او السطح المستوي هو السطح الذي لو عينت فيه نقطتان ووصل بينهما بخط مستقيم لكانت كل نقاط المستقيم وامتداده واقعة في المستوى .

المستقيمان المتوازيان : هما المستقيمان اللذان يلتقيان في اللانهاية ولا يمكن وجود نقطة تقاطعهما ضمن حدود الورقة او الفراغ القريب .

المستويان المتوازيان : هما المستويان اللذان يلتقيان في اللانهاية ولا يمكن وجود مستقيم تقاطعهما ضمن حدود الورقة او الفراغ القريب .

المستقيمان المتنافران : هما المستقيمان اللذان لا يلتقيان مهما امتدا . او هما المستقيمان اللذان لا يقعان في مستو واحد .

الخط المستقيم العمودي على مستو : هو المستقيم الذي يكون عموديا على جميع المستقيمات الواقعة في هذا المستوى سواء تقطعه او لا .

المستقيم الشاقولي هو المستقيم الذي يكون عموديا على مستوى سطح البحر ويمكن تصوره انه يمر من مركز الارض وباتجاه الجاذبية .

الزاوية الزوجية : هي الزاوية المحصورة بين مستويين وتقاس بمقدار الزاوية المحصورة بين خطين مستقيمين واقعين كل في مستو ، ومن نقطة واقعة على مستقيم تقاطع المستويين ، وكل من هذين المستقيمين عمود على مستقيم التقاطع المذكور .

الزاوية المحصورة بين مستقيمين متنافرين : هي الزاوية المحصورة

بين اي مستقيمين مرسومين من نقطة واحدة ، بحيث يوازي احدهما المستقيم الاول وثانيهما المستقيم الثاني •

أثر خط مستقيم على مستو : هي نقطة تقاطع المستقيم بالمستوى المعلـوم •

نظريات في الهندسة المجسمة :

فيما يلي بعض النظريات الهندسية والتي سيستفاد منها في الفصول التالية في الهندسة الوصفية :

١ ــ لا يمكن امرار اكثر من مستو واحد بين مستقيمين متقاطعين •

٢ ــ المستوى المار بمستقيمين متوازيين يحتـوي علـى مستقيم ثالث يقطعهمـا •

٣ ــ اذا تقاطع مستويان فانهما يتقاطعان بخط مستقيم ، وجميع نقـاط هذا المستقيم واقعة في كل من المستويين •

٤ ــ يمكن تعيين المستوى من معرفة خطين متوازيين ، او متقاطعين او بخط ونقطة خارجة عنه او بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة•

٥ ــ اذا تعامد مستقيم مع مستقيمين آخرين في نقطة تقاطعهما ، كان المستقيم عموديا على مستوى هذين المستقيمين •

٦ ــ اذا تعامد مستقيم ومستو ، فان كل مستقيم يوازي هذا المستقيم المعلوم يكون عموديا على هذا المستوى •

٧ ــ اذا تعامد مستقيمان على مستو معلوم، كان المستقيمان متوازيين•

٨ ــ اذا تعامدت عـدة مستويات مع مستقيم واحـد ، كانت هـذه المستويات متوازية •

٩ ــ اذا تعامدت عدة مستويات مع مستو واحد ، فليس من الضروري ان تكون هذه المستويات متوازية فيما بينها •

١٠ ــ اذا قطعَ مستو معلوم مستويين متوازيين ، كان خطا التقاطـع متوازيين •

١١ ــ اذا تعامد مستويان متقاطعـان على مسـتو ثالث كان مستقيم

تقاطعهما عموديا على المستوى الثالث .

١٢ ــ اذا قطع مستويان متقاطعان بمستو ثالث عمودي على خط تقاطعهما كان خطا تقاطع المستويين والمستوى الثالث متعامدين مع خط تقاطع المستويين .

١٣ ــ اذا تقاطع مستقيمان ، وكانا يوازيان مستقيمين آخرين متقاطعين، فان الزاوية بين المستقيمين الاولين تساوي الزاوية بين المستقيمين الآخرين ويكون مستوى المستقيمين الاولين موازيا لمستوى المستقيمين الاخرين .

١٤ ــ اذا توازت عدة مستقيمات ، كانت مساقطها على أي مستو متوازية أيضا .

١٥ ــ اذا تعامد مستقيمان ، كان مسقطاهما على مستو مواز لهما متعامدين أيضا .

١٦ ــ مسقط مستقيم على مستو مواز له ، يساوي طوله الحقيقي .

١٧ ــ المحل الهندسي للنقاط المتساوية البعد عن ثلاث نقاط هو المستقيم العمودي على مستوى الدائرة المار بالنقاط الثلاث ومن مركزها .

١٨ ــ المحل الهندسي للنقاط التي مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين هو السطح البيضوي الناتج من دوران مستوى القطع الناقص حول محوره الكبير .

١٩ ــ المحل الهندسي للنقاط التي تبعد بعدا معلوما عن مستقيم معلوم هو سطح الاسطوانة القائمة المنتظمة والتي محورها هو ذلك المستقيم المعلوم ونصف قطرها يساوي نفس البعد المعلوم .

٢٠ ــ المحل الهندسي للنقاط المتساوية البعد عن نقطتين معلومتين هو المستوى العمودي على المستقيم الواصل بين النقطتين ومن منتصفه .

٢١ ــ المحل الهندسي للنقاط المتساوية البعد عن مستويين معلومين هو المستوى المنصف للزاوية بينهما .

٢٢ ـ المحل الهندسي للنقاط التي نسبة بعديها عن نقطتين ثابتين متساو دائم هو كرة ابولونيوس •

الاســــقاط :

اذا رسمت من عدة نقاط لجسم او شكل ما مستقيمات تلتقي في نقطة فان هذه المستقيمات قد تقطع مستويا في الفراغ ، لو وضع هــذا المستوى بين النقطتين والشكل أو وراء الشكل فان هــذه المستقيمات تقطع المستوى المذكور بنقاط • ولو وصل بين هذه النقاط بخطوط لنتج ما نسميه (بالمسقط) او مسقط الشكل الاصلي على هذا المستوى الذي ندعوه (مستوى الاسقاط) ، كمــا ان المستقيمات المذكــورة تدعى مستقيمات الاسقاط (Projectors) وتدعى نقطــة تلاقي مستقيمات الاسقاط ، مركز الاسقاط ، والعملية كلها تدعى بالاسقاط •

فاذا كانت نقطة الاســقاط قريبــة نسبيا أي اذا كانت مستقيمات الاسقاط ملتقية في نقطة واحدة ســمي المسقط بالمسقط المركزي ، او المنظور (انظر شكل ١) •

واذا كانت نقطة الاسقاط في اللانهاية كانت مستقيمات الاسقاط متوازية ، وسمي المسقط ، المسقط المتوازي للشكل الاصلي (شكل٢)

واذا كانت مستقيمات الاســقاط المتوازية مائلــة على مســتوى الاسقاط سمي الاسقاط « مائلا » ، واما اذا كانت مستقيمات الاســقاط المتوازنة عمودية على مستوى الاسقاط ، سمي الاســقاط « اسقاطــا عموديا » وهذا هو هدفنا بصورة رئيسية في موضوع الهندسة الوصفية•

تعاريف في الاسقاط :

مستويات الاسقاط الرئيسية : هي ثلاثة مستويــات متعامدة على بعضها مثنى مثنى ويكون احدها افقيــا ويسمى بالمســتوى الافقي (The Horizontal Plane) ويكون الاثنان الآخران شــاقوليين ويدعى احدهما المستوى الوجهي (The Frontal Plane) والآخر المستوى الجانبي للاسقاط (The Side Plane)

الاشعة الاسقاطية
PROJECTORS

مستوي الاسقاط
PROJECTION PLANE

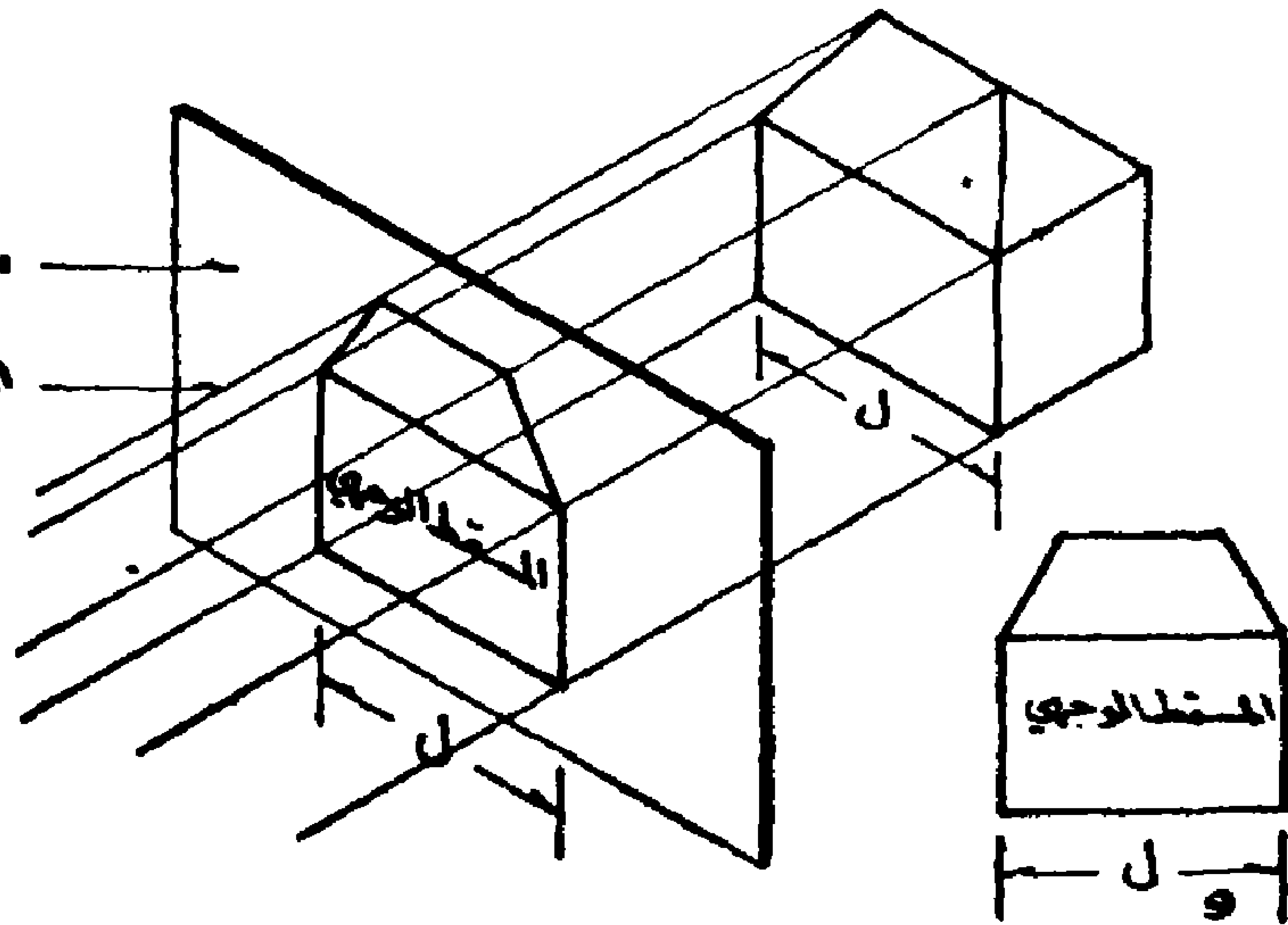
المسقط
VIEW

مركز الاسقاط
(او النقطة الثابتة)
EYE (STATION POINT)

شكل (١) الاسقاط المركزي
(او المنظور)
PERSPECTIVE PROJECTION

مستوى الاسقاط

الاشعة الاسقاطية



شكل (٢) الاسقاط العمودي
ORTHOGRAPHIC PROJECTION

مستقيمات تقاطع المستويات الرئيسية للاسقاط او مستقيمات الطي : هي المستقيمات التي تمثل مستقيمات تقاطع مستويات الاسقاط الرئيسية ، وتكون هذه المستقيمات متعامدة على بعضها مثنى مثنى ووجودها او تمثيلها يدل على ان المستويات كانت متعامدة في الفراغ قبل ان تدور وتصير في مستوى الورقة (انظر شكل ٣) .

خط الارض : وهذا هو اسم خاص لمستقيم تقاطع المستويين الافقي والوجهي .

نقطة الاصل : وهي نقطة تقاطع مستقيمات الطي الثلاثة (اي المحاور الاصلية الثلاثة) . أو هي نقطة تقاطع ثلاثة مستقيمات متعامدة على بعضها مثنى مثنى .

المسقط العمودي لنقطة على مستو : هو موضع تلاقي مستقيم الاسقاط العمودي على المستوى من النقطة .

المسقط العمودي لمستقيم على مستو : هو الخط الواصل بين مسقطي أية نقطتين من نقط المستقيم على ذاك المستوى .

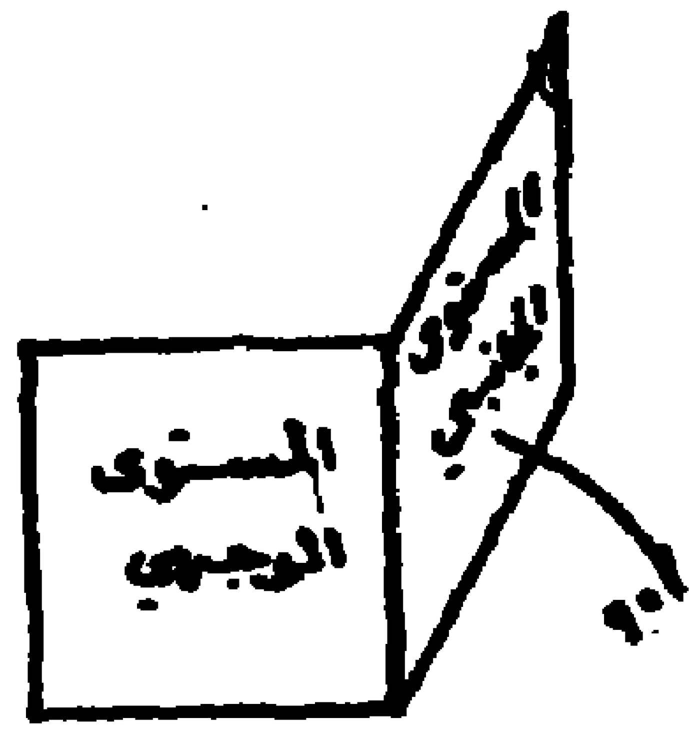
وسنعني في ما يلي من بحث في هذا الكتاب (بكلمة اسقاط) الاسقاط العمودي سواء في تمثيل النقاط او المستقيمات أو المستويات أو في مواضيع الدوران او التعامد او غيرها .

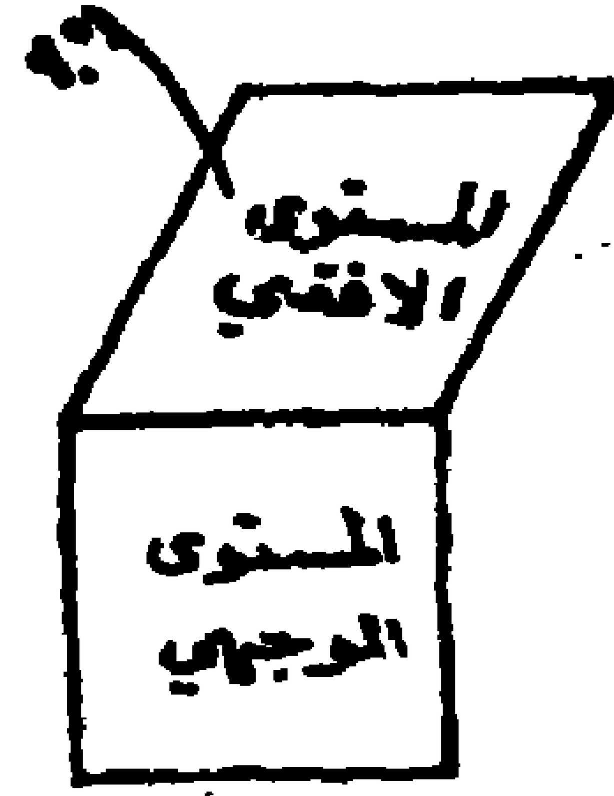
طرق الاسقاط :

تختلف طرق الاسقاط بالنسبة الى حاجتها وخدمتها ومزيتها لكل غرض من الاغراض :

آ ــ الاسقاط المركزي او المنظور : وهو اوضح طرق الاسقاط للمجسمات ، من حيث اتفاقه مع الصوزة التي تظهر في عدسة الكاميرا أو العين ، ولكن من شوائبه عدم ظهور زوايا الشكل وابعاده بأطوالها الحقيقية ، ويستغرق رسمه وقتا طويلا نسبيا .

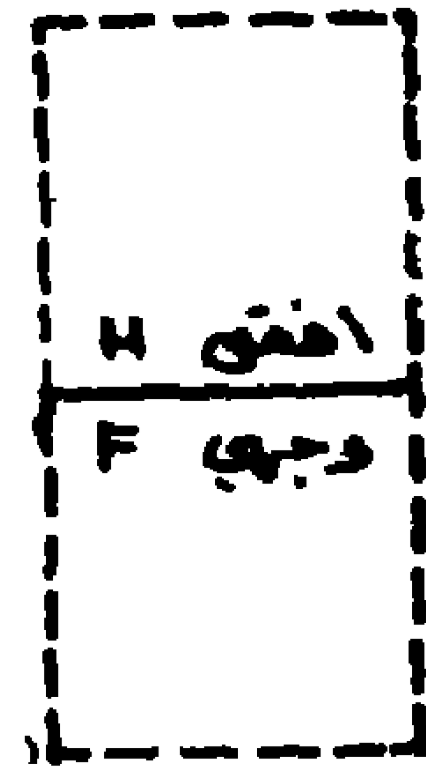
ب ــ الاسقاط المتوازي المائل : وتكون الاشعة الاسقاطية متوازية . ويستعمل في الظل والظلال لاعتبار الاشعة الضوئية القادمة من الشمس متوازية ، وهي تعين اتجاه الاسقاط او اتجاه الاضاءة في مسائل الظلال .



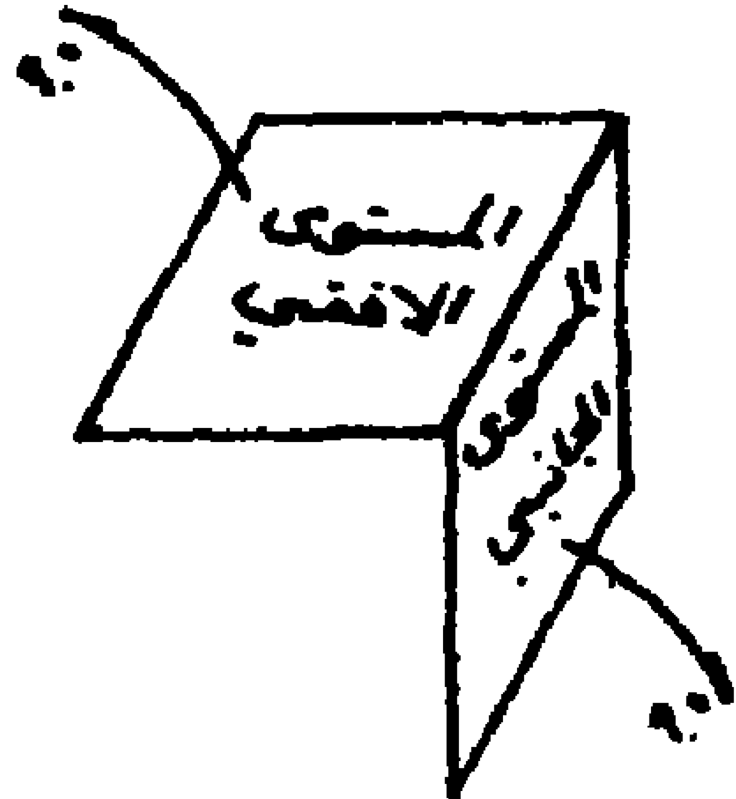




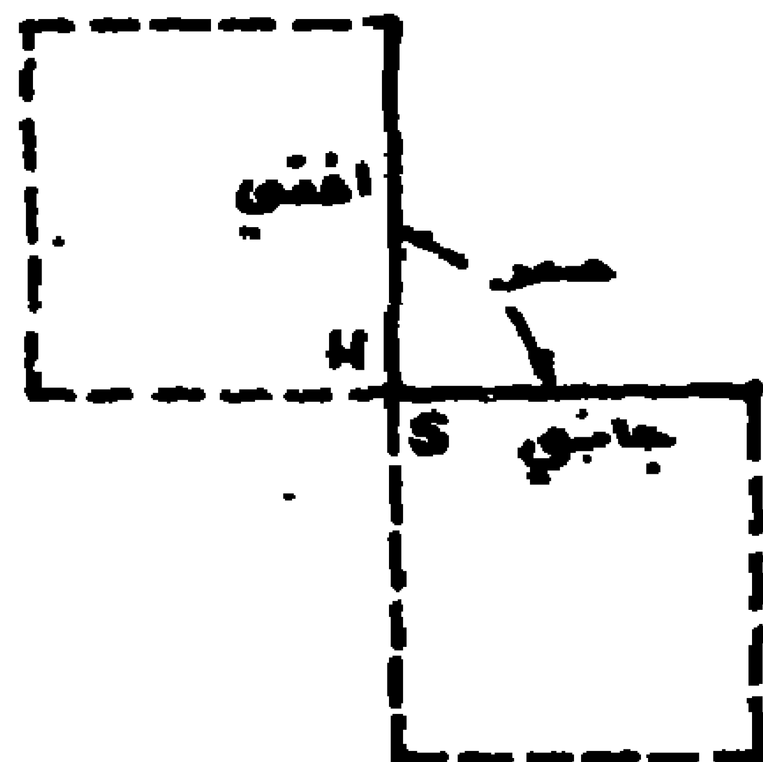
F/S FOLDING LINE



H/F FOLDING LINE



شكل (٢) مستقيمات تقاطع مستويات الاسقاط الرئيسية (مستقيمات الطي)



H/S FOLDING LINE

جـ ـ الاسقاط الاكسونومتري ، أو الاسقاط بالمحاور : ويدعى أيضـا الآيزومتري اي الرسم ذا المقياس الواحد بالنسبة للابعـاد الثلاثة لجسم ما وبهذا النوع من الاسقاط يمكن الحصول على مجسمات سهلة التصور ، ويمكن معرفة ابعادها الحقيقية ايضا ويستعمل هذا النوع من الاسقاط في وصف الاجسام التي يراد توضيحها للعمال والصناع • وقد تستعمل مقاييس وزوايا مختلفة في الاسـقاط الاكسونومتري •

د ـ الاسقاط العمودي على مستوى واحد : ويدعى بالاسقاط الرقمي احيانا ويستعمل في الخوارط المسح الطوبوغرافية لاظهار ارتفاعات سطح الارض الطبيعية وانخفاضاتها بصورة واضحة على مسـتو واحد • وتستعمل في تخطيط القنوات والمبازل والطرق والسكك والجسور والنواظم وغيرها من الاعمال الهندسية • واستعملتهذه الطريقة من الاسـقاط في باريس سـنة ١٨٢٣ ميلادية • والفكرة هي ان تضع الى جانب كل نقطة منسوبها او ارتفاعها بالنسبة الى مستوى المقارنة والذي قد يكون على الاكثر مستوى سـطح البحر ، وقد تستعمل أحيانا الالوان المختلفة كما في رسم الخوارط الطبيعية الجغرافية •

هـ ـ الاسقاط العمودي على مستويين : وهـذه هي طريقـة مونج في الاسقاط وهي اسهل الطرق من حيث تعيين الابعاد الصحيحـة للاجسام والاشكال التي تسقط اسقاطا عموديا • وهـذه الطريقة التي يستفيد منها المهندسون والفنيون بمختلف اختصاصاتهم •

تمارين على الفصل الاول

١ ـ ارسم الواجهة الامامية والمسقط الافقي للبناية الرئيسة (الادارة) لكلية الهندسة (أو اية بناية قريبة معروفة في البلد) وذلك باتباعك طريقة مونج في الاسقاط ، بمقياس ١ الى ١٠٠ • ضع الابعاد الضرورية لتوضيح الرسم •

٢ ـ في السؤال السابق ، ارسم الظل على المسقطين المذكورين والناتج من اشعة الشمس المتوازية والآتية من الجهة اليسرى للرسم ، وتصنع ٤٥ درجة مع الافق •

٣ ـ المطلوب تمثيل كل مما يأتي ، متبعا الاسقاط الرقمي : ـ
تل ذو ارتفاع قليل ، جبل ذو قمة عالية ، جبل ذو قمتين احدهما أعلى من الاخرى ، بحيرة أو منخفض •

٤ ـ ارسم خارطة سطح العراق بمقياس ١ الى ٤ ملايين وضع الوانا مختلفة عليها ومبينا الارتفاعات الآتية فوق مستوى سطح البحر :
صفر ، ٢٠٠ متر ، ٥٠٠ متر ، ١٠٠٠ متر ، ٢٠٠٠ متر •

٥ ـ ارسم مجسما بالاسقاط الايزومتري لشكل له مساقط معلومة (يختار الاستاذ مسقطين او ثلاثة مساقط لجسم مناسب ومستوى الطالب في هذه المرحلة) •

٦ ـ كم مستقيم من مستقيمات الطي الثلاثة يكون أفقيا؟ وكم مستو من مستويات الاسقاط الرئيسة الثلاثة يكون افقيا ؟

٧ ـ ما الفرق بين الاسقاط المتوازي المائل والاسقاط العمودي بصورة عامة ؟ وايّ منهما يفضل ويسهل استعماله في الهندسة الوصفية ؟

الفصـــــل الثاني

تمثيل النقطة

يقصد بتمثيل النقطة تعيين مساقط النقطة على مستويات الاسقاط الرئيسية الثلاثة والنقطة كما نعلم هي موضوع تقاطع مستقيمين ، وهي ما ليس لها ابعاد ، أي ليس لها طول او عرض او ارتفاع •

ولقـد بدأنا بتمثيل النقطة لأن من حركتها تتولـد الخطوط • والمستقيم هو عبارة عن نقطتين ، أي اذا عرفت نقطتان عرف المسـتقيم المار بهما ، وهو مستقيم واحد لا ثاني لهما ، ومن معرفة المستقيمات لشكل ما تتعين سـطوحه ومستوياته ، ومن معرفة المستويات يصبح الشكل معروفا وواضحا لذا فسنستهل موضوعنا في تمثيل النقطة لانها أساس في الموضوع وهي النواة التي يجب أن يفهم تمثيلها جيدا •

وسنمثل النقاط على ورق المربعات لانه يسهل قياس بعـد النقطة عن كل من مستويات الاسقاط الرئيسية • وسيرمز للنقطـة الاصلية في الفراغ بحرف ذي حجم كبير نسبيا ، أما مساقطها فتمثل بحرف صغير مع فتحات (جمع فتحة) •

فالنقطة (أ) هي النقطة الفراغية ، أما مسقطها من المستوى الافقي فسنمثله هكذا اَ ومسقطها الوجهي اَ وكذلك مسقطها الجانبي اً •
واذا انطبقت نقطة فراغية مثل ل على مسقطها الافقي مثلا فُيرمز للمسقط والنقطة سوية ل ، لَ •

مثال : المطلوب تمثيل النقطة ن •

الحل : لتمثيل النقطة ن اي لتعيين مساقطها على مستويات الاسقاط الرئيسية الثلاثة ، تنزل شعة عمودية من النقطة ن حتى تقطع مستويات الاسقاط في المواضيع نَ ، نً ، نً (انظر الشـكل ٤ أ) ، ثم ننزل من هذه المساقط مستقيمات عمودية على مستقيمات الطي • وبعد ذلك

تفتح مستوى الاسقاط الافقي والجانبي ٩٠ درجة بالاتجاه المبين بالرسم ، بحيث ينطبق كلاهما على المستوى الوجهي للاسقاط ، أي ان الثلاثة الان في مستو واحد • ثم نضع المستويات الثلاثة في وضعية توازي مستوى الورقة فيظهر الرسم كما في شكل (٤ب) ، حيث نجد المساقط الثلاثة للنقطة ن عوضا عنها • واخيرا يمكننا حذف حدود المستويات الثلاثة مع بقاء مستقيمات الطي فقط •

الاستنتاج : يستنتج من الشكل (٤) ما يلي :

١ ــ يقع كل مسقطين متجاورين (أي في مستويين متجاورين) على شعاع واحد عمود على مستقيم الطي بين هذين المستويين •

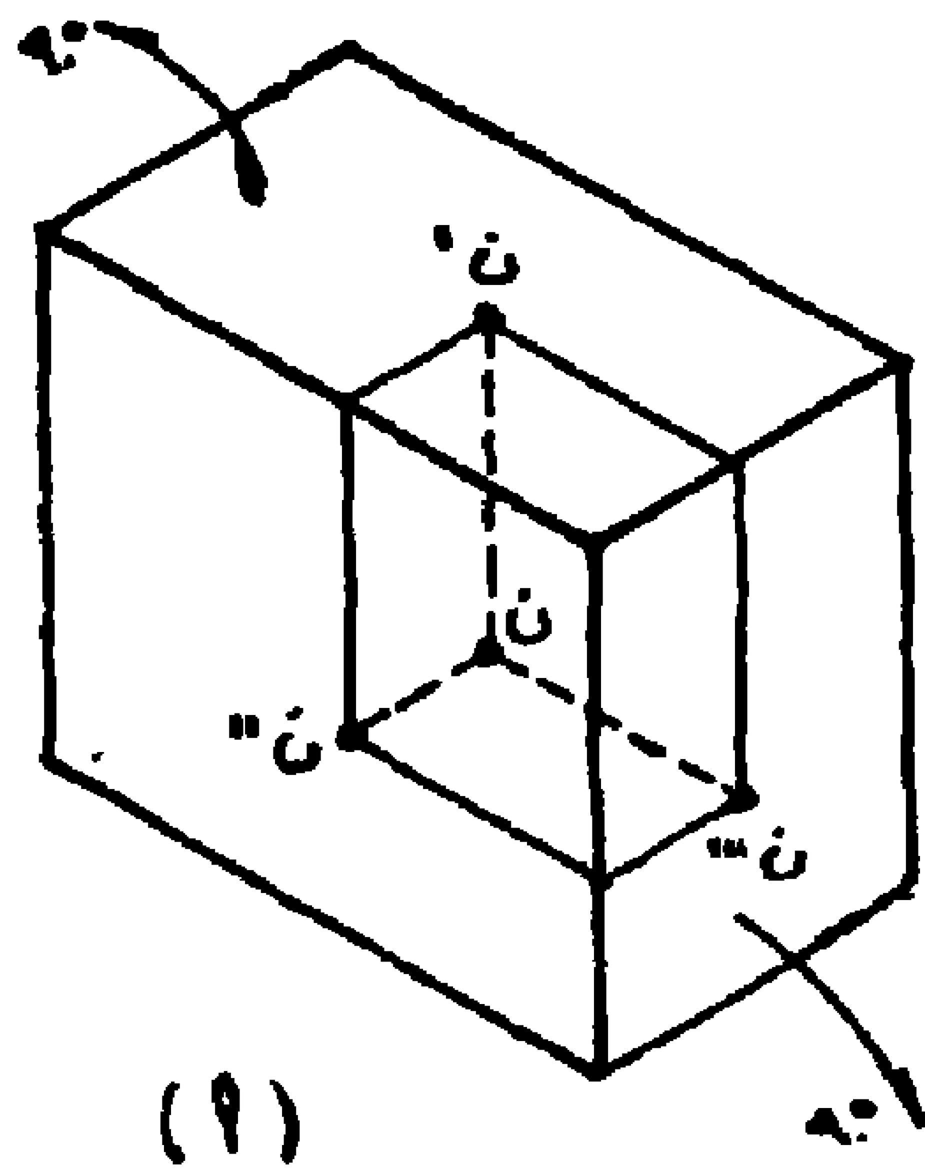
٢ ــ يتعين كل مسقط في مستو من مستويات الاسقاط ببعدين ، هما بعدا النقطة الاصلية في الفراغ عن مستويي الأسقاط الاخرين •

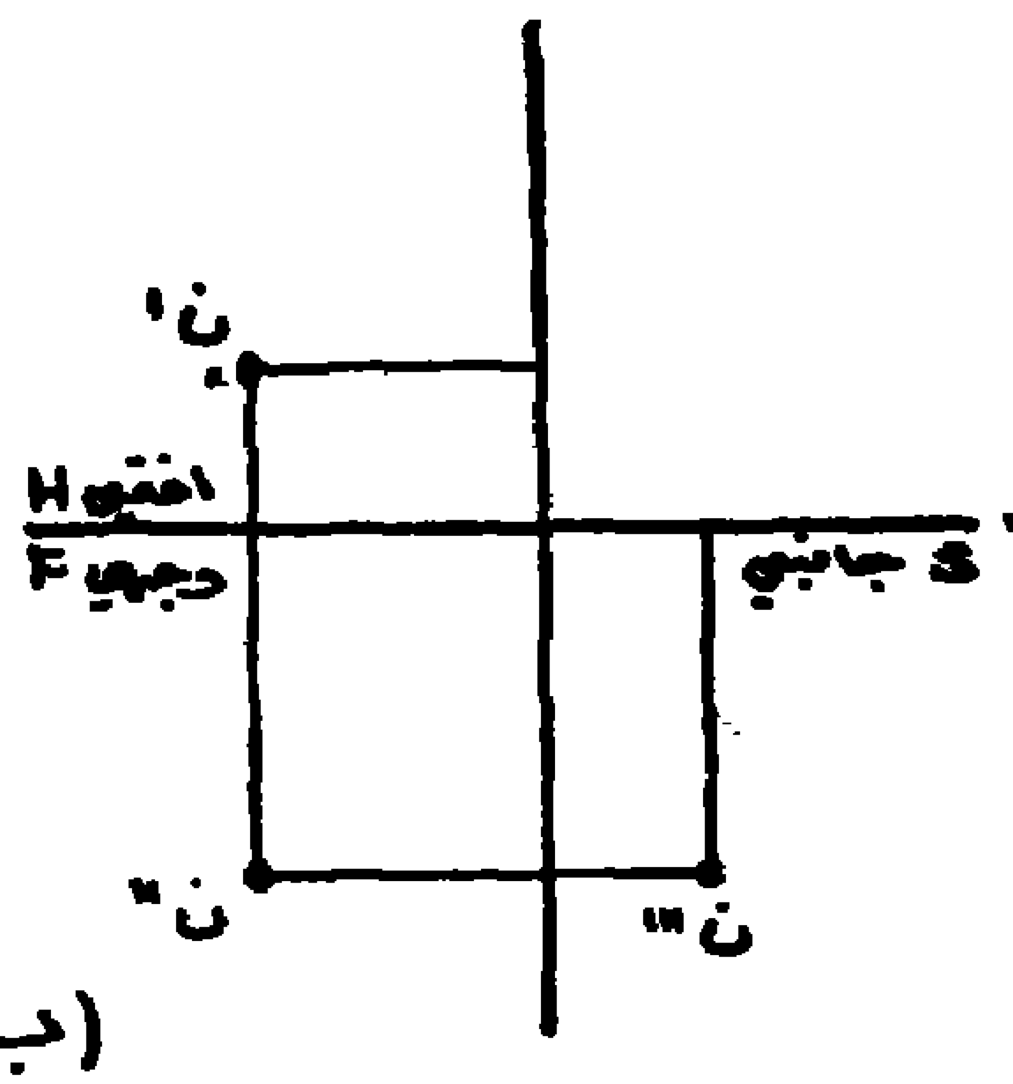
٣ ــ يظهر المسقطان المتجاوران بأبعاد متعاكسة عن مستقيم الطي والمستويين المتجاورين •

٤ ــ بعد مسقط النقطة في المستوى الجانبي عن مستقيم طي المستويين الجانبي والوجهي (المحور الشاقولي) = بعد مسقط النقطة الافقي عن مستقيم طي المستويين الافقي والوجهي (خط الارض) • (انظر شكل ٤ ب) •

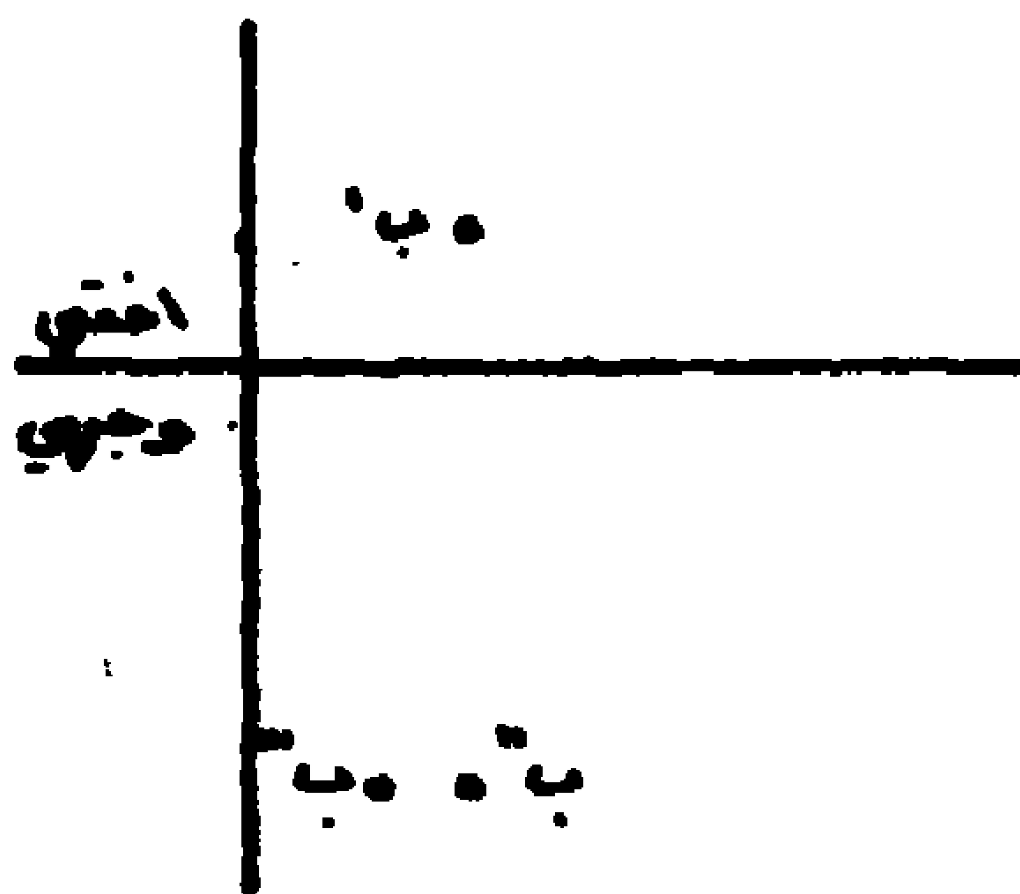
مسالة ١ : المطلوب تمثيل النقطة (ا) التي تبعد عن المستوى الافقي ٨ سنتمترات (أو ٨ وحدات) وعن المستوى الوجهي ــ ٢ سم وعن المستوي الجانبي ٤ سم •

ملاحظة : يمكن وضع ابعاد النقطة عن المستويات الرئيسية هكذا (٨ ، ــ ٢ ، ٤) أي ان البعد الاول يمثل بعد النقطة عن المستوى الافقي وبهذا يتصور الطالب ان للنقطة بعدا واحدا شاقوليا وهو بعد النقطة عن المستوى الافقي • أما البعدان الآخران فهما افقيان، ويمثلان بعدي النقطة عن المستوى الوجهي والمستوى الجانبي على التوالي (انظر الشكل ٥ أ) •





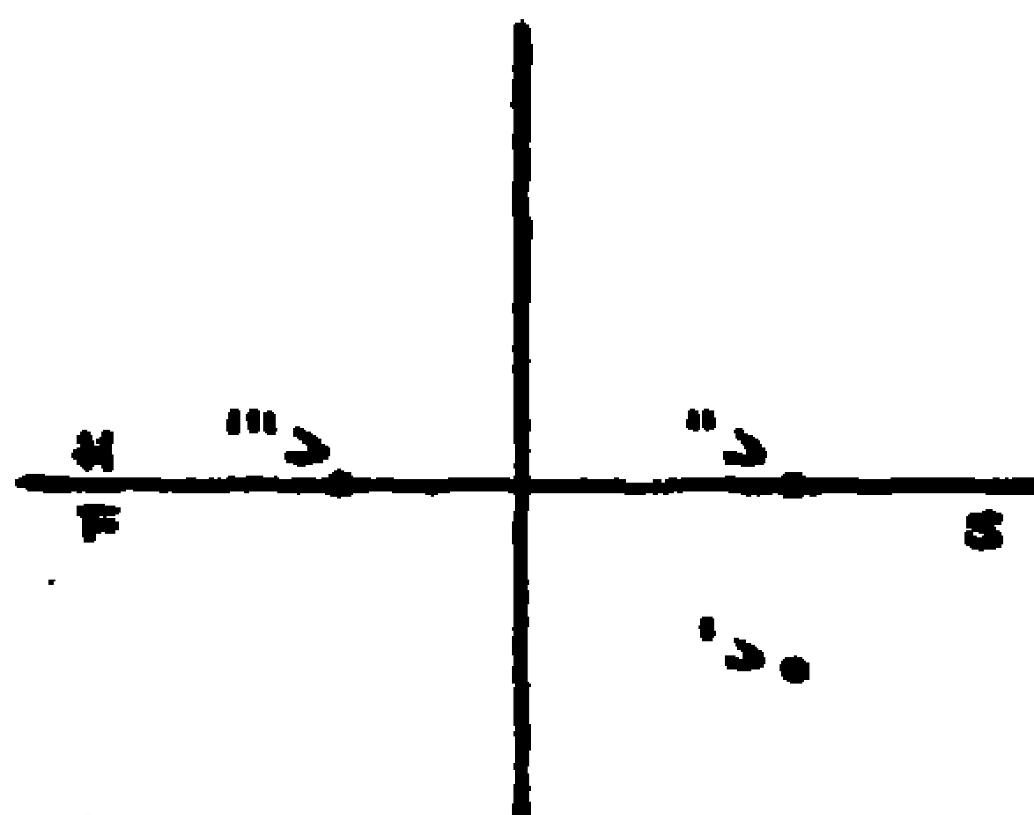
شكل (٤) تمثيل النقطة



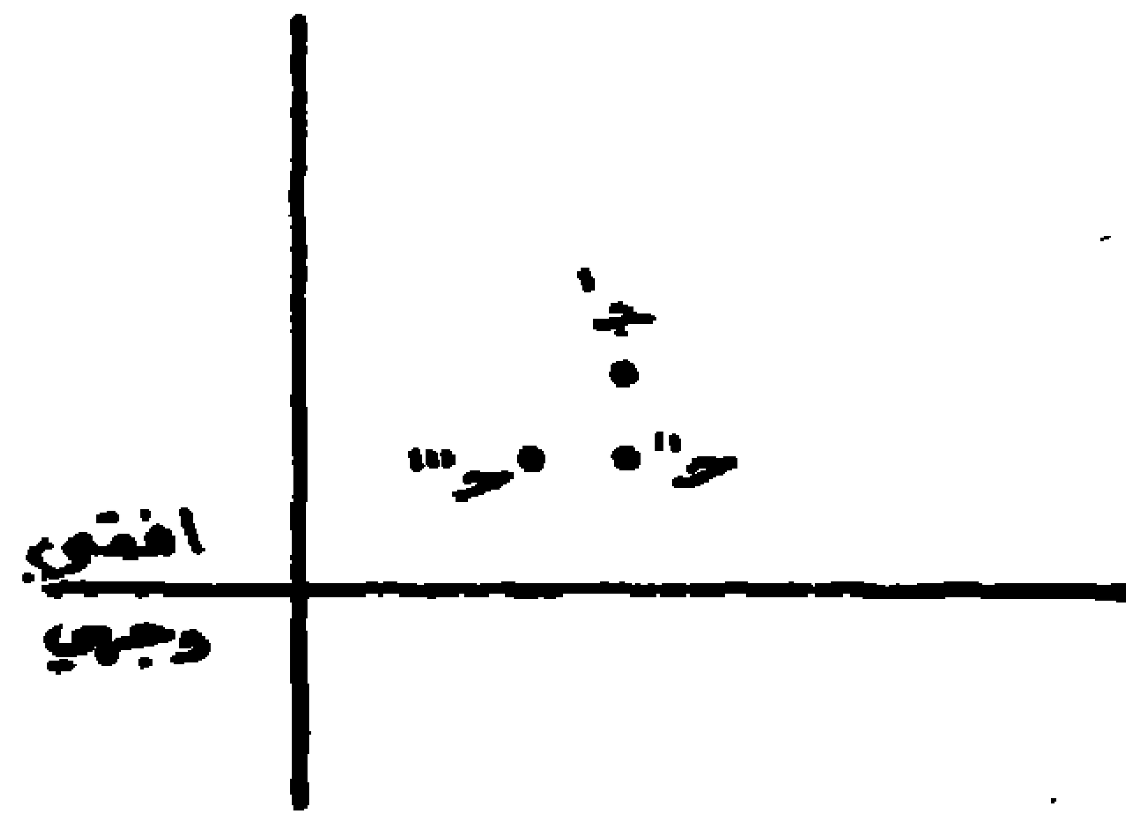
ب (٧ ، ٧ ، -٥)



أ (٨ ، -٣ ، ٤)



د (صفر ، -٤ ، -٦)



جـ (-٢ ، ٥ ، -٧)

شكل (٥) مسائل محاولة على تمثيل النقطة
(ملاحظة: كل اسم يمثل اربع وحدات من احداثيات النقاط)

مسالة ٢ : المطلوب تمثيل النقطة ب [٧ ، ٣ ، ــ ٥]

ففي هذه الحالة نجد أن بعد النقطة عن المستوى الجانبي سالب، فتلاحظ في الشكل (٥ ب) ان مسقط النقطة الجانبي لا يتغير بناء على عدم تغيير بعدي النقطة عن المستوى الافقي والوجهي ويلاحظ ان مسقطي النقطة الافقي قد غيرا موقعيهما واصبحا في الاتجاه الثاني بالنسبة لمستقيمات الطي •

مسالة ٣ : المطلوب تمثيل النقطة حـ [ــ ٣ ، ٥ ، ــ ٧]

نلاحظ في الشكل (٥حـ) ان المساقط الثلاثة للنقطة حـ تظهر في جهة واحدة وواقعة فوق خط الارض وعلى يمين مستقيم تقاطع المستويين الافقي والجانبي •

مسالة ٤ : المطلوب تمثيل النقطة د [صفر ، ــ ٤ ، ــ ٦] •

نلاحظ في تمثيل النقطة (د) ان مسقطيها الوجهي والجانبي ينطبقان على خطوط الطي وذلك لوقوع النقطة في المستوى الافقي • أما المسقط الافقي فيظهر وكأنه في المستوى الجانبي (لماذا ؟) هل تظهر النقطة (د) في الرسم وأين ؟

تمارين على تمثيل النقطة

١ ــ عين النقاط التالية على ورق مربعات واعتبر كل اسم في الورقة يمثل وحدتين من ابعاد النقاط .

أ (٥ ، ٤ ، ٧)

ب (٤ ، ٨ ، ٢)

حـ (٠ في ٧ ، ٧)

د (٣ ، ٠ ، ٧)

٢ ــ عين النقاط التالية والتي تحتوي على بعد سالب أو أكثر عن مستويات الاسقاط .

هـ (ــ ٨ ، ــ ٨ ، ٦)

و (ــ ٥ ، ٥ ، ــ ٥)

ز (٥ ، ــ ٥ ، ــ ٥)

ح (ــ ٣ ، ــ ٦ ، ــ ١)

٣ ــ عين النقطة ن (٤ ، ــ ٤ ، ٤) على مستويات الاسقاط الثلاثة ، هل تظهر النقطة الفراغية ن أم لا ؟

٤ ــ أوجد بعد النقطة ف (٣ ، ٧ ، ٩) عن نقطة الاصل وحقق النتيجة بالرياضيات .

٥ ــ أوجد المسافة بين النقطتين التاليتين بعد تعيينها على ورقة المربعات : ــ

س (صفر ، ٣ ، ٤)

ع (٥ ، صفر ، ٨)

٦ ــ أي من النقطتين أقرب الى نقطة الاصل (جـ) أم (ل) ، علما أن أحداثياتهما هي كالآتي : ــ

حـ (صفر ، ٨ ، صفر) ، ل (٦ ، صفر ، ــ ٥)

وضح بالرسم وحقق النتيجة بالرياضيات .

٧ ــ أي من النقطتـين أقرب الى النقطـة ١ (١ ، ١ ، صفر) (ف) أم (ص) ؟ علما بأن احداثياتهما هي كالآتي : ــ

ف (صفر ، صفر ، ٧) ، ص(ــ ٣ ، ــ ٥ ، ــ ٤) •

ملاحظة : الاسقاط على المستوى الجانبي غير ضروري .

٨ ــ المطلوب تمثيل النقاط التالية في الاسقاط الايزومتري •

د (٢ ، ٢ ، ٢)

ن (٢ ، ٤ ، ٧)

س (٢ ، صفر ، ٧)

ع (ــ ٢ ، صفر ، صفر)

ف (ــ ٢ ، ــ ٤ ، ــ ٥)

ص (صفر ، ــ ٤ ، ــ ٤)

٩ ــ جد البعد بين النقطتين أ ، ل بالرسم فقط الى أقرب ملمتر :

أ (٤ ، ــ ٢ ، ــ ٧) ل (ــ ١ ، ٨ ، صفر)

الجواب (١٣٫٢)

١٠ ــ جد بالرسم طول قطر متوازي المستطيلات الذي ينطبق أحد رؤوسه على نقطة الاصل ، ويقع أحد اوجهه في المستوى الوجهي للاسقاط اذا كان الرأس المقابل لنقطة الاصل هو النقطة (٥ ، ٣ ، ٧) •

الفصـــل الثالث

تمثيل المســتقيم

المقصود بتمثيل المستقيم ، تعيين مساقط المستقيم على مستويات الاسقاط الرئيسية ، ومن المعلوم ان المستقيم يتعين بنقطتين من نقاطه . فاذا ما علمنا مساقط نقطتين منه ، فان المستقيم او بعبارة اخرى مساقط المستقيم يكون معلوما تماما .

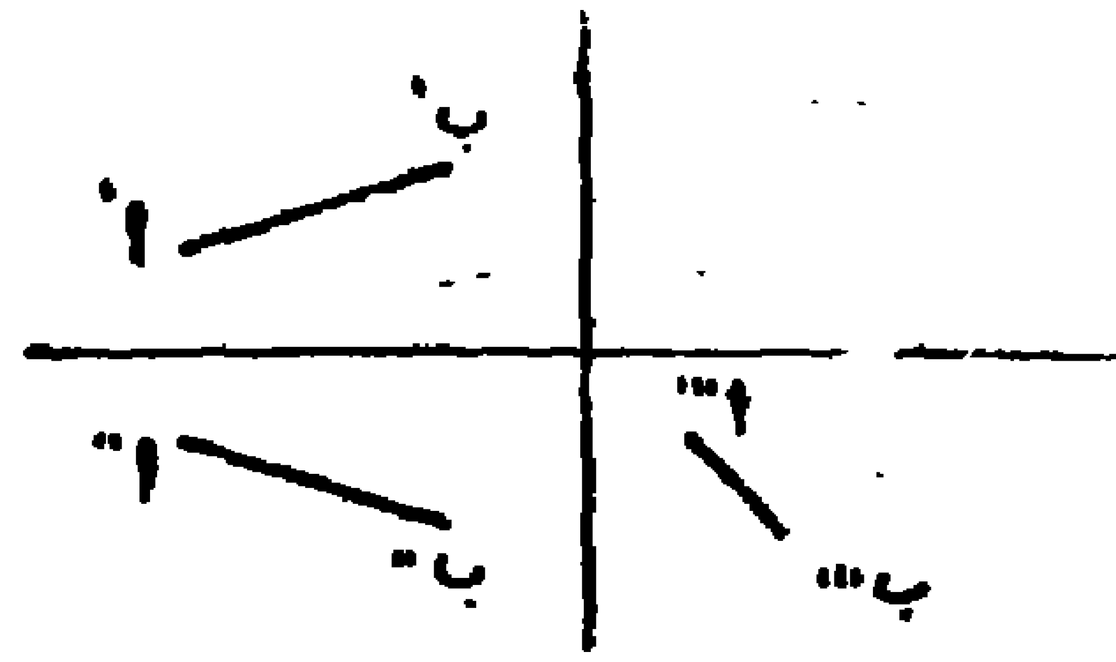
يكون المستقيم في الفراغ بعده أوضـــاع بالنسبة الى مستويات الاسقاط الرئيسية وسنبحث كل حالة او وضعية على حدة . وسنقسم الحالات كما يلي :

١ ــ عندما يكون المستقيم بوضع عام اي لا يوازي احد مستويات الاسقاط الرئيسية ولا يكون عموديا على احدها .

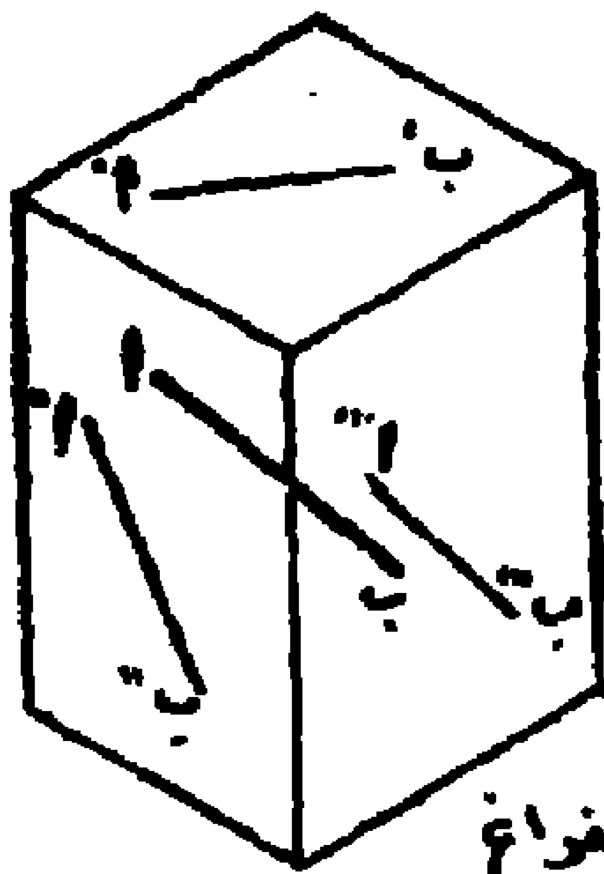
ومن ملاحظة الشكل (٦ أ) نجد ان مساقط المستقيم هـذا تظهر اقصر طولا من المستقيم الحقيقي في الفراغ ولا يمكننا في الوقت الحاضر اي قبل التعمق في موضوع الهندسة الوصفية ان نميز طول المستقيم الحقيقي من معرفة مساقطه ، ولا ايجاد الزوايـــا التي يصنعها مع مستويات الاسقاط الرئيسية ، بل كل ما يمكننا معرفته في الوقت الحاضر ان احدى نقاطه تبعد بعدا معلوما عن كل من مستويات الاسقاط .

وكما لا يخفانا ان بامكاننا تصور المستقيم من معرفة مسقطين فقط من مساقطه الثلاثة ويكون الثالث مساعدا فقط او لغرض التحقيق، او بعبارة اخرى اذا علمنا مسقطين لمستقيم ، فمن السهولة تعيين المسقط الثالث وذلك بنقل مساقط نقطتين منه من مستويين من مستويات الاسقاط والى المستوى الثالث . انظر الشكل (٦ ب).

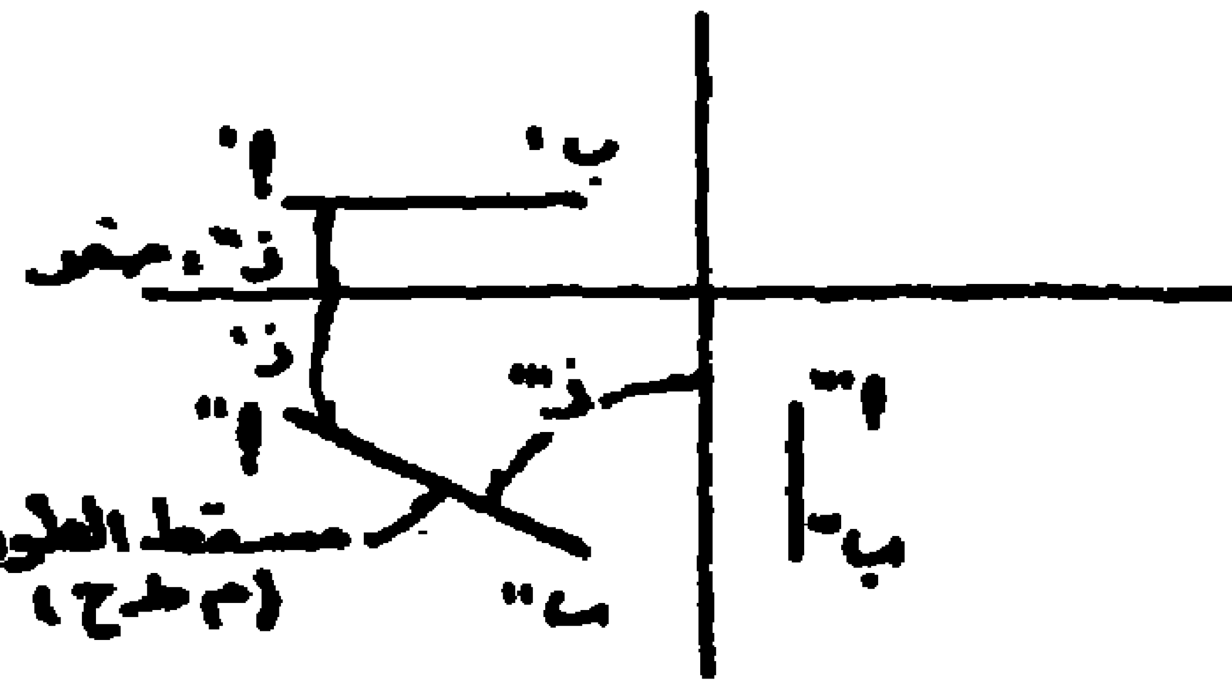
٢ ــ الحالات الخاصة : وهي ان يكون للمستقيم علاقة باحد المستويات الرئيسية الثلاثـة للاسقاط أو أحد المحاور الرئيسية وســنأخذ



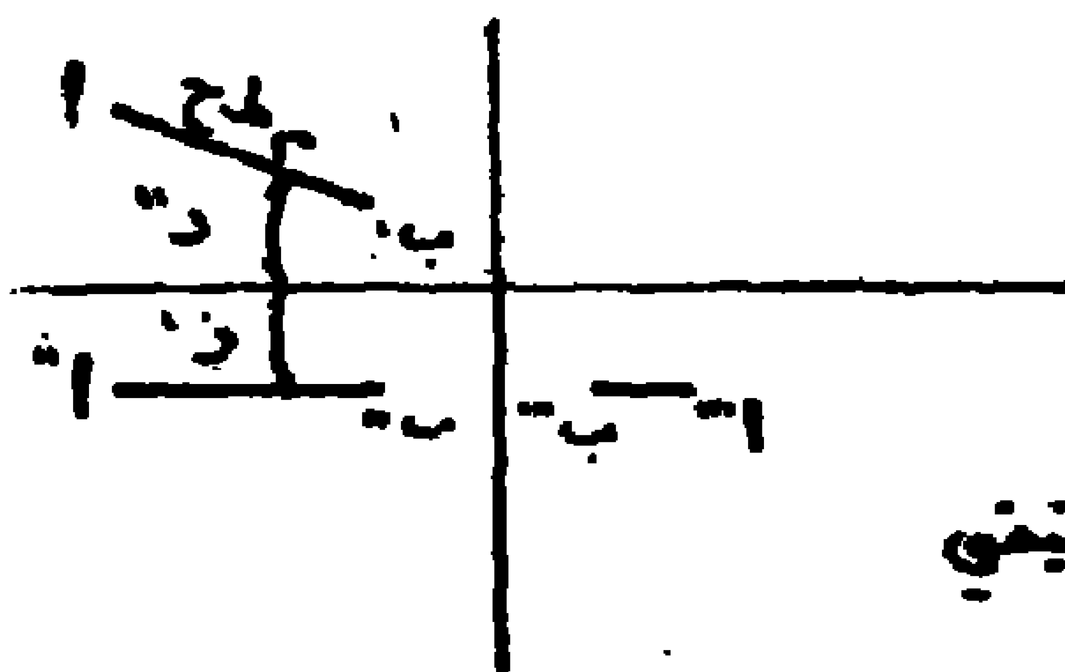
ب) تمثيل مستقيم في وضع عام



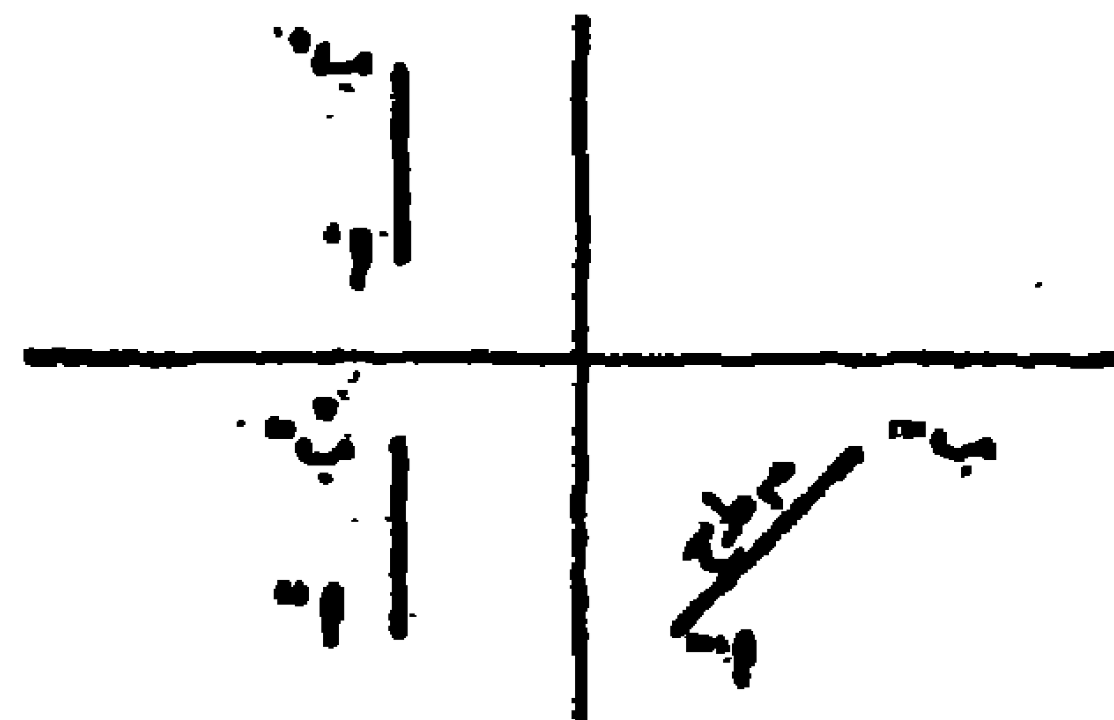
(أ) المستقيم في الفراغ



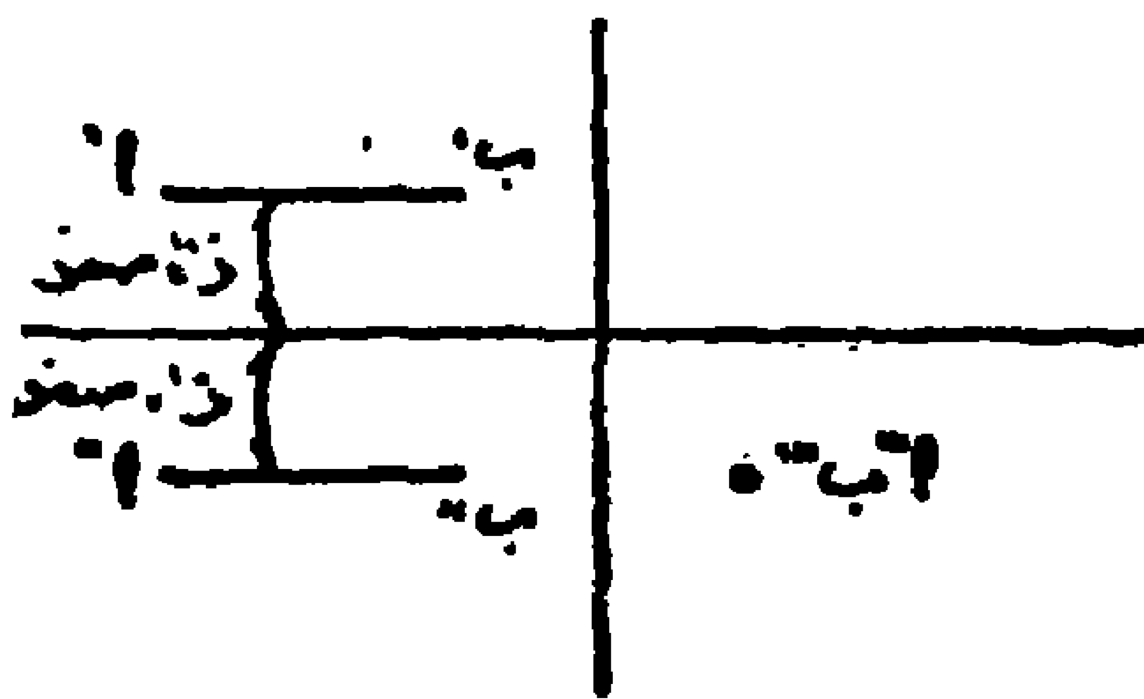
(جـ) مستقيم وجهي



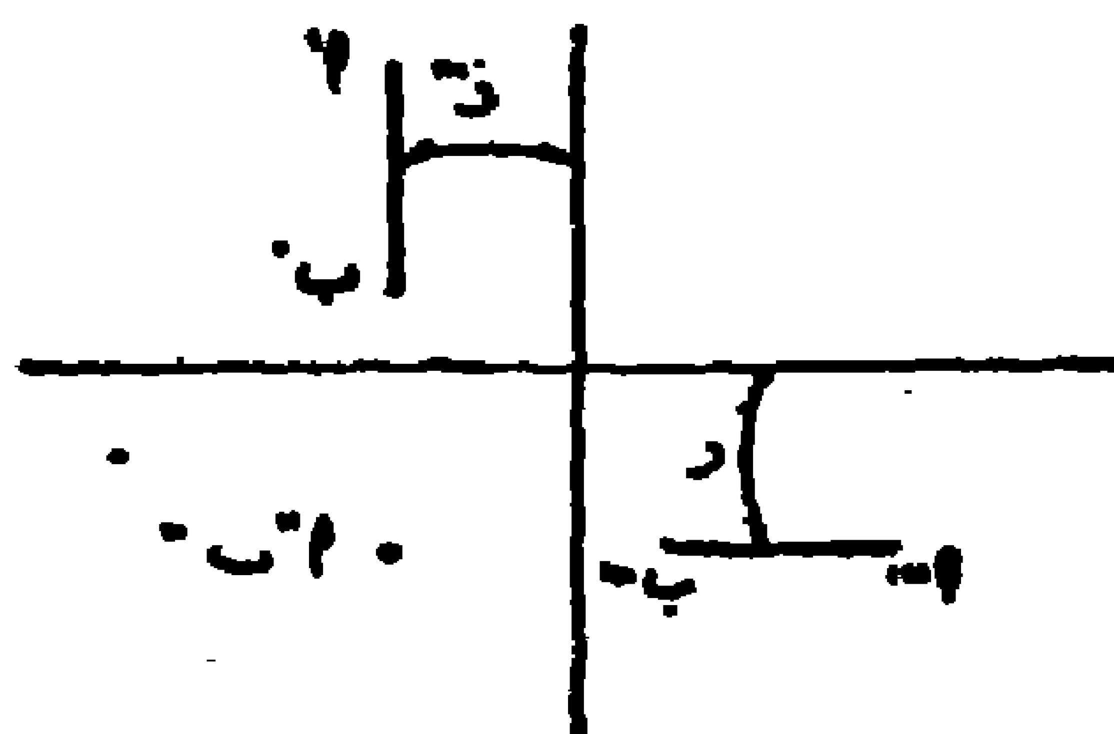
(د) مستقيم أفقي

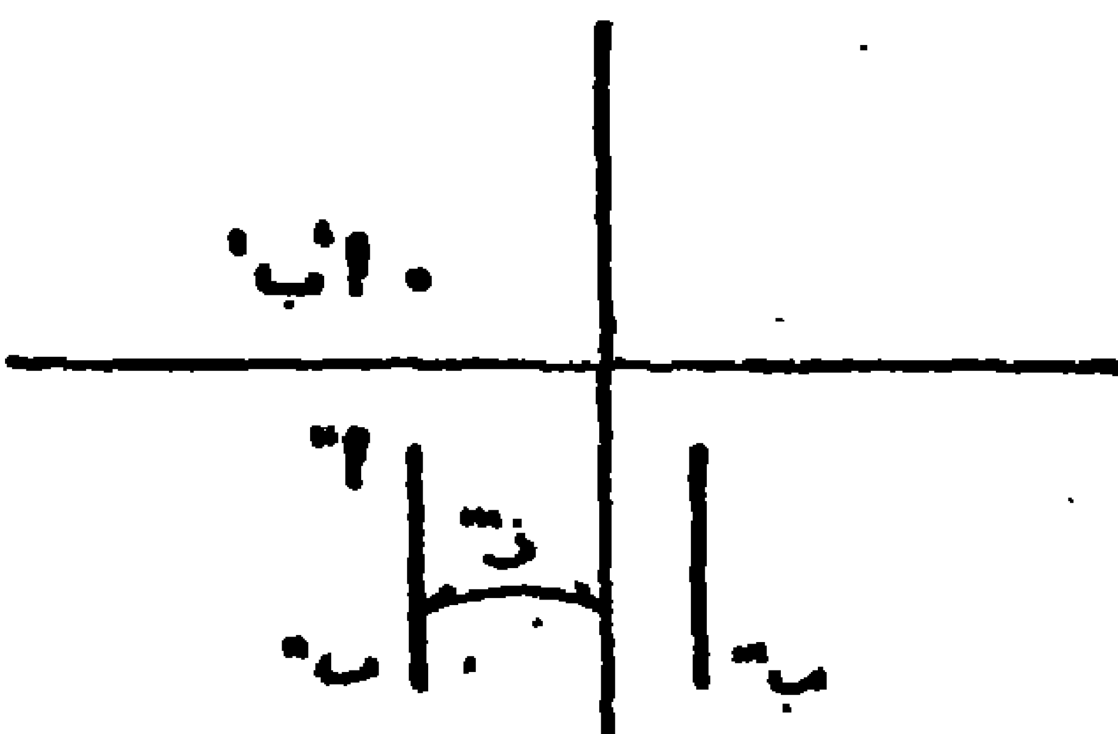


(هـ) مستقيم جانبي



(و) مستقيم عمودي على المستوى الجانبي





(ى) مستقيم عمودي على المستوى الوجهي (ح) مستقيم شاقولي

شكل (٦) تمثيل المستقيم

بعض الحالات الخاصة وتترك بعضها للطالب نفسه ليفكر بها •

أ ــ عندما يكون المستقيم افقيا أي موازيا لمستوى الاسقاط الافقي يظهر مسقطه الافقي بطوله الحقيقي ، لانه لا يظهر مسقط مستقيم بطوله الحقيقي الا اذا اسقط المستقيم على مستو يوازيه •

ففي الشكل (٦ د) ا ب يساوي طول المستقيم ا ب في الفراغ، وكذلك فالزاوية المحصورة بين هذا المسقط وبين مستقيم الطي بين المستويين الافقي والوجهي تساوي الزاوية التي يصنعها المستقيم مع المستوى الوجهي ، وكذلك الزاوية المتممة لها تساوي الزاوية التي يصنعها المستقيم مع المستوى الجانبي ، وسنرمز لهاتين الزاويتين بالرمز زَ ، زً على التناظر • أما الزاوية التي يصنعها المسقط الوجهي للمستقيم مع مستقيم تقاطع المستويين الوجهي والافقي فقيمتها في هذه الحالة تساوي الزاوية التي يصنها المستقيم أ ب مع المستوى الافقي،وقيمتها صفر ، لذا يظهر المسقط الوجهي للمستقيم موازيا لمستقيم الطي المذكور ، أي ان الزاوية بينهما صفر •

ويرمز لمسقط المستقيم الذي يساوي طوله الحقيقي سواء في هذه الحالة الخاصة أو غيرها بالحروف (T. L. P.) أي (True Length Projection) المسقط بطول حقيقي للمستقيم •

ب ــ عندما يكون المستقيم موازيا لمستوى الاسقاط الوجهي ويسمى المستقيم اذ ذاك مستقيما وجهيا ، يظهر مسقطه الوجهي بطوله الحقيقي ويمكننا معرفة الزاويتين التي يصنعها المستقيم مع المستوي الجانبي والمستوى الافقي للاسقاط إنظر الشكل (٦د)•

جـ ــ عندما يكون المستقيم موازيا للمستوى الجانبي للاسقاط ويسمى مستقيما جانبيا • ويمكن معرفة طوله الحقيقي والزوايا الحقيقية التي يصنعها المستقيم مع مستويات الاسقاط الرئيسية • انظر الشكل (٦ هـ) •

وهناك حالات خاصة من هذه الحالات الخاصة الثلاثة المذكورة اعلاه وأهمها : ــ

أ ــ عندما يكون المستقيم موازيا للمستوى الافقي والوجهي للاسقاط يكون المستقيم اذن عموديا على المستوى الجانبي (لماذا ؟) ويكون مسقطه في المستوى الجانبي نقطة • أما مسقطاه على المستويين الافقي والجانبي فيساويان طول المستقيم الحقيقي في الفراغ • ويمكننا أيضا معرفة ابعاد المستقيم عن مستويات الاسقاط الرئيسية وكذلك بعده عن نقطة الاصل (علل ذلك) انظر الشكل (٦ و) •

ب ــ عندما يكون المستقيم موازيا للمستوى الافقي والمستوى الجانبي للاسقاط ، حيث يكون المستقيم عموديا على المستوى الوجهي ، ومسقطه حينذاك يكون نقطة • انظر الشكل (٦ ز) •

حـ ــ عندما يكون المستقيم شاقوليا اعني بـه عموديا علـى مستوى الاسقاط الافقي • أي حين يكون موازيا للمستوى الوجهي والمستوى الجانبي للاسقاط • فان مسقط المستقيم على المستوى الافقي يكون نقطة ويكون بعد هذه النقطة ، او هـذا المسقط عن نقطة الاصل مساويا لبعد المستقيم عن نقطة الاصل ، (لماذا ؟) •

وهناك حالات خاصة اخرى يسهل على الطالب تصورها ويجب حلها على دفتر التمارين وأهمها : ــ

١ ــ مستقيم واقع في المستوى الوجهي •

٢ ــ مستقيم واقع في المستوى الافقي •

٣ ــ مستقيم واقع في المستوى الجانبي •

٤ ــ مستقيم ينطبق على مستقيم تقاطع المستويين الافقي والجانبي •

٥ ــ مستقيم ينطبق على مستقيم تقاطع المستويين الافقي والوجهي •

٦ ــ مستقيم ينطبق على مستقيم تقاطع المستويين الجانبي والوجهي •

٧ ــ مستقيم يمر من نقطة الاصـــل •

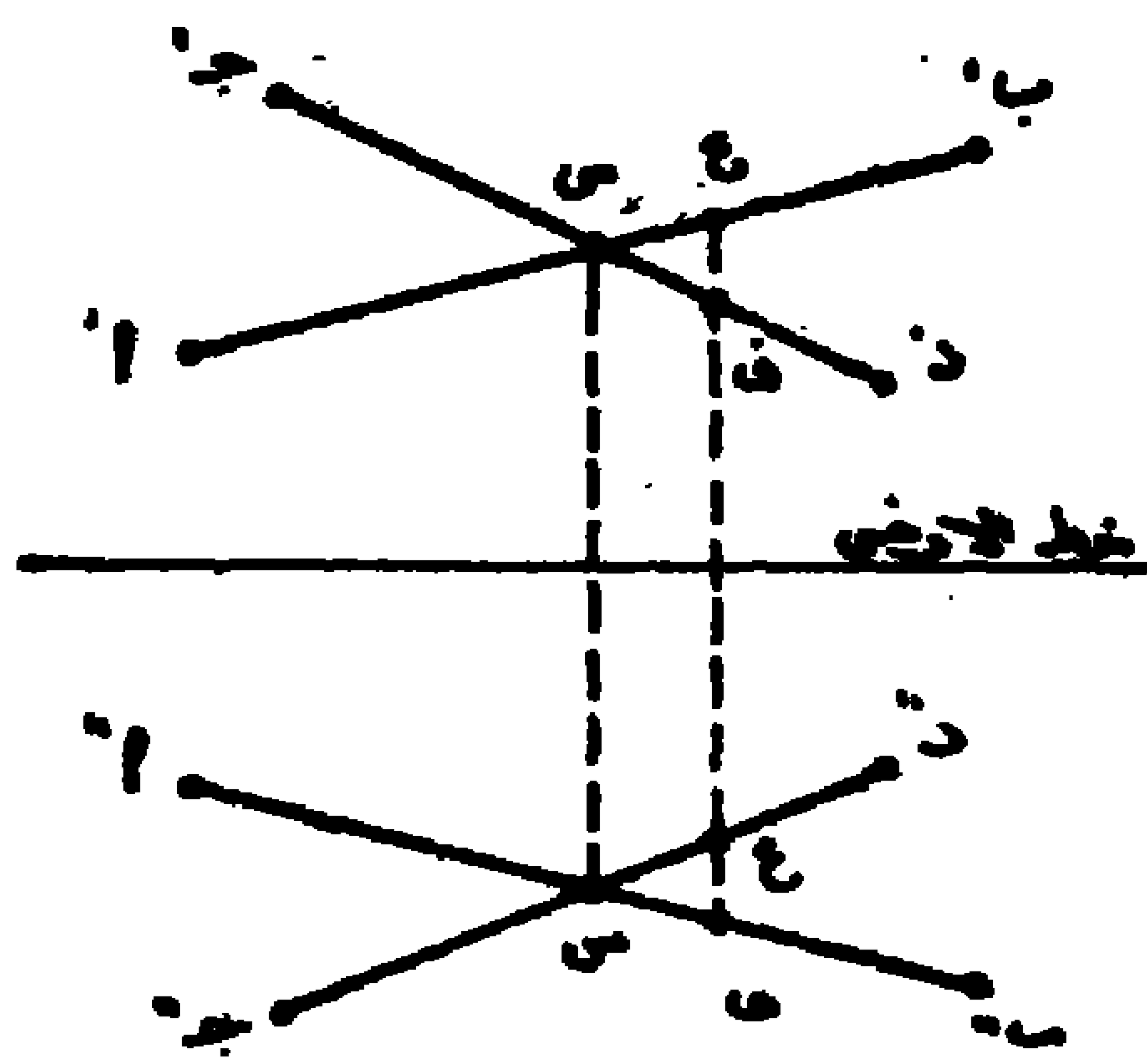
تقاطع المستقيمات

يقال عن المستقيمين اللذين بينهما نقطة مشتركة ، انهما مستقيمان متقاطعان . والمستقيمان المتقاطعان يقعان في مستوى واحد أو بعبارة اخرى لا يمكن امرار اكثر من مستو واحد بينهما .

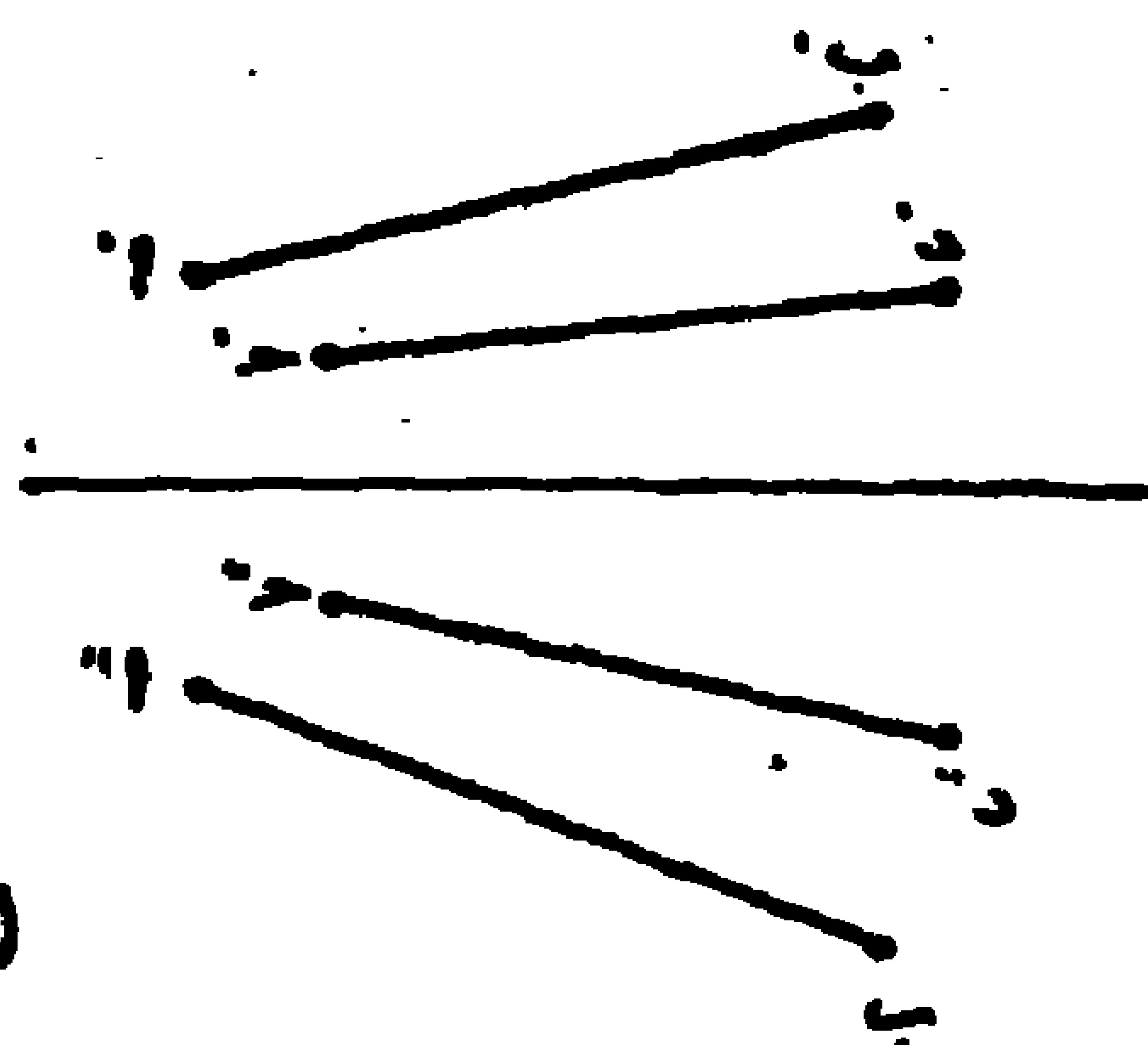
وقد تكون نقطة التقاطع قريبة ويمكن اظهارها في حدود الورقة كما في شكل (٧ أ) أو بعيدة ولا يمكن اظهارها ضمن حدود الورقة، ولكن يمكن الحصول عليها اذا امتد المستقيمان مسافة ما ، كما في شكل (٧ب) وبعيدة جدا بحيث لا يمكن وجودها مهما امتد المستقيمان ولكن يمكن معرفة وجودها في اللا نهاية وذلك لان مساقط المستقيمين متوازية في كل من مستويات الاسقاط ، وهكذا يكون المستقيمان الاصليان في الفراغ متوازيين وهما على كل حال واقعان في مستو واحد، وهو المستوى الوحيد الذي يمر بهما أو يحويهما . أنظر شكل (٧ حـ) .

أما المستقيمان غير المتقاطعين فليست بينهما نقطة واحدة مشتركة وقد تظهر مساقطهما في أحد مستويات الاسقاط الرئيسية وكأنهما متقاطعان ولكن تكون مساقطهما غير متقاطعة على استقامة تقاطعهما في المستوى السابق للاسقاط ، أي انهما غير متقاطعين وليس بينهما نقطة مشتركة ، أنظر الشكل (٧ د) . وقد يظهر المسقطان متوازيين في أحد مستويات الاسقاط الرئيسية كما في شكل (٧ هـ) . ولكنهما لا يكونان متوازيين في مستويي الاسقاط الآخرين ، مما يدل على ان المستقيمين غير متقاطعين ويعبر عنهما بأنهما مستقيمان متنافران .

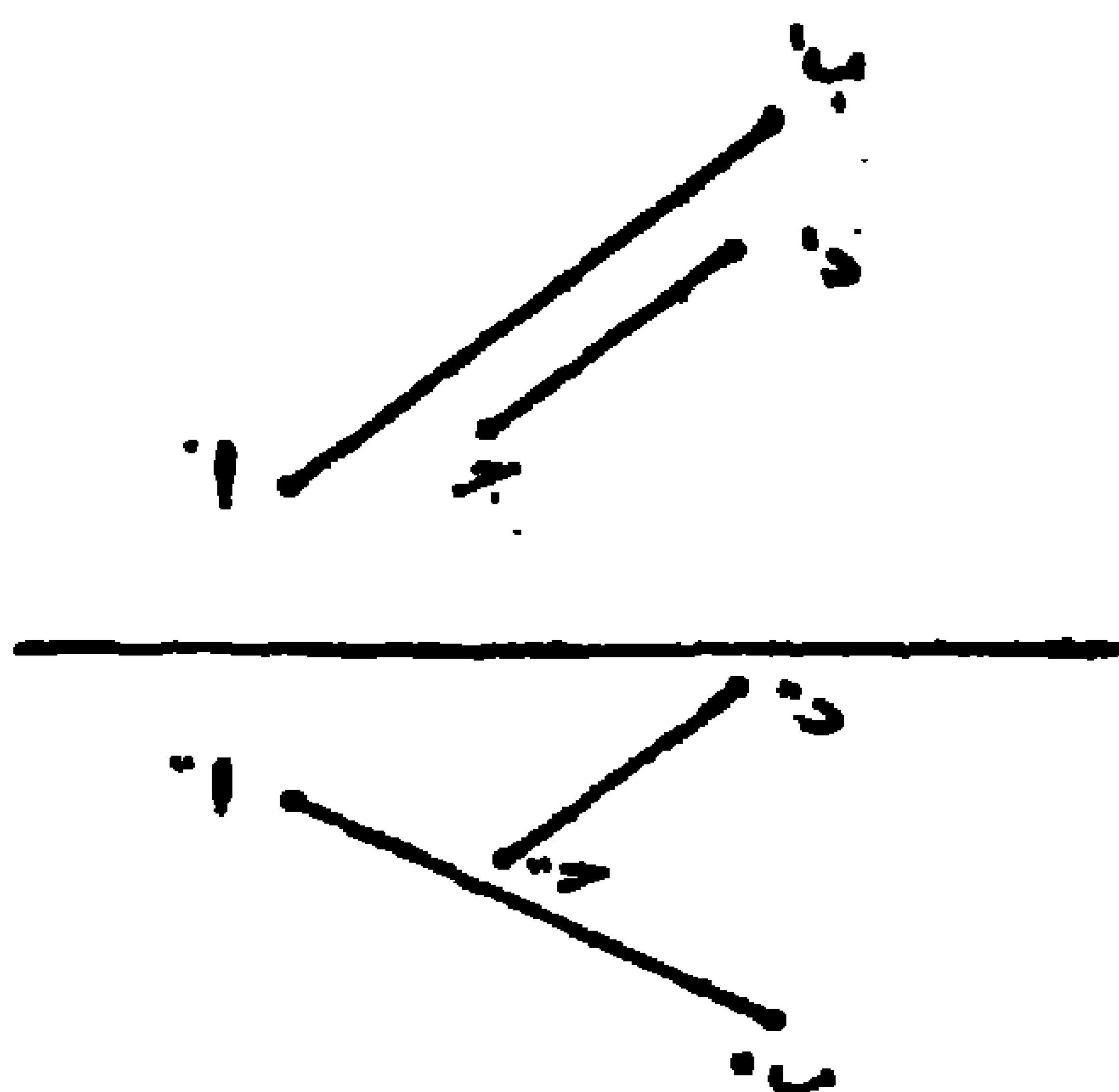
فالمستقيمان المتنافران هما مستقيمان لا يتلاقيان مهما امتدا أو ليست بينهما نقطة مشتركة كما في شكل (٧ د) وشكل (٧ هـ) أي أنهما مستقيمان لا يقعان في مستو واحد .



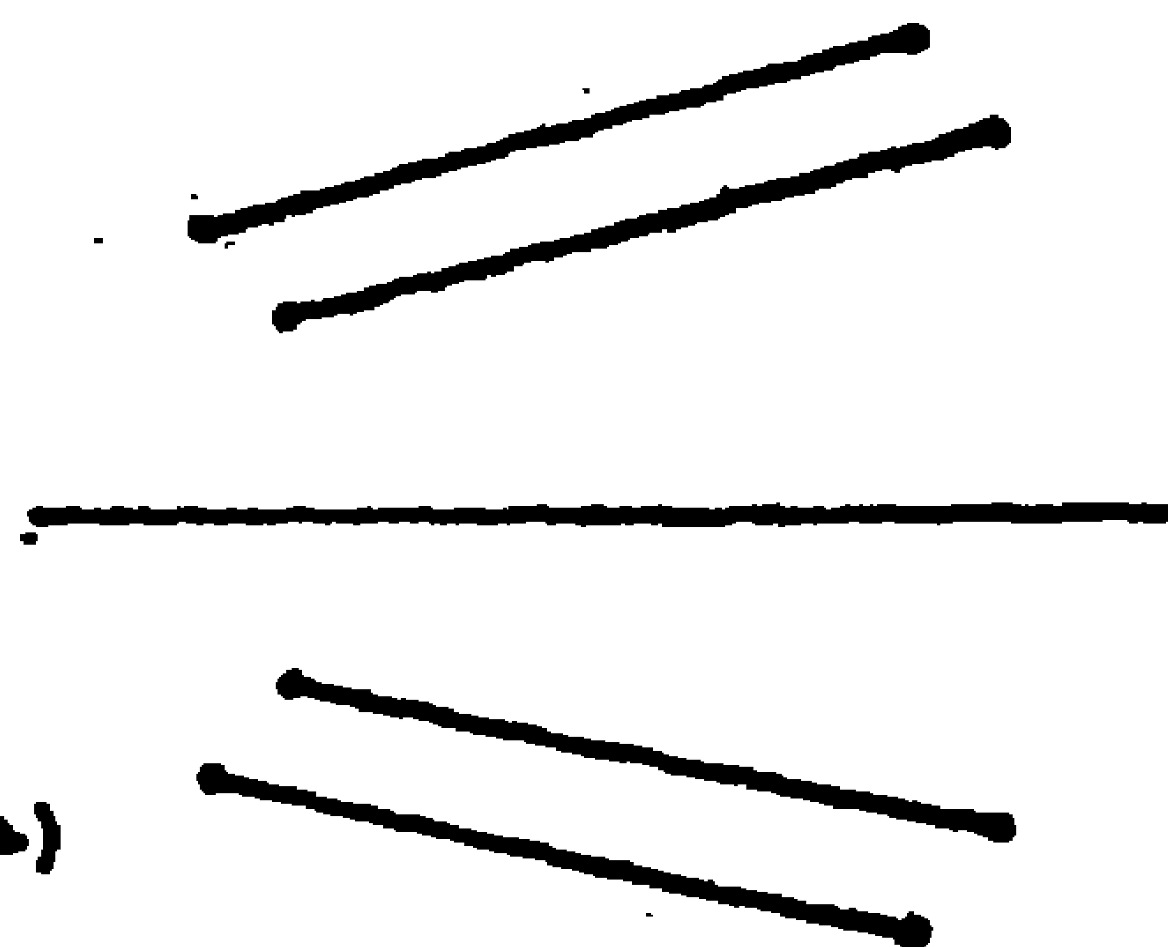
(أ) مستقيمان متقاطعان



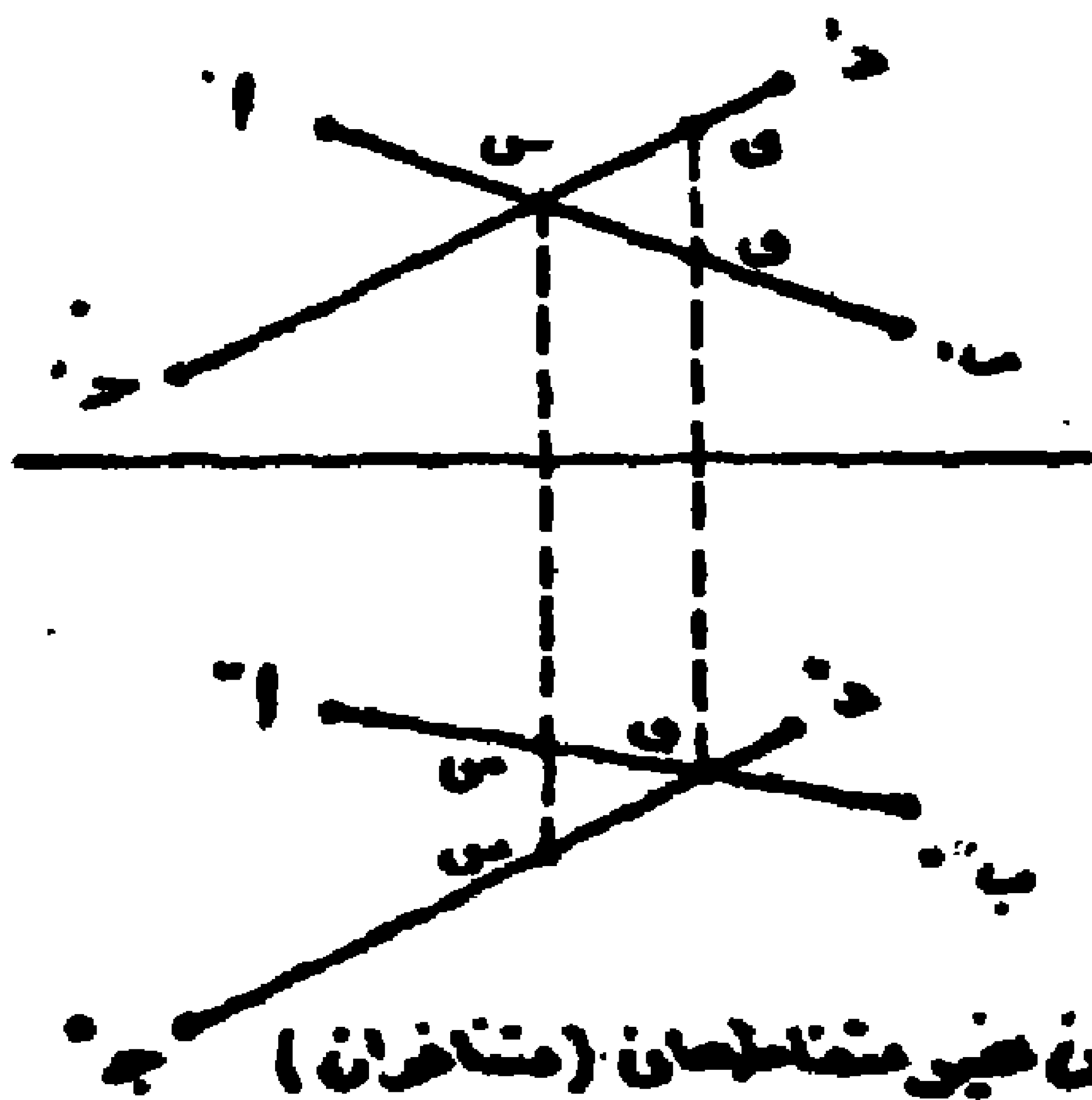
(ب) مستقيمان متقاطعان خارج حدود الرسم .



(هـ) مستقيمان غير متقاطعين (متخالفان)



(جـ) مستقيمان متوازيان .



(د) مستقيمان غير متقاطعان (متخالفان)

شكل (٧) المستقيمان المتقاطعان والمستقيمان غير المتقاطعين

تمارين عامة على المستقيمات

١ ــ مثل المستقيم أ ب اذا كانت احداثيات النقطتين أ و ب كما يلـــي :

النقطة أ (٤سم عن المستوى الافقي ، ٣سم عن الوجهي ، ٥سم عن الجانبي) .

النقطة ب (٨سم عن المستوى الافقي ، ٤سم عن المستوى الوجهي ، ٢سم عن الجانبي) .

٢ ــ عين المستقيمات ك ل ، م ن ، س ع ذات الاحداثيات الآتية:

ك (٦ ، ٧ ، ٣) ، ل (٢ ، ٥ ، ٧)

م (صفر ، ١٥ ، ٧) ، ن (٨ ، ــ ٣ ، صفر)

س (ــ٣،صفر،ــ١) ، ع (٥ ، ٢ ، ٢)

٣ ــ ما طول المستقيم أ ب ، والمستقيم جـ د اذا علمت ان احداثياتهما هي كما يلي :

أ (صفر ، ٨ ، ٩) ، جـ (صفر ، ــ ٨ ، ٨)

ب (٦ ، صفر ، ٢) ، د (٦ ، صفر ، ــ ٢)

٤ ــ مثل مستقيما وجهيا ، طوله ٦سم وبعده عن المستوى الوجهي = ٣سم ويصنع ٣٠ درجة مع الافق ، اذا كانت احدى نقاطه واقعة في المستوى الافقي للاسقاط ، وتبعد ٨ سم عن المستوى الجانبي .

٥ ــ حل المسألة السابقة اذا كانت النقطة الثانية منه واقعة في المستوى الجانبي للاسقاط .

٦ ــ مستقيم وجهي طوله ١٢ سم ، وبعده عن المستوى الوجهي = ٤سم وتقع احدى نقاطه في المستوى الافقي للاسقاط . المطلوب تمثيل المستقيم هذا ووجود بعده عن نقطة الاصل .

٧ ــ مثل مستقيمين افقيين طول احدهما ٤ سم والآخر ٧ سم ، ويصنع الاول ٣٠° مع المستوى الجانبي ، ويصنع الآخر ٤٥° مع المستوى الوجهي .

٨ ـ مثل مستقيما شاقوليا طوله ٨سم ، وتقع احـدى نقاطـه في المستوى الافقي للاسقاط ، ويبعد عن نقطة الأصل ٤ سم • كم جواب لهـذا السـؤال ؟

٩ ـ عين ثلاثة مستقيمات عمودية على المستوى الجانبي للاسقاط، وأطوالها هي ٤ سم ، ٨ سم ، ٦ سم بحيث يكون البعـد بين كل اثنين منها ٣ سم ، وبعد أقربها الى نقطة الأصل = ٢ سم •

١٠ ـ هل يقع المستقيمان أ ب ، حـ د في مستو واحد ؟

أ (٤ ، ٨ ، ٧) حـ (٤ ، ٣ ، ٤)

ب (٥ ، ٥ ، ٦) د (٣ ، ١ ، ٢)

١١ ـ مثل مستقيما جانبيا يصنع ٣٠° مع المستوى الوجهي ويبعد عن نقطة الاصل ١٠سم ، ويبعد عن المستوى الجانبي ٤سم •

١٢ ـ مثل مستقيما مارا من نقطة الاصل ، وتكون كافة نقاطـه متساوية البعد عن مستويات الاسقاط الثلاثة •

١٣ ـ ما همـا المستقيمان أ ب ، حـ د ؟ ما هي استنتاجاتك عـن مسـتويهمـا ؟

أ (صفر ، صفر ، ٢) حـ (صفر ، صفر ، ٤)

ب (صفر ، صفر ، ٦) د (صفر ، صفر ، ٣)

١٤ ـ مثل المستطيل الشاقولي أ ب حـ د ، الذي يقع أحد أضلاعه (أ ب) في المستوى الافقي وطوله ٤سم ، ويصنع ٣٠ درجة مع المستوى الجانبي ، وطول ب حـ = ٨ سم •

١٥ ـ ارسم المساقط الثلاثة للمستقيم ك ل ، اذا كانت ل واقعـة على مستقيم تقاطع المستويين الوجهي والجانبي ، وتبعد ٤ سـم عـن المستوى الافقي ، ومسقطه الافقي يصنع ٤٥ درجـة مـع خط الارض ومسقطه الوجهي ٣٠ درجة مع خط الارض ، أما نقطة ك فتبعد ٥ سـم عن المستوى الافقي •

١٦ ــ مثل المثلث ح ط ي ــ اذا كانت نقطة ح (٥ ، ٦ ، ٢) ونقطة ط (٣ ، ١ ، ٢) والمستقيم ط ي مستقيم وجهي طوله ٦ سم ويصنع مع المستوى الافقي ١٥ درجة •

١٧ ــ ارسم المساقط الثلاثة للمستوى هـ و ز الذي ترتكز قاعدته هـ و على المستوى الافقي وطولها ٥ سم وميلها عن المستوى الجانبي يساوي ٣٠ درجة • ونقطة هـ تبعد ٢ سم عن كل من المستويين الشاقوليين • والضلع و ز يوازي المستوى الوجهي ويميل ٣٠ درجة عن الافق ، وتقع نقطة ز على المستوى الجانبي •

١٨ ــ أوجد مساحة المستطيل ق ر ش ت وما هي صفاته اذا كانت:
ق (صفر ، ٣ ، ٦) ر (صفر ، ٦ ، ٣) ش (٧ ، ٧ ، ٣)

١٩ ــ اوجد مساحة الدائرة التي قطرها س ع اذا كانت :
س (٤ ، ــ ٢ ، ٣) ع (٩ ، ٢ ، ٣)
المطلوب تمثيل الدائرة هذه في مستويات الاسقاط الرئيسية •

٢٠ ــ هل يقع المضلع س ع ف ص في مستو واحد ؟ واذا كان الجواب بالايجاب فما هي مساحته ؟ س (١ ، ١ ، صفر) ع (٢ ، ٣ ، ١) ف (٤ ، ١ ، ٣) ص (٥ ، صفر ، ٤) •

٢١ ــ المعلوم مستقيم بمسقطيه ، المطلوب تعيين نقطة عليه بحيث تبعد عن المستوى الوجهي بقدر بعدها عن المستوى الجانبي للاسقاط •

٢٢ ــ المعلوم مستقيم وجهي ، المطلوب تعيين نقطة عليه بحيث يكون بعدها عن المستوى الوجهي بقدر نصف بعدها عن المستوى الافقي •

٢٣ ــ هل يتقاطع المستقيمان س ع ، ف ص ؟ اذا كان الجواب بالايجاب فجد نقطة تقاطعهما ، وما هي ملاحظاتك ؟
س (ــ ٢ ، ١ ، ٢) ع (ــ ٦ ، ٣ ، ٦)
ف (١ ، ــ ٢ ، ٢) ص (٢ ، ــ ٤ ، ٤)

٢٤ ـ هـل يتوازى المستقيمان ك ل ، م ن ؟ اذا كان الجـواب بالايجاب فما المسافة بينهما ؟ واذا كان الجواب بالنفي فمرر من النقطة ك مستقيما موازيا للمستقيم م ن وجد المسافة بين المستقيمين المتوازيين.

ك (٣ ، ٣ ، ٢)　　　ل (٣ ، ٢ ، ٥)

م (١ ، ١ ، ١)　　　ن (١ ، ١ ، ٦)

٢٥ ـ المعلوم المستقيم أ ب بأحداثيات نقاطه أ (٢ ، ٨ ، ٥) و ب (٤ ، ٣ ، ٧) والمطلوب ١ ـ تعيين نقطة عليه يكون بعدها عن المستوى الافقي = ١/٢ بعدها عن المستوى الجانبي ٢ ـ رسم مستقيم يوازيه ويمر بنقطة الاصل .

٢٦ ـ هل يمكنك معرفة وضعية المستقيمين أ ب ، جـ د بالنسبة الى بعضهما او بالنسبة الى مستويات الاسقاط الرئيسة بدون رسم ؟

أ (٢ ، ١ ، ٢) سم　　　جـ (١ ، ٢ ، ٤) سم

ب (٤ ، ١ ، ٢) سم　　　د (٦ ، ٢ ، ٤) سم

الجواب : ١ ـ شاقوليان ٢ ـ ؟

٢٧ ـ هل يمكنك معرفة وضعية المستقيمين أ ل ، س ص بالنسبة الى مستويات الاسقاط وبدون رسم ؟

أ (١ ، ١ ، ١) سم　　　س (٢ ، ١ ، ٢) سم

ل (١ ، ١ ، ٦) سم　　　ص (٢ ، ١ ، ٥) سم

الجواب : عموديان على المستوى الجانبي ويبعدان بنفس البعد عن المستوى الوجهي .

الفصـــــل الرابـع

تمثيل المســتوى

المستوى هو السطح الذي يمكن توصيل أية نقطتين فيـه بخط مستقيم وتقع كافة نقاط هذا المستقيم على هذا السطح •

ويجب ان تتذكر ان ليس للمستوى حدود لانه يعتبر من الناحية النظرية ممتدا في الفراغ وبجميع الاتجاهات الى اللا نهاية ، ولكن تحدد احيانا مساحة مستو ما بخطوط او مستقيمات ليمكن تصوره أو اظهاره أو اظهار بعض نقاطه وحدوده ضمن مستوى الورقـــة ، وهــذا ليس صحيحا من الناحية النظرية ولكنه للتوضيح فقط •

تمثيل المستوى : يقصد بتمثيل المســتوى بصورة خاصـة تعيين مستقيمات تقاطعه مع مستويات الاسقاط الرئيسة الثلاثة ، وقد يمثـل المستوى أحيانا اذا علم منه ما يلي لاحظ الشكل (٨ أ) •

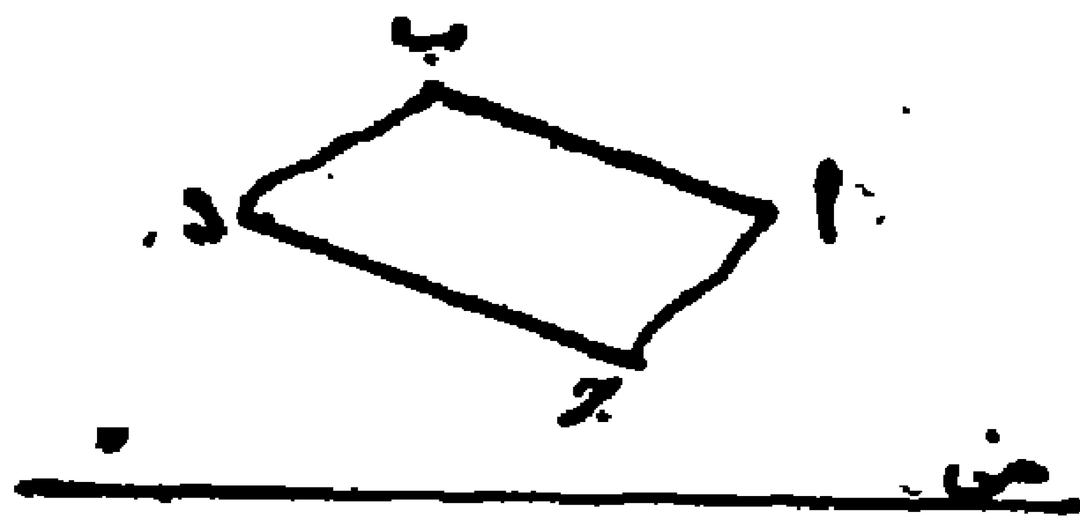
١ ــ اذا علم منه ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة ان وصلنا بين كل اثنتين منهما تكون مثلثا •

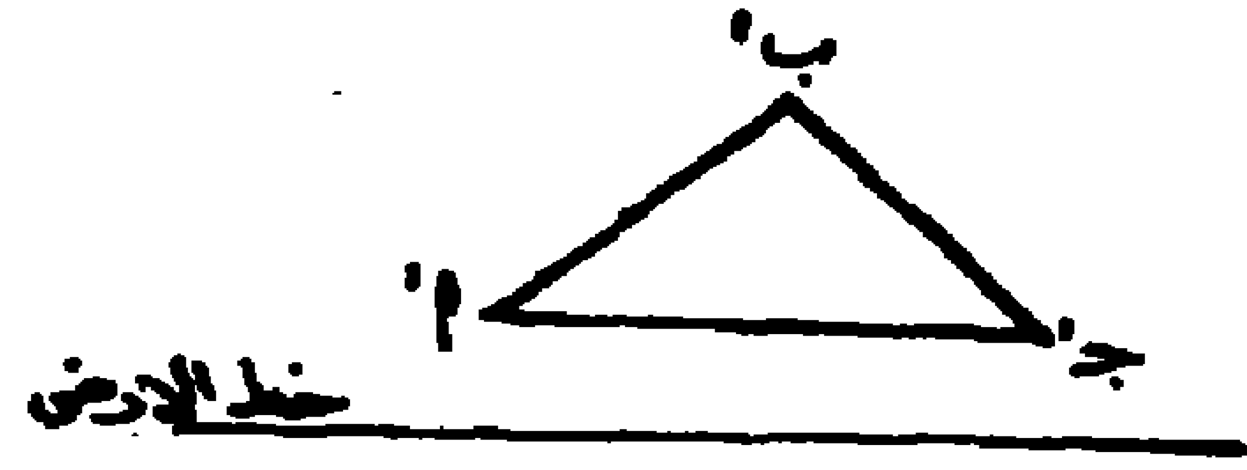
٢ ــ اذا علم منه مستقيمان متقاطعان فان وصلنا أو مددنا أحدهما حتى يقطع الآخر فانهما يحددان أو يعينان نقطة تقاطعهمـا الواقعـة في نفس مستويهما •

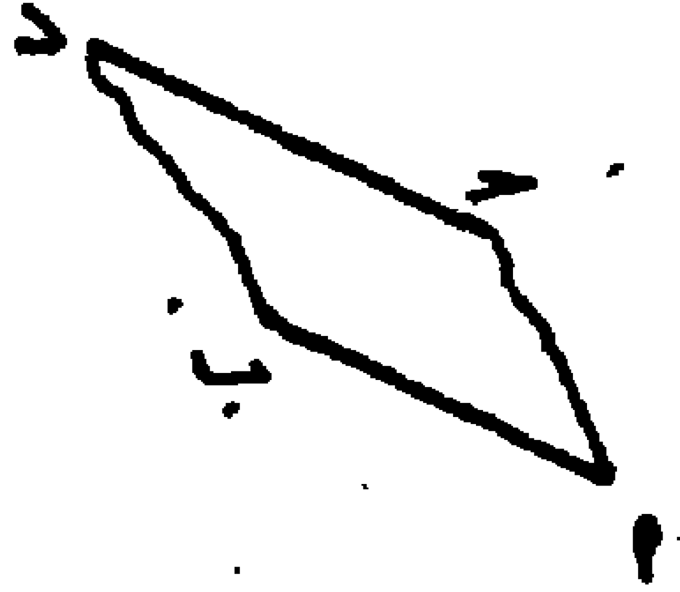
٣ ــ اذا علم مستقيمان متوازيان منه •

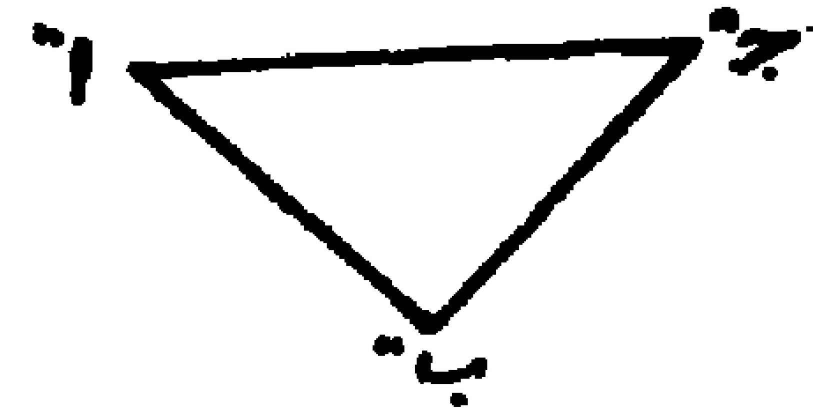
٤ ــ اذا علم منه مستقيم ونقطة خارج هذا المســتقيم ، وذلـك بايصال نقطتين من المستقيم مع النقطة الخارجة بمستقيمين لسهولة تكوين أو تحديد المثلث • ويجب ان تتذكر ان النقطة الخارجة عنه هي نقطـة مســـتقلة في الاصـل •

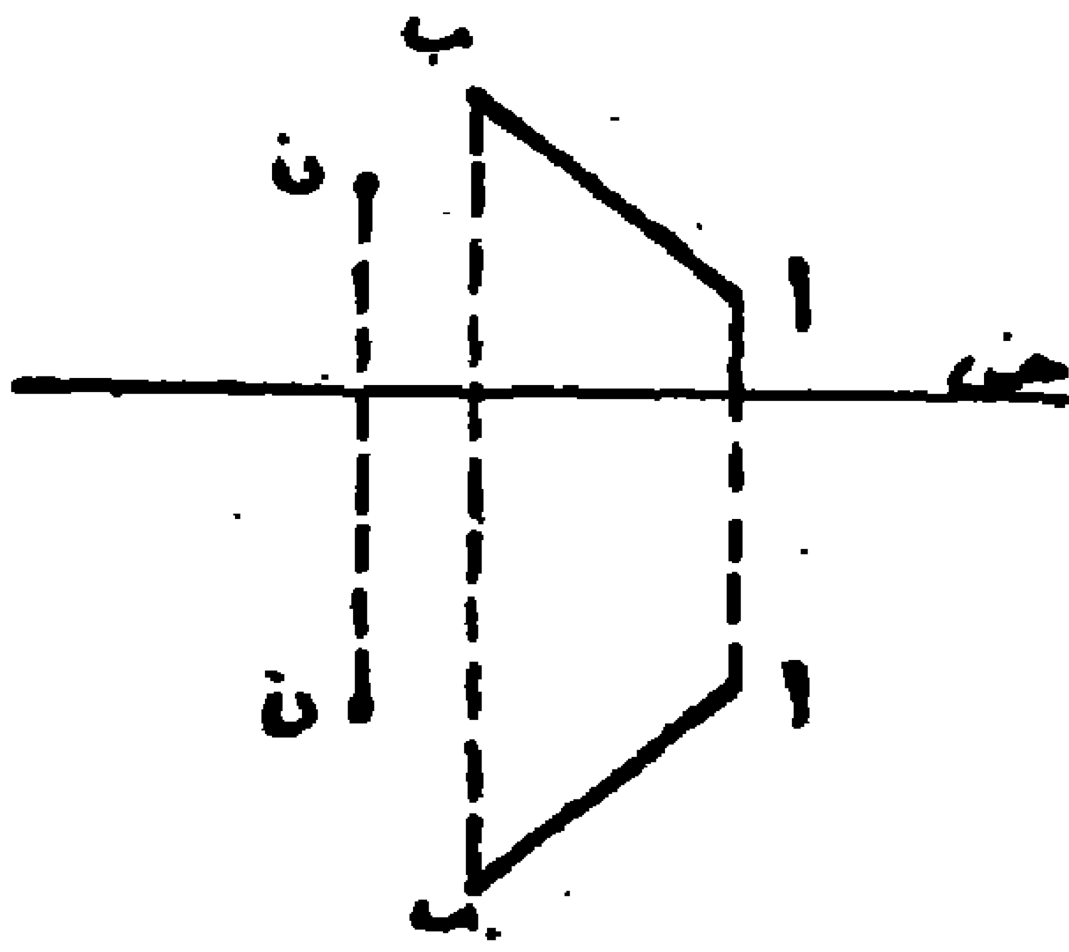
آثار المستوى : هي مستقيمات تقاطعـه مع مستويات الاســقاط الرئيسة، وهذه المستقيمات هي آثار المستوى الافقي والوجهي والجانبي

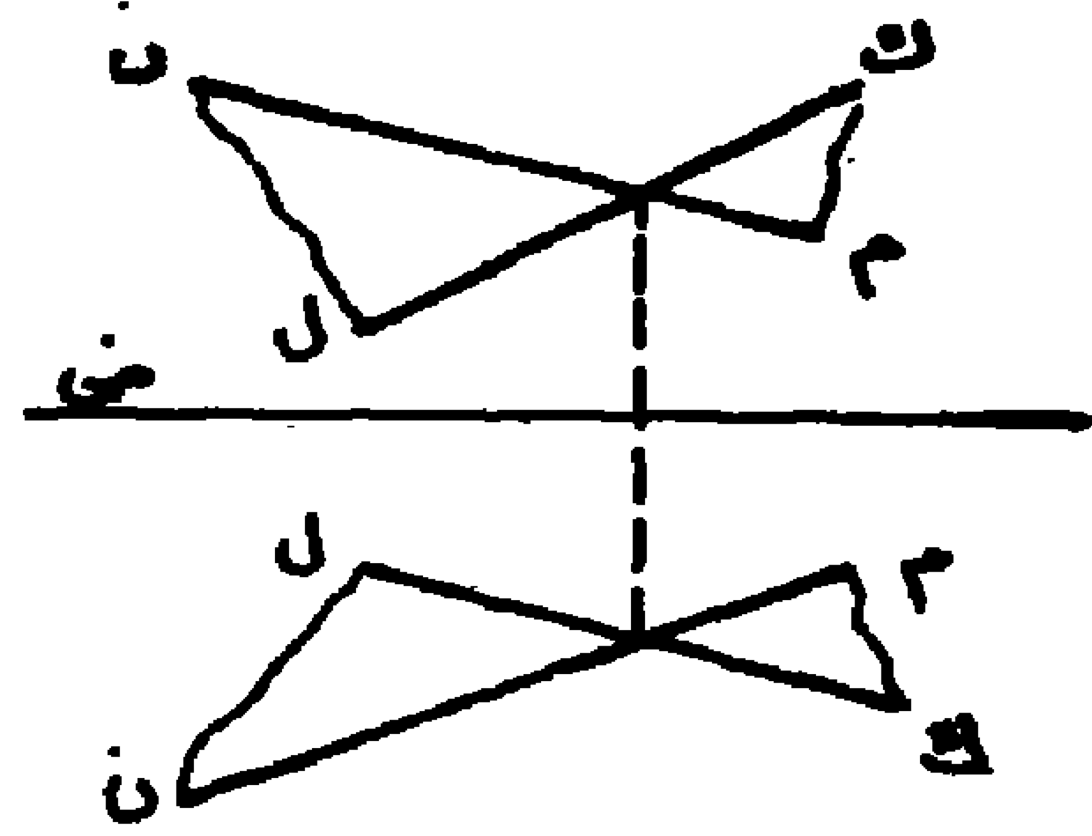




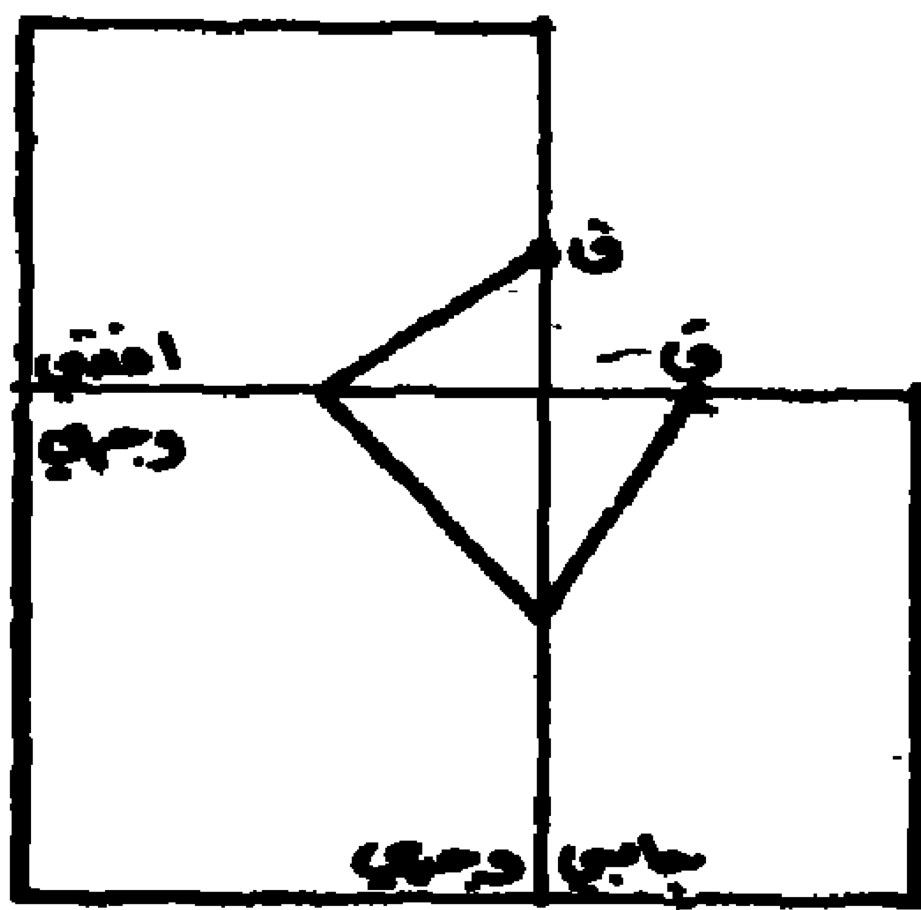


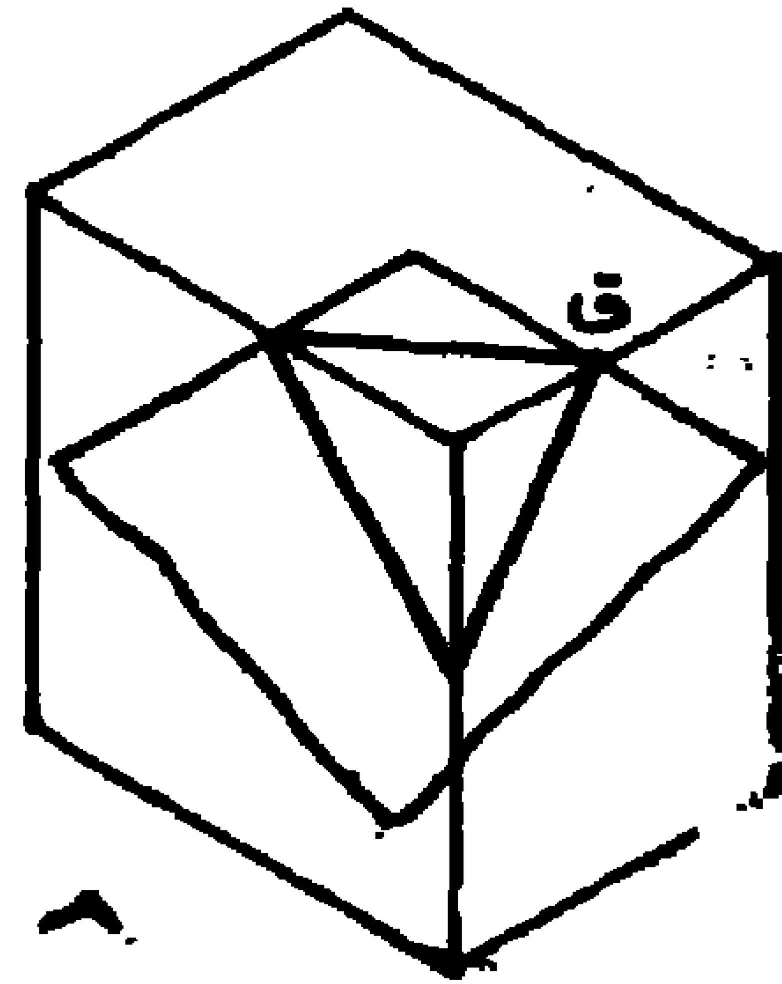






شكل (٨أ) تمثيل المستوي المعلوم





شكل (٨ب) آثار مستوي في وضع عام

على مستويات الاسقاط الافقي والوجهي والجانبي على التناظر ، وسنرمز للاثر بحرف ث فالاثر الافقي مثلا يرمز له بالرمز ثَ وهكذا٠٠ انظر لشكل (٧ ب) ٠ يلاحظ في الشكل المذكور تمثيل مستو في وضع عام ، ويلاحظ ان كل أثرين من آثاره يلتقيان على مستقيم تقاطع مستويين رئيسيين في نقطة واحدة ٠

وبما أن اثري المستوى الافقي هو مستقيم واقع في مستوى الاسقاط الافقي ، فأن مسقط هذا المستقيم ينطبق على خط الارض ، وكذلك فأن الاثر الوجهي للمستوى هو مستقيم واقع في مستوى الاسقاط الوجهي ، اذن ينطبق مسقطه على خط الارض أيضا٠ ويستنتج من هذه الطريقة في التمثيل انها حالة من حالات تمثيل المستوى بمستقيمين معلومين متقاطعين ، لان الاثرين هما مستقيمان واقعان في المستوى الاصلي ، ويلاحظ كذلك ان طولي الاثرين غير محدودين اذ يجوز مد المستوى ومن ثم المستقيم الذي فيه في الفراغ الى اللا نهاية من جميع الجهات ٠

نظرية : ان اثري مستو على مستويي الاسقاط الوجهي والافقي يجب ان يلتقيا في نقطة مشتركة على خط الارض ، أو يكونا منطبقين على خط الارض ، أو متوازيين وكل منهما يوازي خط الارض ٠

الحل : من تعريف الاثر الوجهي نعلم انه مستقيم مشترك بين المستوي المعلوم وبين المستوي الوجهي للاسقاط ٠

وكذلك الاثر الافقي لمستو هو مستقيم مشترك بينه وبين المستوي الافقي للاسقاط ٠ اذن يجب ان يلتقي الاثران في نقطة مشتركة بين المستويات الثلاثة ، أي المستوى المعلوم والمستوى الافقي للاسقاط والمستوي الوجهي للاسقاط ٠

وبما ان خط الارض هو مستقيم مشترك بين المستويين الافقي والوجهي ، اذن يجب ان تقع النقطة المذكورة عليه ٠

فأن لم يتقاطع الاثران على خط الارض ، يجب ان يكونا موازيين له ، أو منطبقين عليه ، ولا يجوز في أي حال من الاحوال أن يكون احد الاثرين موازيا لخط الارض والآخر يقطعه (لماذا ؟)

اوضاع المستوي

١ ـ المستوي في وضع عام :

ويظهر كما في الشكل (٨ ب)، اذ تظهر الآثار بميل عن خط الارض وعن مستقيمات الطي الاخرى ، وهذا الميل أو الزاوية لا تساوي الزوايا الاخرى التي يصنعها المستوى الفراغي مع مستويات الاسقاط الرئيسية، ولكنها هي الزوايا التي تصنعها آثار المستوى مع مستقيمات الطي •

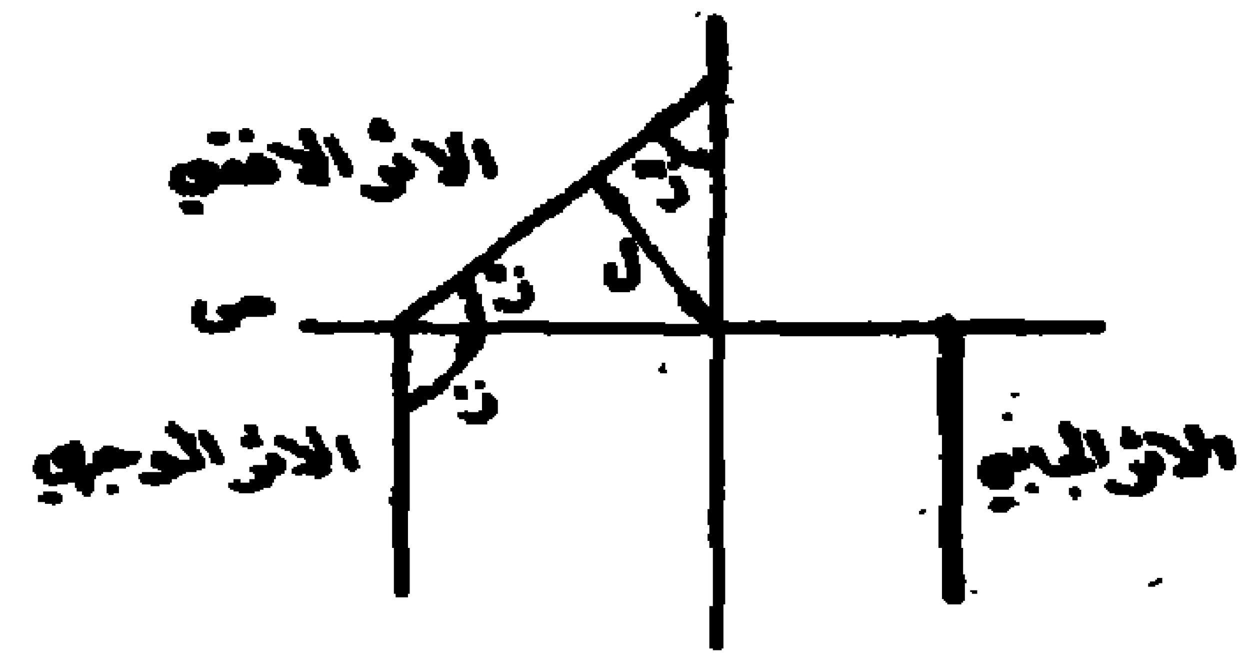
وكذلك فأن جميع النقط الواقعة في المستوي لا تقع مساقطها على الآثار الا اذا كانت النقطة هي احدى نقاط الاثر أو الآثار • وفي هذه الحالة لا يمكن معرفة بعد المستوي عن نقطة الاصل في المرحلة الحالية •

٢ ـ الحالات الخاصة :

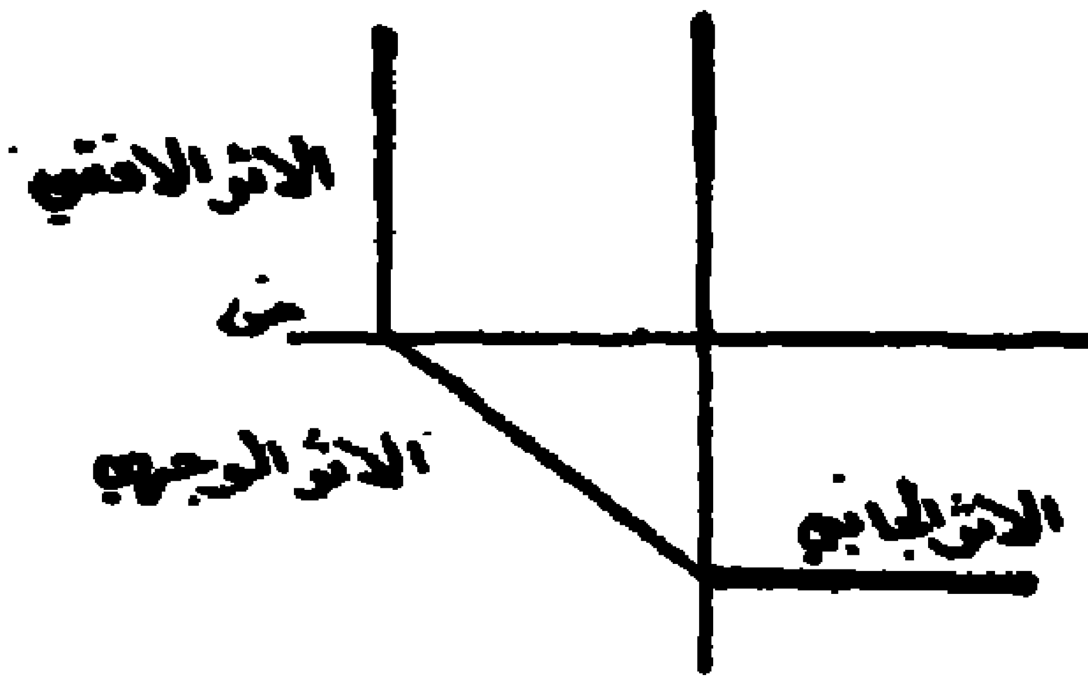
وفيما يلي أهم الحالات الخاصة للمستوي : ـ

آ ـ اذا كان المستوي شاقوليا ـ أي عموديا على المستوي الافقي للاسقاط وهو يكون زاوية معينة مع المستوي الوجهي • انظر الشكل (٩ أ) فيظهر أثر المستوي الوجهي عموديا على خط الارض والافقي يشكل زاوية تساوي الزاوية التي يصنعها المستوي مع المستوي الوجهي • أما الزاوية التي يكونها المستوي مع مستقيم تقاطع المستويين الافقي والجانبي ، فتساوي نفس الزاوية التي يصنعها المستوي المعلوم مع المستوي الجانبي، ويرمز للزاوية الاولى بالرموز زَ وللاخريين زً ، زٌ على التناظر • ويلاحظ أن أثري المستوي الوجهي والجانبي متوازيان • ويمكن معرفة بعد المستوي عن نقطة الاصل في هذه الحالة •

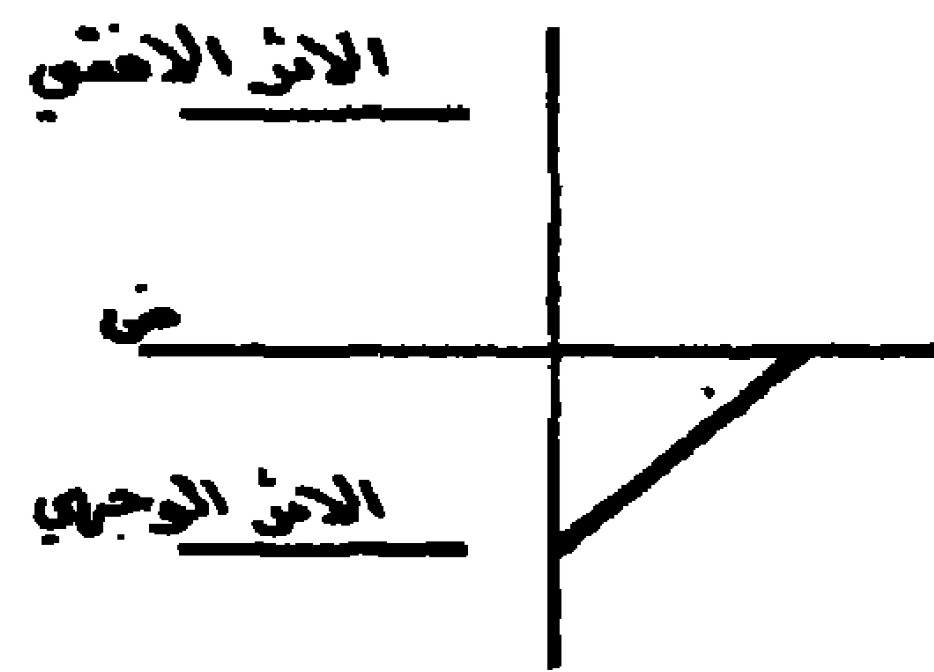
ٰ كان المستوي عموديا على المستوي الوجهي ، فيظهر الاثر فقي عموديا على خط الإرض والاثر الجانبي عموديا على مستقيم تقاطع المستوي الوجهي والجانبي لاحظ الشكل



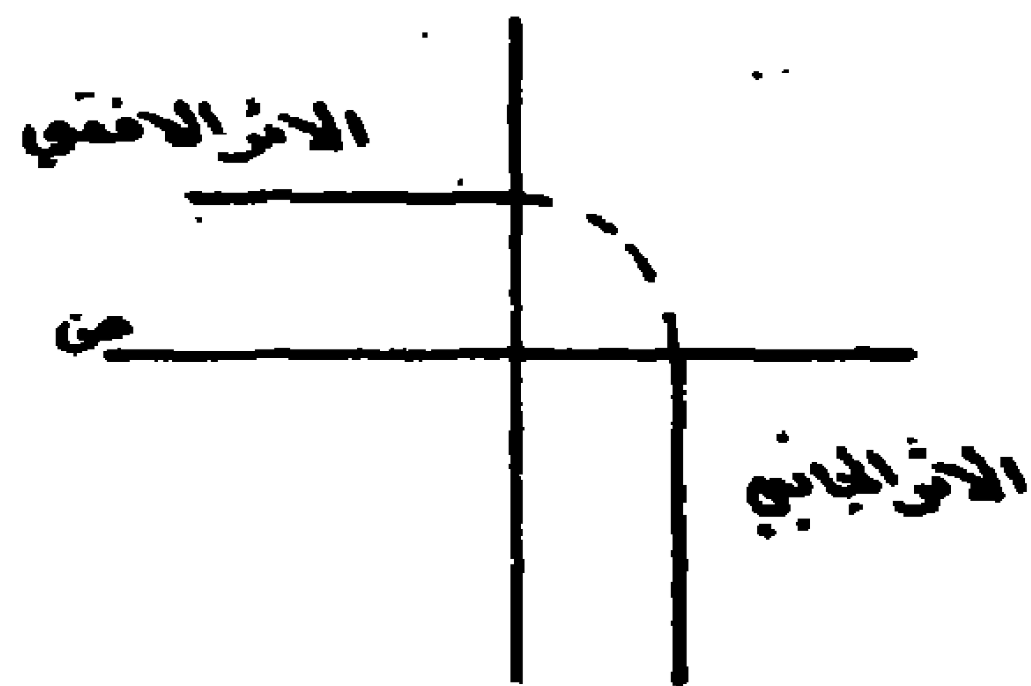
(أ) مستوى شاقولي



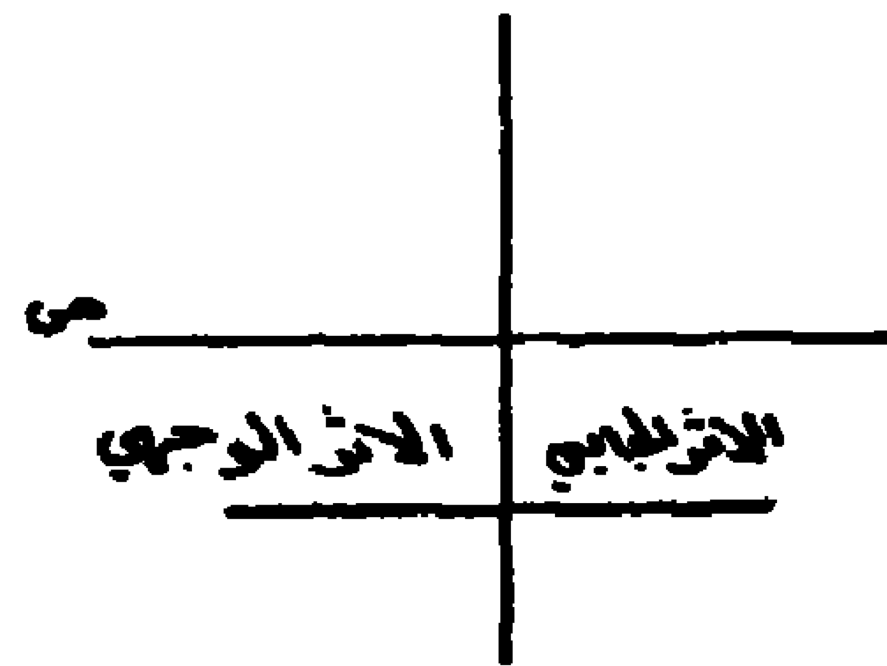
(ب) مستوى عمود على المستوى الوجهي للاسقاط



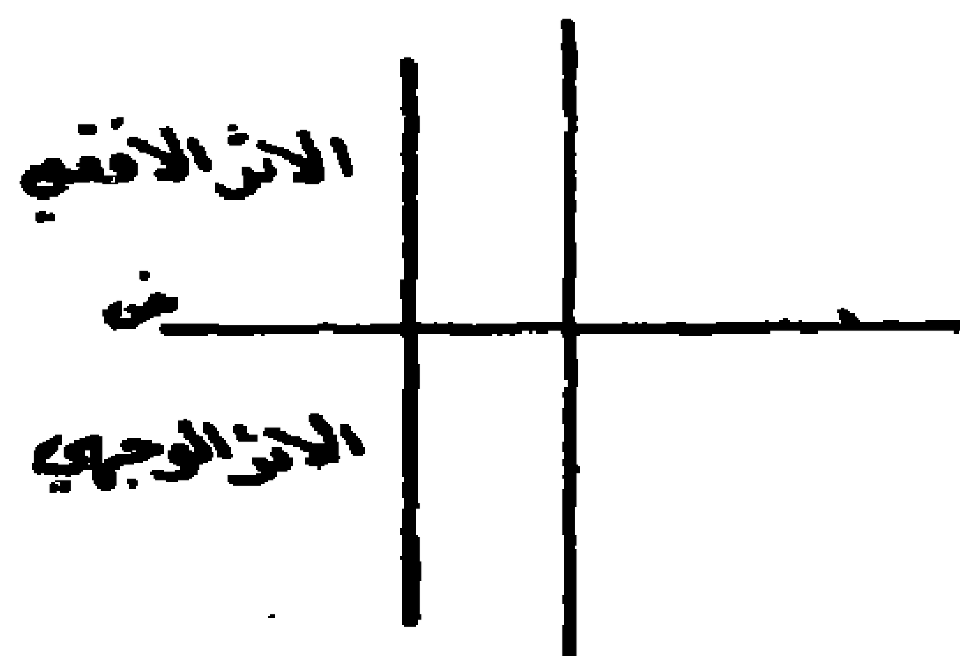
(جـ) مستوى عمود على المستوى الجانبي للاسقاط



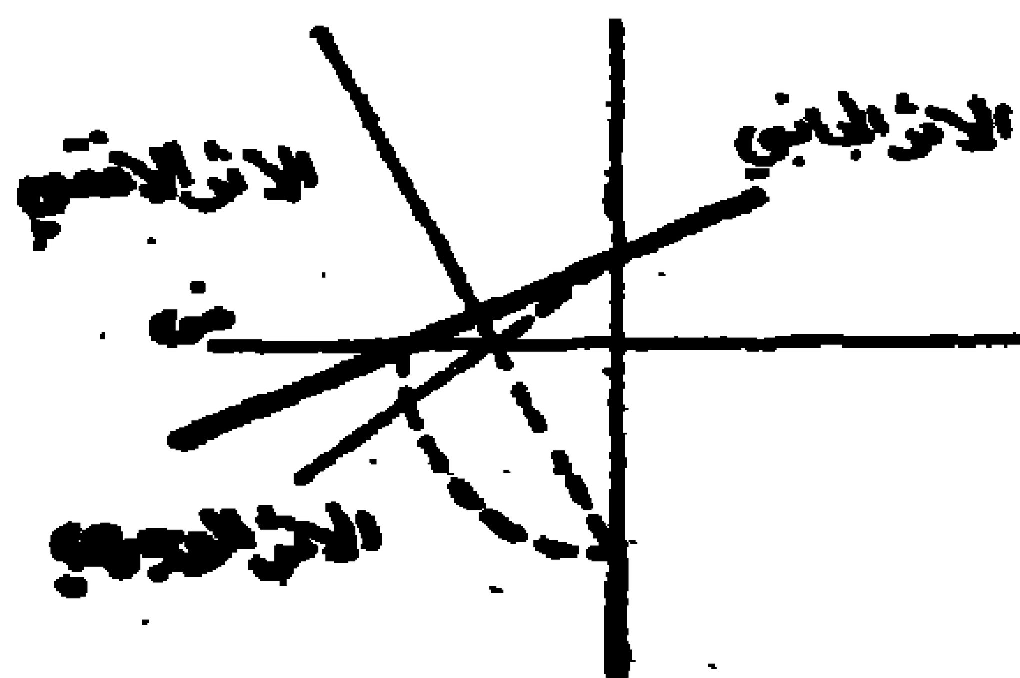
(د) مستوى وجهي



(هـ) مستوى أفقي



(و) مستوى جانبي



(ز)

شكل (٩) الحالات الخاصة للمستوي

(٩ ب) حيث تظهر الزوايا التي يصنعها المستوي مع مستويات الاسقاط الرئيسة بصورة واضحة • هل يتوازى الاثران الافقي والجانبي ؟ لماذا ؟ أما ميل الاثر الوجهي على خط الارض فيساوي الزاوية التي يشكلها المستوي الخاص هذا مع المستوي الافقي للاسقاط • وكذلك يمكن معرفة بعد المستوي عن نقطة الاصل في هذه الحالة •

جـ ـ اذا كان المستوي عموديا على المستوي الجانبي ، يظهر الاثران الافقي والجانبي متوازيين ـ انظر الشكل (٩ جـ) ولاحظ الزوايا التي يصنعها المستوي مع مستويات الاسقاط • ما هو بعد المستوي عن نقطة الاصل ؟

د ـ اذا كان المستوي عموديا على مستوى الاسقاط الجانبي والافقي ، فيستنتج من ذلك ان المستوي مواز للمستوي الوجهي (لماذا) انظر الشكل (٩ د) •
ففي هذه الحالة يظهر للمستوي أثران فقط ولا يظهر أثره الوجهي لانه مواز للمستوى الوجهي ، ويتقاطعان كلاهما في اللانهاية • ويمثل بعد الاثرين الظاهرين عن مستقيم تقاطع المستويين الوجهي والجانبي من جهة ومستقيم تقاطع المستوي الوجهي والافقي من جهة اخرى المسافة بين المستوي المعلوم والمستوي الوجهي للاسقاط ويظهر كذلك ميل المستوي عن مستويات الاسقاط الرئيسية •

هـ ـ اذا كان المستوي عموديا على مستويي الاسقاط الوجهي والجانبي ، فيكون اذن موازيا للمستوي الافقي • ولا يظهر أثر المستوي الافقي ، بل يظهر الاثران الآخران فقط • انظر الشكل (٩ هـ)

و ـ اذا كان المستوي جانبيا أي عموديا على كل من المستويين الافقي للاسقاط والمستوي الوجهي للاسقاط في الوقت نفسه ، فيظهر الاثران الوجهي والافقي على استقامة واحدة

وكلاهما عمودي على خط الارض • انظر الشكل (٩ و) •
ومن الواضح معرفة بعد المستوي عن المستوي الجانبـي للإسـقاط •

هنالك حالات خاصة يستحسن ان يقوم الطالب بحلهـا وهي : ـ

١ ـ المستوى يمر بمستقيم تقاطع المستوى الوجهي للاسقاط والمستوى الافقي للاسقاط •

٢ ـ المستوى يمر بمستقيم تقاطع المستوى الوجهي للاسقاط والمستوى الافقي للاسقاط •

٣ ـ المستوى يمر بمستقيم تقاطع المستوى الجانبي للاسقاط والمستوى الافقي للاسقاط •

٤ ـ المستوى يمر بنقطة الاصل • وتوجد ما لا نهاية من الوضعيـات لهذه الحالـة •

نظريـة : اذا وقع مستقيم في مستو معلوم ، فيجب ان يقع اثره الوجهي على الاثر الوجهي للمستوى ويقع اثره الافقي على الاثر الافقي للمستوى وهكذا يقال عن الاثر الجانبي •

المفروض : المستوى المعلوم باثريه انظر الشكل (١٠ أ) والمستقيم أ ب واقـع فيه •

المطلوب اثباته : ان الاثر الوجهي للمستقيم يقع على الاثر الوجهي للمستوي وكذلك يقال عن الاثرين الافقي والجانبي •

البرهان : بما ان اثر المستوى الوجهي هـو مستقيم مشترك بين المستوي المعلوم والمستوي الوجهي للاسقاط •

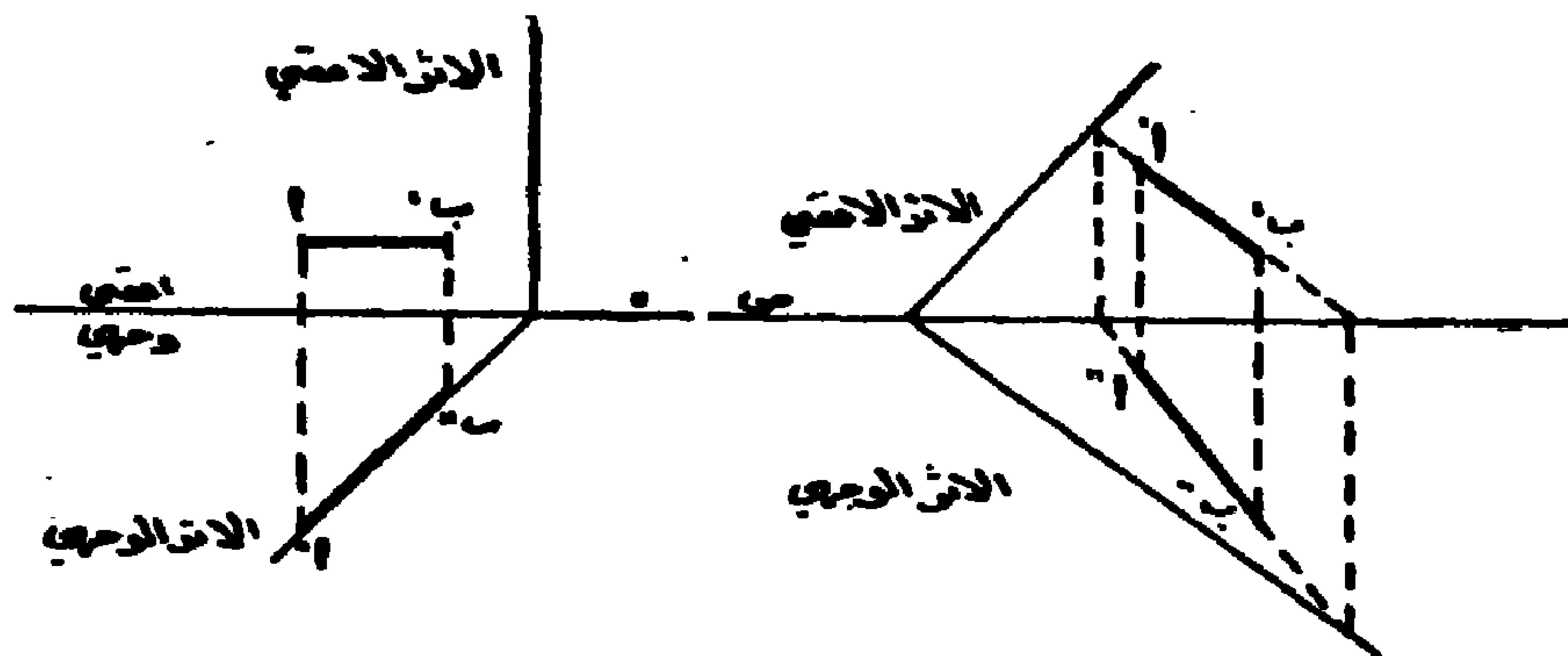
اذن يجب ان تقع عليه كافة النقاط المشتركة بين المستوي المعلوم والمستوي الوجهي • واثر المستقيم الوجهي هو نقطـة مشتركـة بين المستقيم المعلوم والمستوي الوجهي • وحيث ان المستقيم واقع في المستوي المعلوم « بالفرض » •

اذن تكون جميع نقطه واقعة في ذلك المستوي ، ومن ضمنها اثره الوجهي ٠

ويستنتج بان هـذا الاثر « او النقطة » مشترك بين المستويين ، الوجهي والمعلوم ، اي انه واقع على الاثر الوجهي للمستوي المعلوم ٠

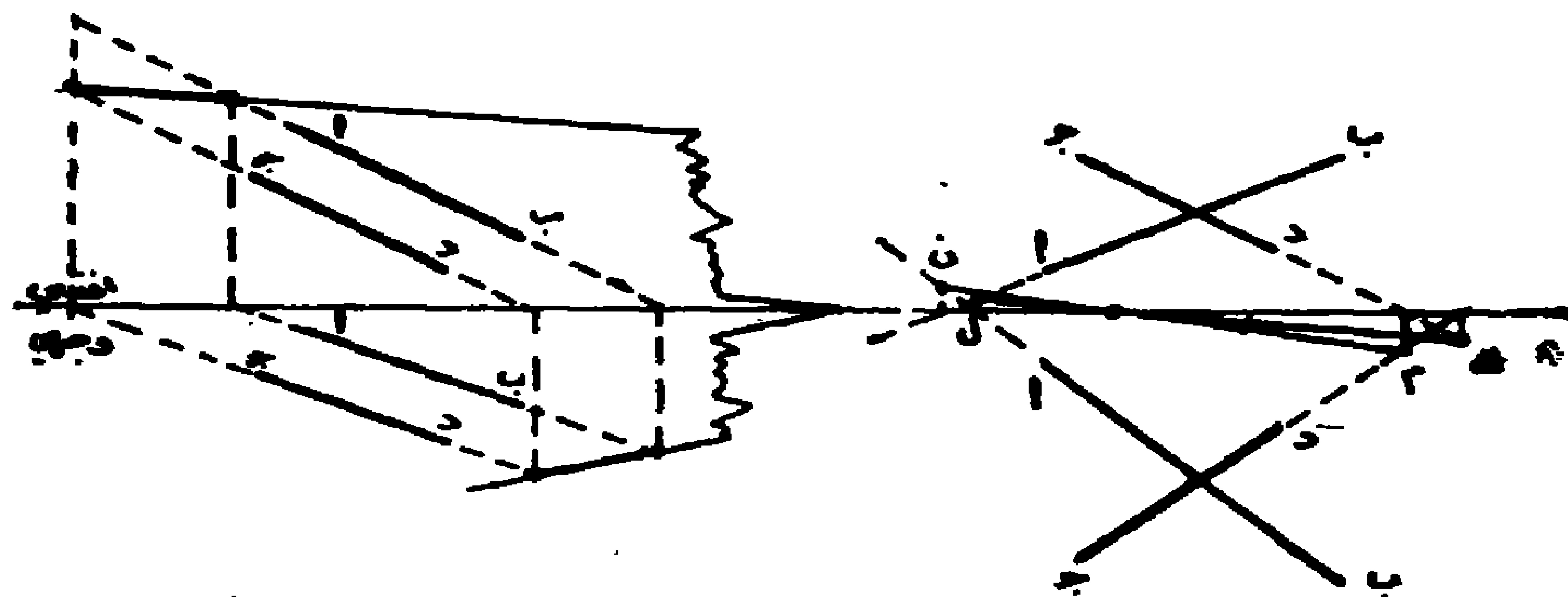
وبنفس الطريقة يبرهن على ان اثري المستقيم الافقي والجـانبي يقعان على اثري المستوي الافقي والجانبي على التوالي ٠

(وهو المطلوب) ٠



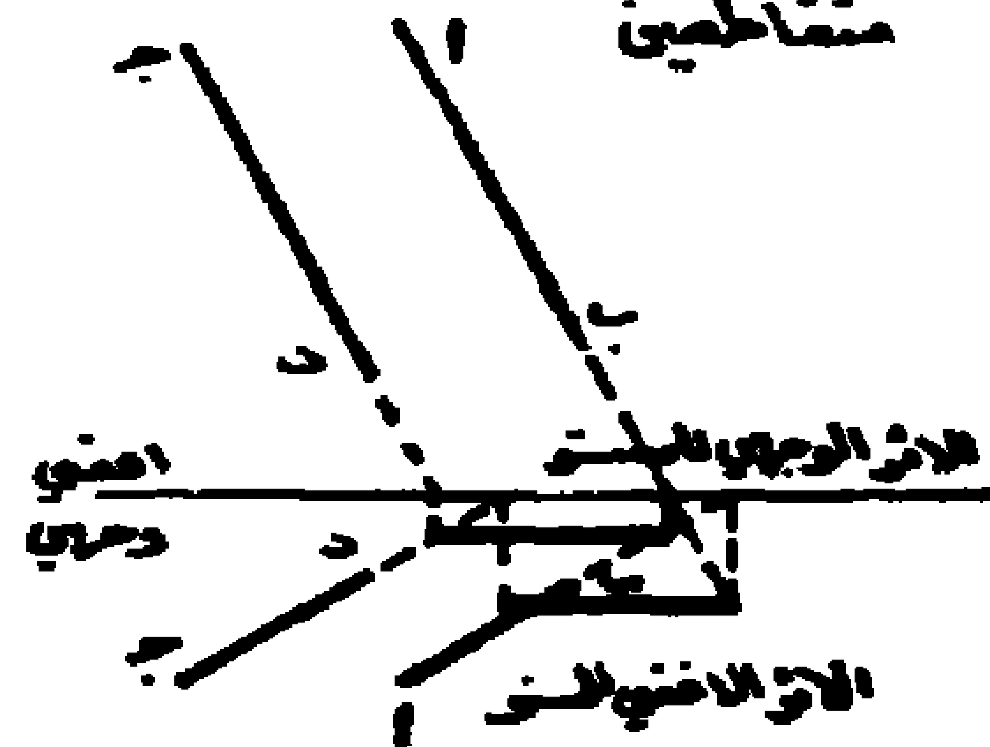
شكل (١٠ أ) مستقيم واقع في مستو معلوم.

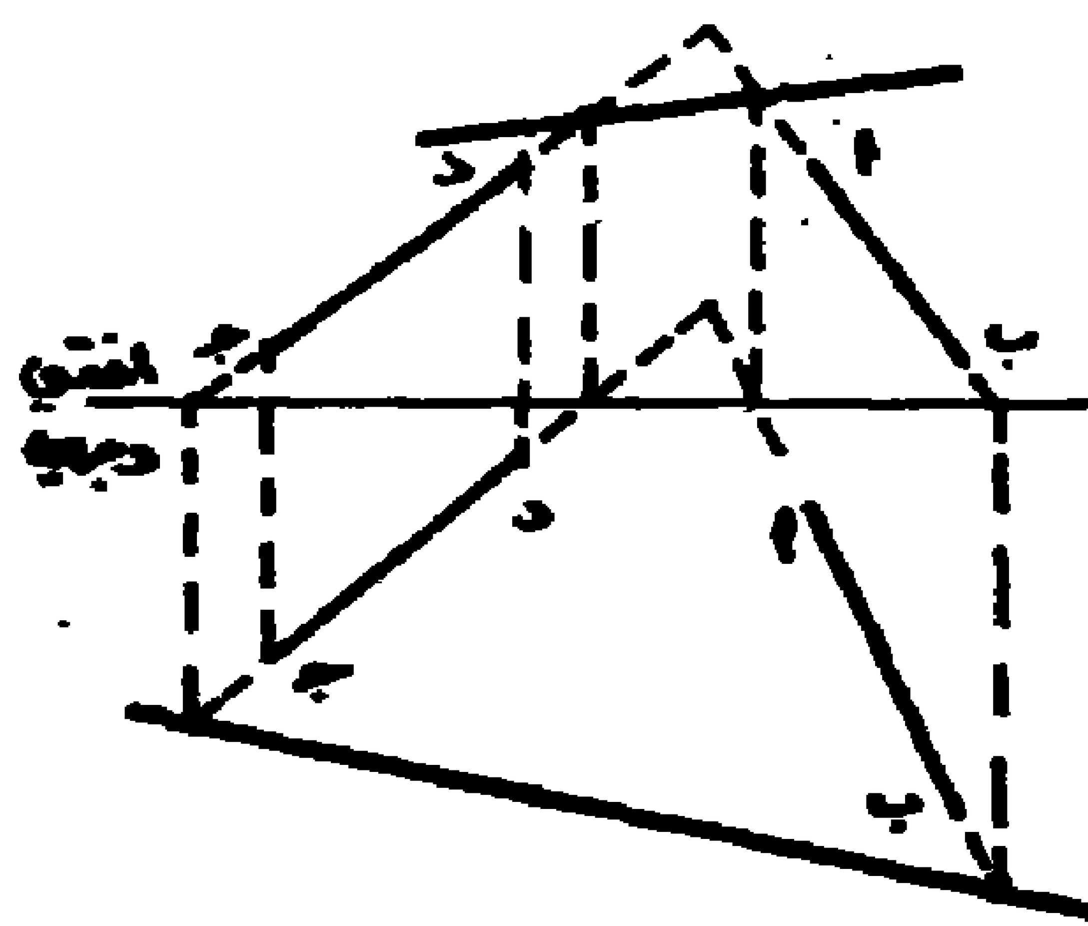
شكل (١٠ ب) مستقيم وجهي في مستو معلوم جانبي



شكل (١٠ جـ) تعيين المستوي المار بمستقيمين متقاطعين

شكل (١٠ د) تعيين آثار مستو مار بمستقيمين متوازيين





شكل (١٠ هـ) تعيين آثار مستو يحوي مستقيمين متوازيين (المستوي يوازي خط الأرض)

شكل (١٠ ي) تمثيل مستو كمستقيمين معلومين

مسألة : المعلوم مستو عمود على المستوى الوجهي للاسقاط كما في الشكل (١٠ ب) والمطلوب تعيين مستقيم فيه يبعد عن المستوي الوجهي ٤سم •

الحل : ان المستقيم المطلوب هو مستقيم وجهي •

اذن يظهر مسقطه الافقي موازيا لخط الارض •

اما مسقطه الوجهي فيظهر منطبقا على اثر المستوي الوجهي ، لان مسقط مستو على مستو عمود عليه يكون خطا مستقيما وعلى هذا الخط تنطبق مساقط كافة المستقيمات والنقاط الواقعة في المستوي هذا •

مسألة : اذا علم مستوى بمستقيمين متقاطعين فانه يمكن الحصول على اثريه • انظر الشكل (١٠ جـ) •

المفروض : المستقيمان أ ب ، جـ د بمسقطيهما •

المطلوب : تعيين آثار مستويهما •

العمل والتحليل : سنحاول وجود المسقطين الافقيين للاثرين الافقيين الذي يحويهما •

وهكذا اذا حصلنا على المسقطين الوجهيين للاثرين الوجهين للمستقيمين ووصلنا بينهما ينتج الاثر الوجهي للمستوي •

ففي هذه الطريقة نحصل على الاثار الاربعة للمستقيمين وهي على التوالي نقطة ك ، ل ، م ، ن •

فلو وصلنا بين ك ل وبين م ن ، لحصلنا على الاثرين المطلوبين • ويلاحظ ان هذين الاثرين يتقاطعان على خط الارض في نقطة مشتركة هي (و) •

ويكون المستوي المار بالمستقيمين ممثلا بالاثرين ك ل ، م ن •

(وهو المطلوب)

مسألة : المعلوم المستقيمان المتوازيان أ ب ، حـ د والمطلوب تمثيل مستويهما انظر الشكل (١٠ د) •

لحل المسألة هذه تتبع خطوات المسألة السابقة نفسها فنحصل على أثري المستوي لو وصلنا بينهما لتقاطع المستقيما او الاثران خارج حدود الورقة ولكن ضمن مدى محدود وقريب ، في نقطة على خط الارض ولندعها (ن) •

مسألة : المعلوم المستقيمان المتوازيان أ ب ، حـ د والمطلوب تمثيل اثار مستويهما •

من حل المسألة هذه في الشكل (١٠ هـ) وهي محلولة بنفس الطرقة المتبعة في المسألتين السابقتين ، نحصل على اثري المستوي المار بالمستقيمين المعلومين المتوازيين •

ونلاحظ ان الاثرين متوازيان ويوازي كل منهما خط الارض • أي ان المستوي عمودي على المستوي الجانبي للاسقاط او انه مواز لخط الارض ويلتقي هذان الاثران مع خط الارض في اللانهاية وفي نقطة واحدة •

مسألة : هل يقع المستقيمان ا ب ، حـ د في مستو واحد ؟ اذا كانا في مستو واحد فأوجد اثار مستويهما انظر الشكل (١٠ و) •

لحل المسألة يجب ان نجد اولا ما اذا كان المستقيمان واقعين في مستو واحد أم لا • وذلك بان نمد مسقطيهما الافقين ومسقطيهما الوجهيين ، ونجد في هذه الحالة ان المستقيمين متلاقيان اي ان بينهما نقطة مشتركة واذ ذاك يمكننا ايجاد آثار مستويهما كما في المسائل السابقة •

تمارين على المستوي

١ ـ مثل مستويا شاقوليا يصنع ٣٠° مع المستوي الوجهي ، ويبعد عن نقطة الاصل ٥سم •

٢ ـ مثل مستويا عموديا على المستوى الوجهي ويكون ٤٥° مع المستوي الجانبي للاسقاط ويبعد ٦سم عن نقطة الاصل •

٣ ـ مثل مستويا افقيا يبعد عن نقطة الاصل ٤سم • وآخر يبعد عن المستوي الافقي للاسقاط ٤سم • هل يوجد فرق بين الاثنين ؟

٤ ـ عين مستقيم تقاطع مستويين في وضع عام (يختار الاستاذ هنا عدة حالات مختلفة ليقوم الطالب بحلها) •

٥ ـ مثل مستويا عموديا على خط الارض ويبعد عن المستوي الجانبي للاسقاط ٣سم • ما بعد هذا المستوي عن نقطة الاصل ؟

٦ ـ اوجد مستقيم تقاطع مستويين شاقوليين احدهما يصنع ٣٠° مع المستوي الوجهي والاخر يصنع ١٢٠° معه ، اما بعداهما عن نقطة الاصل فهما على التوالي ٣سم ، ٦سم •

٧ ـ اوجد مستقيم تقاطع مستو جانبي يبعد عن المستوي الجانبي للاسقاط ٤سم ومستوي شاقولي يصنع ٣٠° مع المستوي الجانبي •

٨ ـ عين اثار المستوي المار بالمستقيمين آ ب ، ب حـ اذا كانت احداثيات النقاط (٤ ، ٣ ، ١٠) ، (٢ ، ١ ، ٧) ، (صفر ، ٧ ، ٢) •

٩ ـ اكتب خطوات العمل لتعيين اثار مستوي مستقيمين متوازيين •

١٠ ـ المعلوم مستقيم ، واثار مستو • هل يقع المستقيم في المستوي ؟ (يحدد هنا موقع المستقيم ووضع المستوي من قبل الاستاذ او الطالب) •

١١ ـ المعلوم مستو باثريه الافقي والوجهي ، ويصنعان مع خط الارض ٣٠° و ٦٠° على التوالي ، وتبعد نقطة عن نقطة الاصل ٦سم •
عين ما يلي :
آ ـ مستقيم في وضع عام يقع في هذا المستوي •

ب ـ نقطة واقعة في المستوي وتبعد عن المستوي الوجهي للاسقاط ٣سم •
جـ ـ نقطة واقعة في هـذا المستوي وتبعد عن المستوي الجانبي ٢سم وعن المستوي الافقي ٣سم •
د ـ مستقيمان متوازيان ، لا يوازيان احـد مستويات الاسقاط الرئيسية (الاصلية) •

١٢ ـ المطلوب اولا تعيين اثار مستو علم منه مستقيمان متقاطعان ، ثم تعيين اثار المستوي في حالة تلاقيهما على خط الارض ثانيا •

١٣ ـ المعلوم مستقيم واقع في المستوي الافقي ، ويصنع ٦٠° مع المستوي الوجهي ، ونقطة م (٥ ، ٣ ، ٨) • المطلوب تعيين آثار المستوي المار بالنقطة والمستقيم المعلومين •

١٤ ـ عين المستوي المار بثلاث نقاط ، احداها في المستـوى الافقي ، والاخرى في المستوي الوجهي ، والثالثة في المستوي الجانبي •

١٥ ـ المعلوم مستقيم مائل بمسقطيه ، والمطلوب تعيين مستو مار بـه بحيث يكون عموديا على المستوي الوجهي اولا وشاقوليا ثانيا •

١٦ ـ المعلوم مستو شاقولي يصنع ٣٠° معالمستوي الجانبي ، والمطلوب تعيين مسقطي المستوي هـ و ز الواقع فيه ، اذا كانـت هـ (٣،٧) ونقطة و (٤،٧) ونقطة ز تبعد ٣ سم عن المستوي الافقي ، اذا كان الطول الحقيقي للمستقيم و ز يساوي ٨سم •

١٧ ـ المطلوب تمثيل مستو عمودي على المستوي الجانبي للاسـقاط ويبعد عن نقطة الاصل ٦سم ويصنع ٣٠° مع المستوي الافقي • المطلوب تمثيل مستقيم واقع فيه وطوله الحقيقي يساوي ٥سـم اذا كانت احدى نقاطه واقعة على خط تقاطع المستوي الجـانبي والمستوي الافقي •

١٨ ـ المطلوب تمثيل مستو شاقولي بمسقطه (لا آثـاره) اذا كانت زاوية ميله عن المستوي الوجهي تساوي ١٥٠° • وكانت احـدى

نقاطه (أ) تبعد عن المستوي الافقي ٣ سم وعن المستوي الجانبي ٦سم ، ونقطة (ب) تبعد عن المستوي الوجهي ٤سم ، والنقطة الثالثة (هـ) تبعد عن المستوي الجانبي ١٠سم •

١٩ ـ المطلوب تمثيل المستوي ح ط ي بمسقطيه وبآثاره ، ووجود مساحة المستوي المذكور ، اذا كانت نقاطه كالاتي :

ح (٧ ، ٤ ، ١)   ط (١ ، ٤ ، ٤)   ي (٤ ، ٤ ، ٩)

٢٠ ـ عين مستقيما وجهيا في حالة بعده عن المستوي الوجهي للاسقاط بمقدار ٣سم وواقع في المستوي ك ل م والمعلوم باحداثيات نقاطه كالاتي : ـ

ك (ـ ١ ، ٣ ، ٧)

ل (٤ ، ٥ ، ٦)

م (٦ ، ٧ ، ٢)

٢١ ـ في السؤال (١٩) جد طول اطول مستقيم افقي واقع في هـــذا المستوي •

٢٢ ـ هل يمكنك معرفة وضع المستوى ع ل م بالنسبة الى مستويات الاسقاط وبدون رسمه؟

ع (١ ، ٢ ، ٢) سم

ل (٢ ، ٤ ، ؟) ســم

م (٥ ، ١٠ ، ؟) ســم

الفصل الخامس

تمثيل نقاط ومستويات ومستقيمات خاصة

سيقسم هذا الموضوع الى قسمين رئيسيين اولهما مسائل الوضع وثانيهما مسائل القياس .

. تبحث مسائل الوضع في تمثيل النقاط والمستقيمات والمستويات بالنسبة لاوضاعها المختلفة وبالنسبة لعلاقة بعضها ببعض وهي لا تبحث قياسات الاطوال مثلا أو المساحات أو الاشكال الحقيقية أو غيرها . وسنتناول في هذا الموضوع أربعة اركان رئيسية وهي : تمثيل النقطة الواقعة على مستقيم معلوم أو في مستو معلوم وتعيين المستويات المتوازية ، وتعيين خط تقاطع مستويين معلومين ونقطة تقاطع مستقيم ومستو .

ويلاحظ ان حل المسائل الخاصة بهذا الموضوع يتوقف على مدى تفهم الطالب للفصول الاربعة السابقة ، فهو اذن تطبيق مباشر للدروس التي مرت بنا وسيفسح المجال للطالب لحل العديد من مسائل هذا الموضوع بأوقات مذاكراته الخاصة وذلك باعتماده على معلوماته السابقة . وسوف نختصره قدر الامكان وسنبحث المسائل المهمة والاساسية التي يحتاجها الطالب .

أما ما سنتناوله من مسائل القياس هنا فسنحصرها في بعض الامثلة كدوران نقطة حول مستو أو تعيين الطول الحقيقي لمستقيم مائل ، او الزوايا التي يصنعها مستقيم في وضع عام مع مستويات الاسقاط الرئيسية وما شابه . أما ما يتعلق بموضوع التعامد فسيكون موضوع بحثنا في الفصل القادم بصورة مستقلة .

اولا ـ مسائل الوضع

مسالة (١) : النقطة الواقعة على مستقيم :

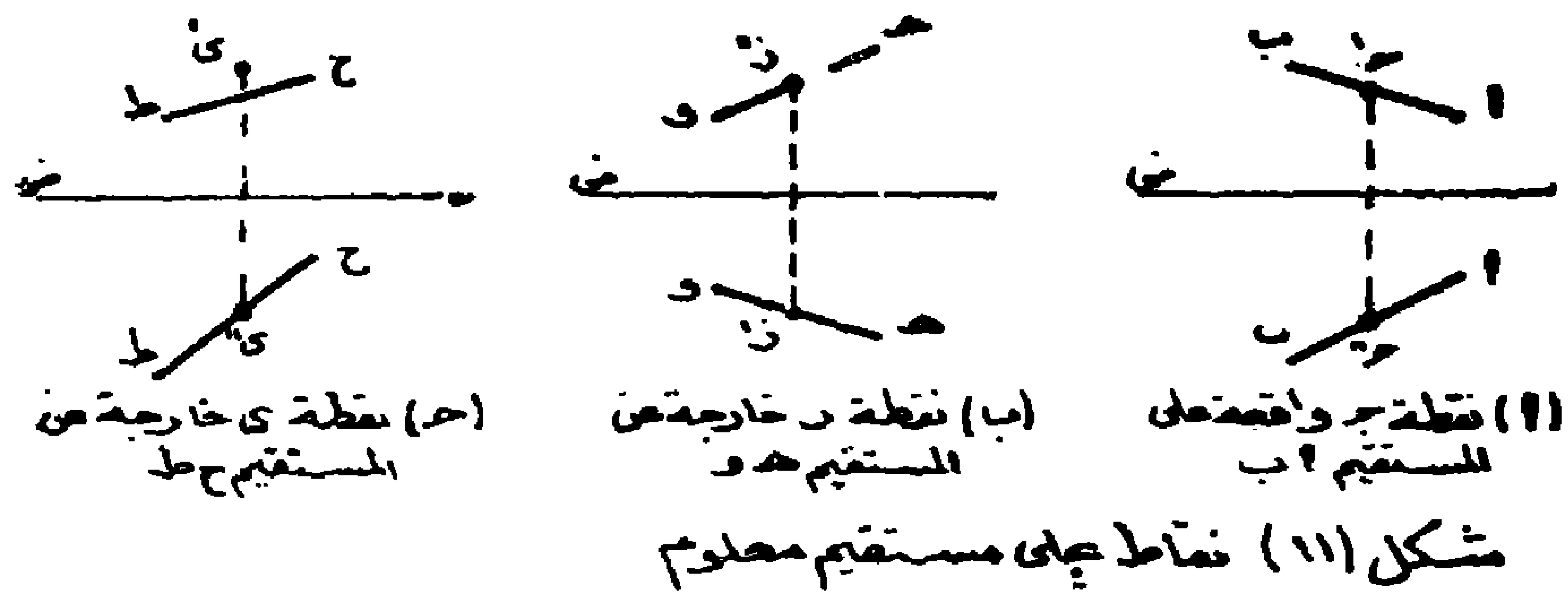
يجب أن يقع مسقط النقطة الافقي على مسقط المستقيم الافقي ومسقطها الوجهي على مسقطه الوجهي ، ففي الشكل (١١) ، تقع النقطة حـ على المستقيم أ ب ، لان مسقطها الافقي يقع على مسقطه الأفقي وهكذا يقال عن المسقطين الآخرين ، أما نقطة (ز) فلا تقع على المستقيم (هـ و) لان كلا من مسقطيها يقع على المسقط المعاكس للمستقيم ٠ وكذلك يقال عن النقطة (ي) ليست على المستقيم (ح ط) لان مسقطها الافقي لا يقع على مسقط المستقيم الافقي بالرغم من وقوع مسقطها الوجهي على مسقط المستقيم الوجهي ٠

مسالة (٢) : المستقيم الواقع في مستو معلوم ممثل بأثريه :

يجب ان يقع أثر المستقيم الوجهي على أثر المستوى الوجهي وكذلك يقال عن بقية الاثار ، وقد ذكرنا ذلك في الفصل السابق ٠

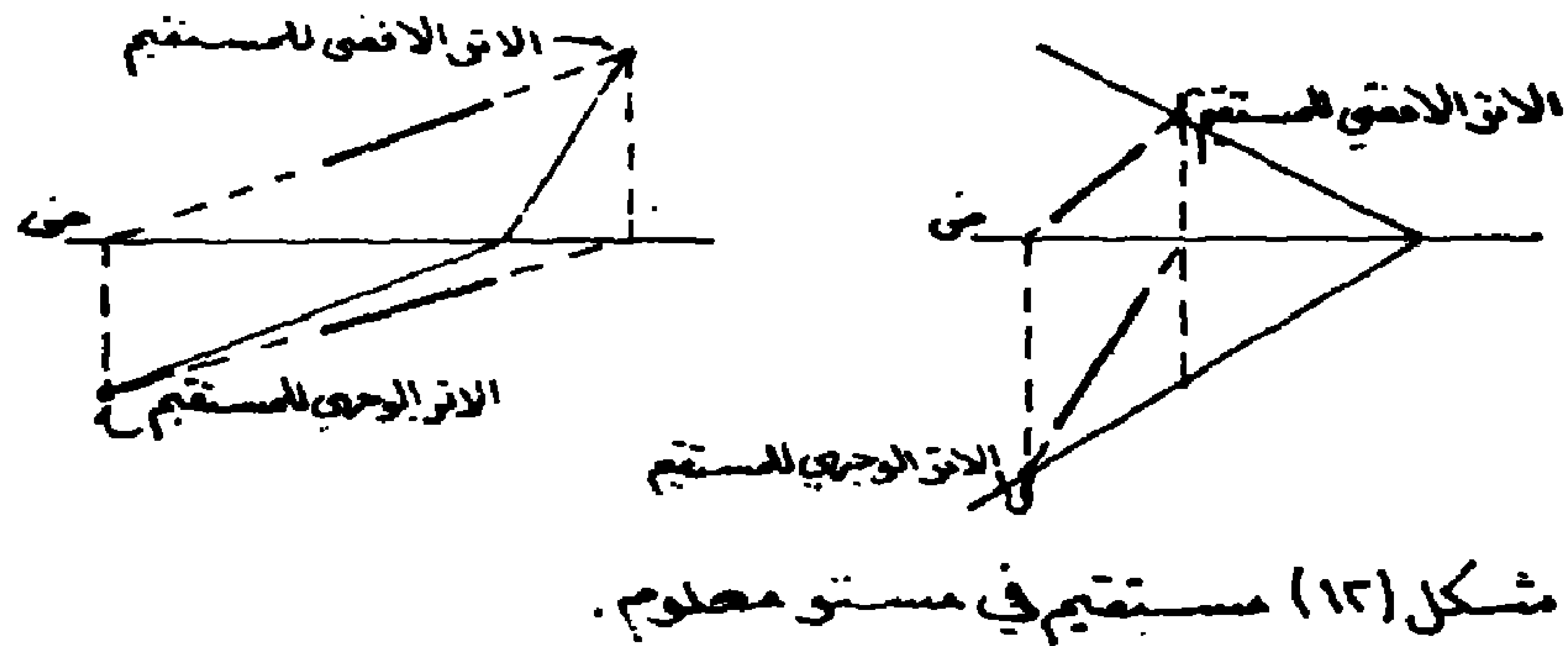
فاذا كان لدينا مستو معلوم بأثريه ومسقط واحد لمستقيم واقع فيه ، واردنا تعيين مسقطه الآخر، وليكن في هذه الحالة مسقط المستقيم الافقي معلوما والمطلوب وجود مسقطه الوجهي شكل (١٢) فاننا نعين أثري المستقيم ، أولهما وهو الافقي في هذه الحالة ، يتعين مباشرة بعد المسقط الافقي للمستقيم حتى يقطع الاثر الافقي للمستوي المعلوم ثم نعين المسقط الافقي للاثر الوجهي للمستقيم وذلك بمد مسقط المستقيم الافقي حتى يقطع خط الارض ، وبعده نعين مسقط الاثر الوجهي وهو نفسه الاثر الوجهي للمستقيم باقامة شعاع عمودي على خط الارض من المسقط الافقي للاثر المذكور ٠

مسالة (٣) : المعلوم المستقيمان المتقاطعان ا ب ، حـ د والمسقط الوجهي للمستقيم (ك ل) الواقع في مستوى المستقيمين٠ المطلوب تعيين

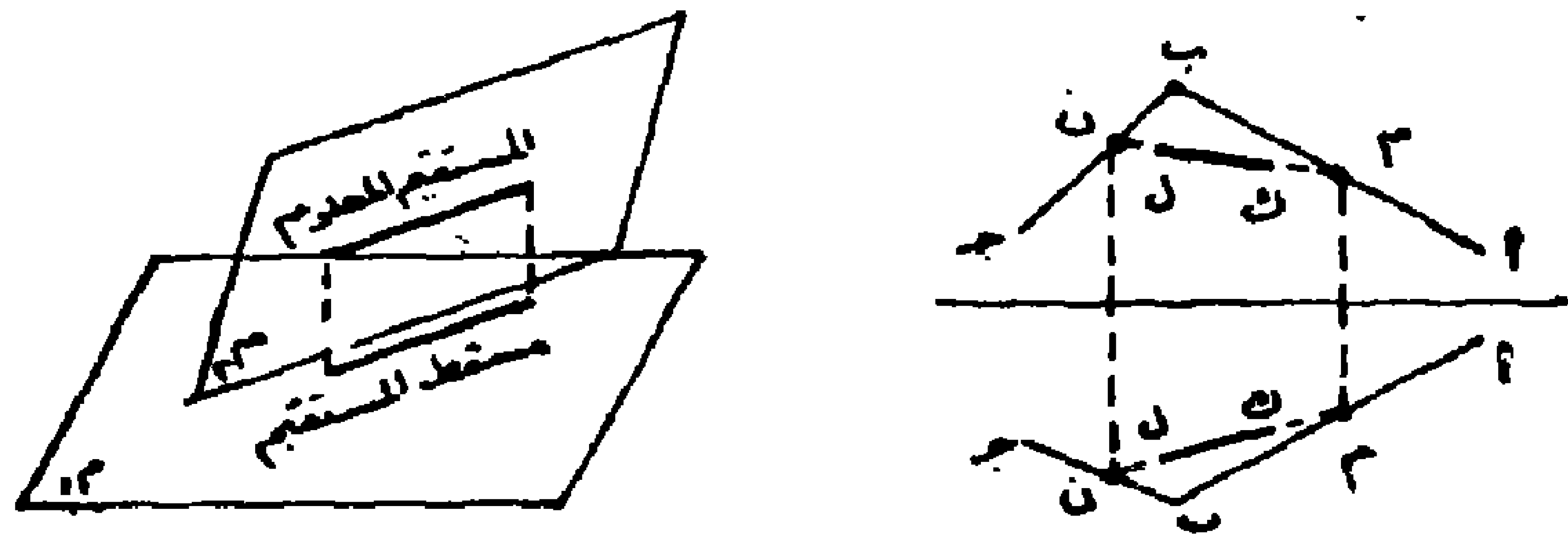


(أ) نقطة جـ واقعة على المستقيم أ ب (ب) نقطة ر خارجة عن المستقيم هـ و (جـ) نقطة ى خارجة عن المستقيم ح ط

شكل (١١) نقاط على مستقيم معلوم

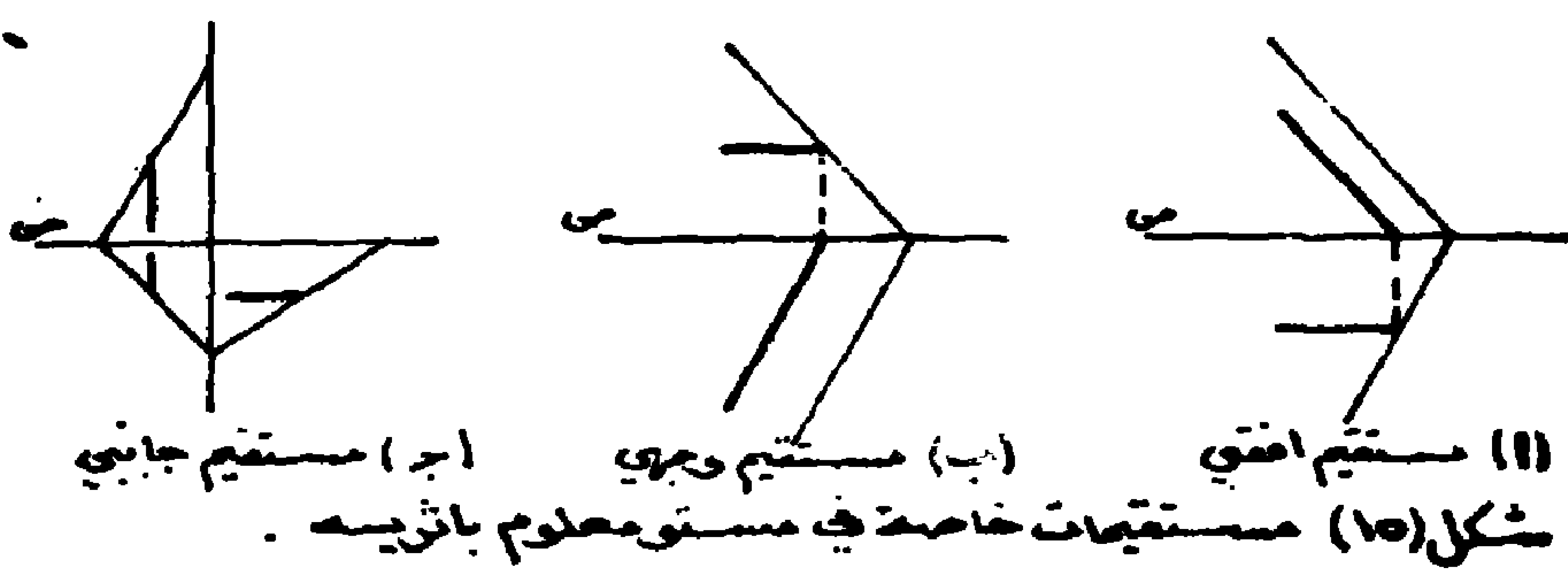


شكل (١٢) مستقيم في مستو معلوم .



شكل (١٣) تعيين المسقط الافقي لمستقيم واقع في مستويين متقاطعين .

شكل (١٤) الشكل المرئي لمستويين متقاطعين في احدهما مستقيم يوازي المستقيم الاخر .



(أ) مستقيم افقي (ب) مستقيم وجهي (جـ) مستقيم جانبي

شكل (١٥) مستقيمات خاصة في مستو معلوم باثريه .

مسقطه الافقي ، كما في الشكل (١٣) .

بما ان المستقيم ك ل واقع في مستوى المستقيمين المتقاطعين آ ب، حـ ب اذن يقطع كلا منهما ، وينتج من ذلك نقطة تقاطع المستقيم ك ل مع آ ب ولتكن م ، ونقطة تقاطع ك ل مع حـ ب ولتكن ن وبتوصيل مسقطي م ، ن الافقيين • نحصل على المسقط الافقي المطلوب للمستقيم ك ل •

نظرية : ــ اذا تقاطع مستويان ، وكان في احدهما مستقيم مواز للمستوي الآخر ، فان مسقط هذا المستقيم على المستوي الآخر، يكون موازيا لمستقيم تقاطع المستويين •

المفروض : المستويان المتقاطعان م١ ، م٢ في المستقيم(حـ)والمستقيم المعلوم واقع في المستوي م٢ ويوازي المستوي م١ •

المطلوب اثباته : ان مسقط المستقيمعلى المستوى م١ يوازيمستقيم تقاطع المستويين (حـ) •

البرهان : بما ان المستقيم المعلوم يوازي المستوي م١، اذن يجب ان يكون مسقطه موازيا له ومساويا لطوله الحقيقي • وبما ان المستقيم المعلوم ومستقيم تقاطع المستويين (حـ) واقعان في المستوي م٢ ، اذن يجب ان يكونا متوازيين والا كانا متقابلين وهذا معاكس للفرض حيث ان المستقيم يوازي م١ ، اذن ينتج ان المستقيم المعلوم يوازي كلا من المستقيم (حـ) ومسقطه على المستوي م١ • أي أن هذين المستقيمين متوازيان •

(وهو المطلوب)

نتيجـة (١) : مستقيم الافقي الواقع في مستو معلوم هو المستقيم الناتج من تقاطع ذلك المستوي مع مستو افقي يوازي المستوي الافقي للاسقاط ، وجميع المستقيمات الافقية الموجودة في مستو واحد تكون متوازية وكذلك تكون مساقطها متوازية أيضـا •

ولتمثيل مستقيم افقي واقع في مستو معلوم بأثريه كما في الشكل (١٥ أ) نجد ان المسقط الافقي للمسـتقيم يوازي الاثـر الافقـي للمستوي ، والمسقط الوجهي للمستقيم الافقي يوازي خط الارض •

وبعد المستقيم الافقي عن المستوي الافقي في هذه الحالة موجب لانه واقع تحت خط الارض كما في الفصول السـابقة • كيف نعـين مستقيما أفقيا يقع في مستو معلوم بأثريه ، ويكون بعده عن المستوي الافقي سـالبا ؟

نتيجـة (٢) : المستقيم الوجهي او الامـامي الواقع في أي مستو ، هو المستقيم الحاصل من تقاطع هذا المستوي مع مستو وجهي يوازي المستوي الوجهي للاسقاط ، وتكون كافـة المسـتقيمات الوجهيـة الموجودة في مستو واحد متوازية • وهكذا يقال عن مسـاقط هـذه المستقيمات المتوازيـة •

فلتمثيل مستقيم وجهي واقع في مستو معلوم بأثريه ، راجـع الشكل (١٥ ب) حيث يظهر مسقط هذا المستقيم الافقي موازيا لخط الارض ومسقطه الوجهي موازيا للاثر الوجهي للمستوي المعلوم •

نتيجـة (٣) : المستقيم الجانبي هو المستقيم الواقـع في مسـتو يوازي المستوي الجانبي للاسقاط • أو هو المستقيم الواقع في مستو معلوم ، يحصل من تقاطع هذا المسـتوي مـع مسـتو جانبي يوازي المستوي الجانبي للاسقاط •

وتكون كافة المستقيمات الجانبية الموجـودة في مستو واحـد متوازية وكذلك تكون مساقطها • ولتمثيل مستقيم جانبي واقـع في مستو معلوم بآثاره ، يظهر المسقط الجانبي للمسـتقيم موازيا للاثـر الجانبي للمستوي كمـا فى الشكل (١٥ جـ) • كيف يظهـر المسقطان الآخـران ؟

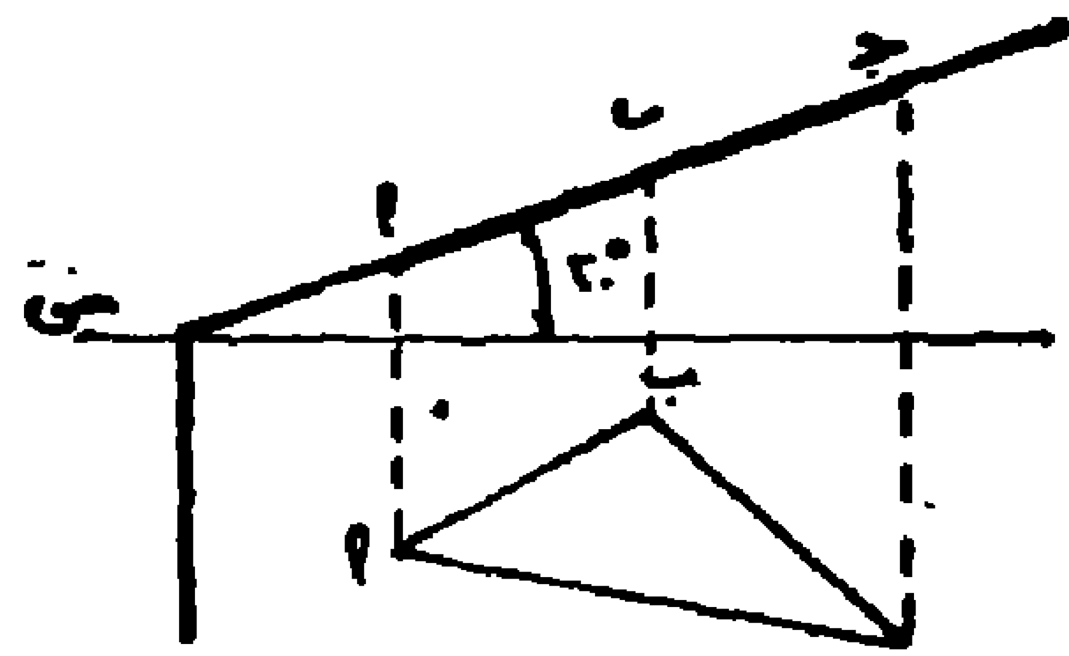
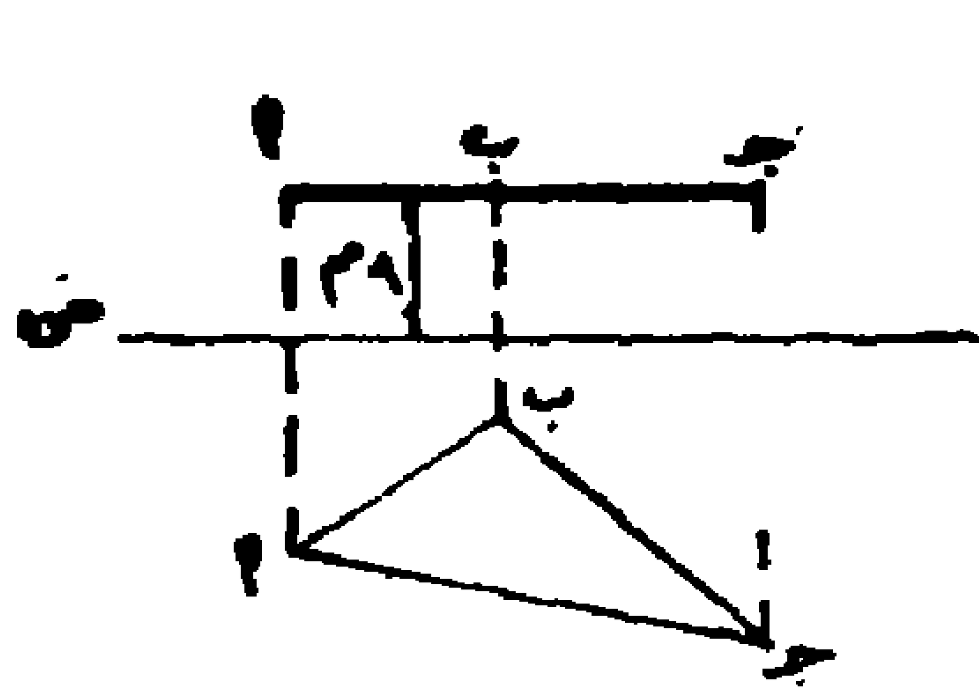
مسائل محلولة

مسألة (١) : المطلوب تمثيل مستو شاقولي بمسقطيه ، بحيث يصنع ٣٠° مع المستوي الوجهي للاسقاط ، أما المعلومات الاخرى فللطالب حق التصرف بفرضها كما يشاء •

من ملاحظة الشكل (١٦ أ) نجد ان المسقط الافقي للمستوي هو نفسه الاثر الافقي للمستوي لان النقاط الواقعة في مستو واحد عمودي على مستو آخر تنطبق مساقط جميعها على خط تقاطع المستويين •

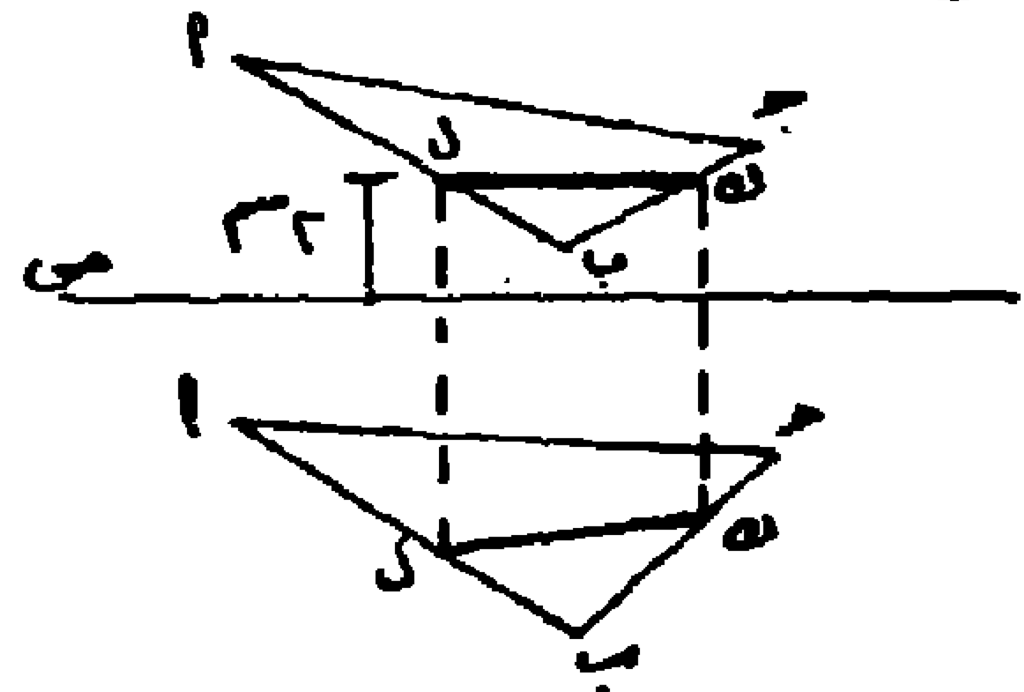
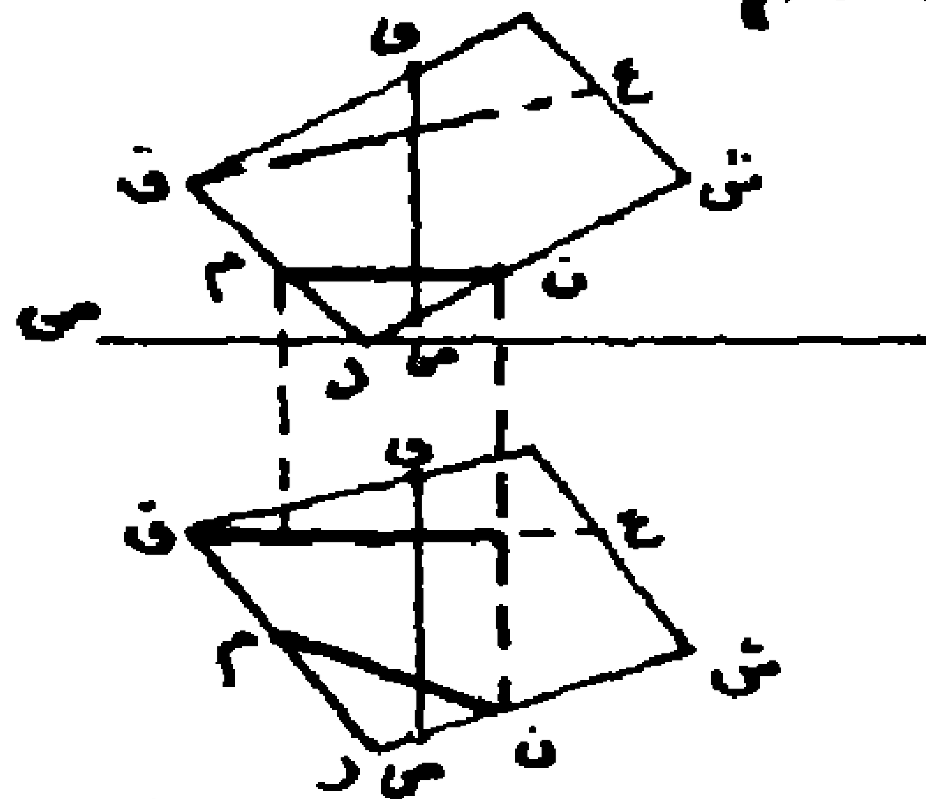
مسألة (٢) : المطلوب تمثيل مستو وجهي بمسقطيه الافقي والوجهي يبعد ٩ ملمترات عن المستوي الوجهي للاسقاط وابعاد نقاطه عن المستوي الافقي غير متساوية وللطالب حق اختيارها • ففي الشكل (١٦ ب) نجد المستوي أ ب حـ قد اسقطت نقاطه الى المستوي الافقي وظهرت خطا مستقيما بما يدل على ان المستوي شاقولي ، هذا من جهة ، ومن جهة اخرى نرى ان جميع ابعاد نقاطه عن المستوي الوجهي متساوية أي ان المستوي يوازي المستوي الوجهي للاسقاط (وهذا ما يتفق مع المفروض في المسألة ويبعد المستقيمان أب ، بحـ عن خط الارض ٩ ملمترات وهذا البعد يمثل بعد المستوي أ ب حـ وكافة النقاط الواقعة فيه، عن المستوي الوجهي للاسقاط بمقدار ٩ ملمترات• وينطبق الاثر الافقي للمستوي هذا على مسقطه الافقي ، أما أثره الوجهي فلا يظهر الا في اللا نهاية لان المستوي الوجهي للاسقاط وهذا المستوي متوازيان •

مسألة (٣) : المطلوب تمثيل مستو جانبي يبعد عن المستوي الجانبي للاسقاط ٣سم • لحل هذه المسألة نفرض ابعادا لثلاث نقاط من نقاط المستوي عن المستوي الوجهي والافقي ، واول ما يمكننا تعيينه هنا هو موقع مسقطي المستوي الافقي والوجهي ، بحيث يبعدان عن مستقيمي الطي الافقي ــ الجانبي والوجهي ــ الجانبي بمقدار ٣سم • والان على الطالب ان يكمل المسألة ويرسمها •

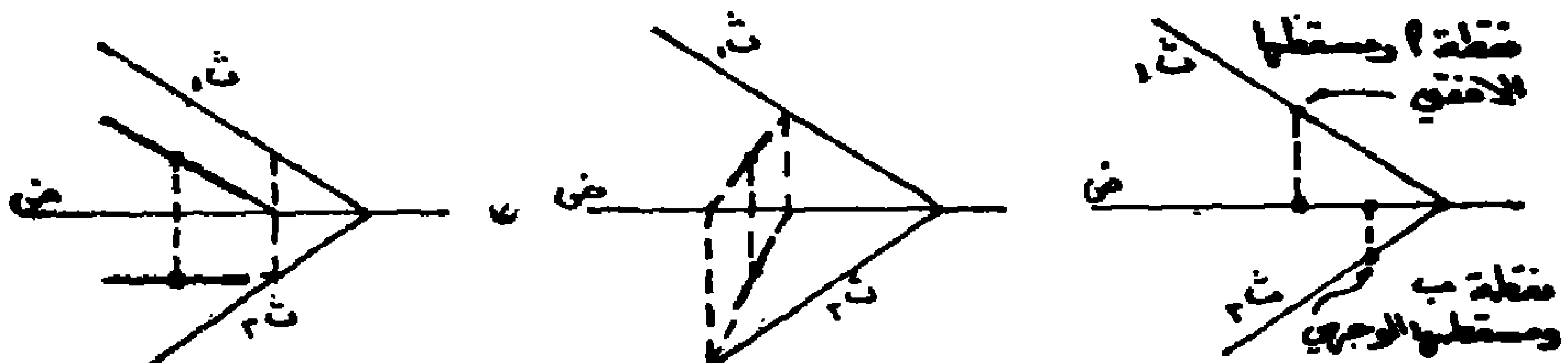
(أ) مستو شاقولي (ب) مستو وجهي

شكل (١٦) مستويات خاصة معينة بمساقطها.

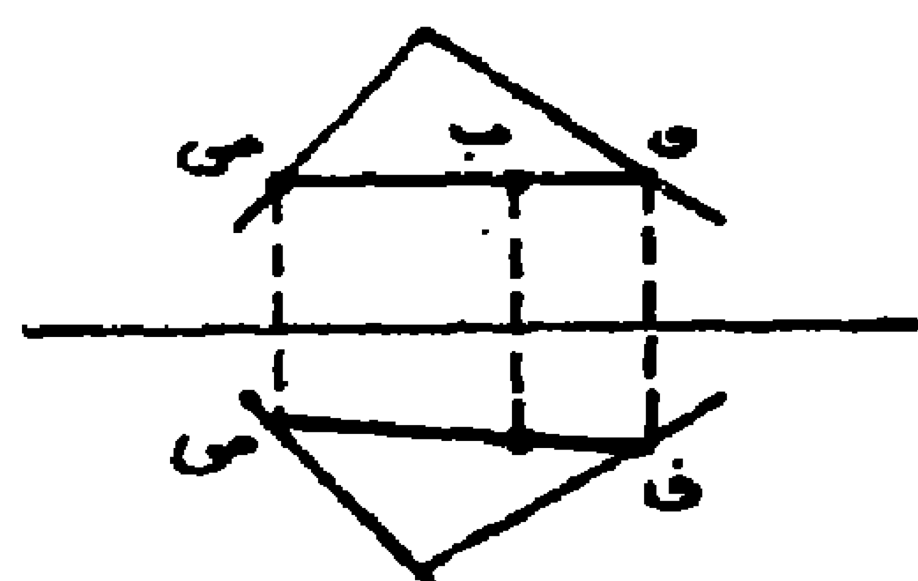
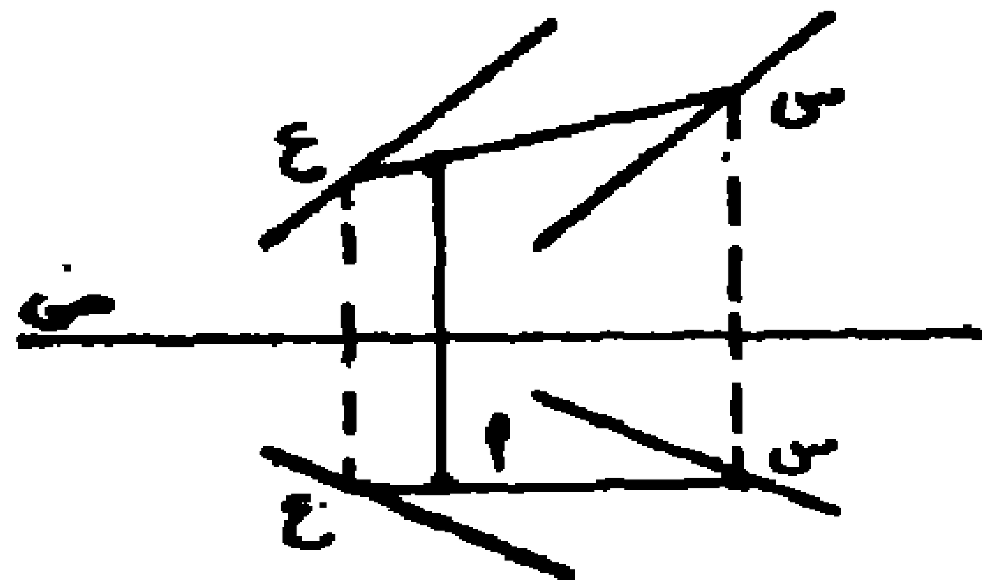
(أ) مستقيم وجهي يبعد ٣سم عن المستو الوجهي للاسقاط (ب) مستقيمات خاصة في مستو معلوم.

شكل (١٧) مستقيمات خاصة في مستو معلوم.



(أ) نقاط على آثار المستو (ب) الاستعانة بمستقيم في وضع عام (ج) امرار مستقيم افقي بالنقطة

شكل (١٨) تعيين نقطة في مستو معلوم بآثاره.

(ب) مستقيمين متقاطعين (أ) مستقيمين متوازيين

شكل (١٩) تعيين نقطة في مستو معلوم بمستقيمين.

مسالة (٤) : المعلوم المستوي أ ب حـ بمسقطيه والمطلوب تمثيل مستقيم واقع فيه بحيث يكون وجهيا ويبعد عن المستوي الوجهي للاسقاط ٢سم •

لحل المسألة انظر الشكل (١٧ أ) حيث عين المسقط الافقي للمستقيم الوجهي قبل كل شيء بشرط ان يكون موازيا لخط الارض ويبعد ٢سم عنه ومن نقاط تقاطع هذا المسقط مع مسقطي مستقيمين من مستقيمات المستوي أ ب ، جـ ، تعين مسقطي هاتين النقطتين على المستوى حيث يتعين المسقط الوجهي للمستقيم الوجهي ك ل الواقع في المستوى أ ب جـ والمسقط الوجهي لهذا المستقيم يساوي طوله الحقيقي•

ومن الملاحظ ان المستقيم ك ل هو المستقيم الوحيد الوجهي الذي يبعد ٢سم عن المستوى الوجهي للاسقاط والواقع في المستوى أ ب جـ ولكن هناك لا نهاية من المستقيمات التي تقع في المستوى أ ب حـ بحيث تكون وجهية ، او جانبية او افقية •

مسالة (٥) : المعلوم المستوي ق ر ش ت ، والمطلوب رسم ثلاثة مستقيمات واقعة فيه احدها افقي والاخر وجهي والثالث جانبي •

لحل المسألة انظر الشكل (١٧ ب) حيث ان المستقيم (م ن) هو مستقيم وجهي والمستقيم (ق ع) هو مستقيم افقي والمستقيم (ف ص) هو مستقيم جانبي •

مسالة (٦) : المعلوم مستو بأثريه الوجهي والافقي والمطلوب تمثيل نقطة واقعة في هذا المستوي •

ان ابسط الحالات هي التي تكون النقطة فيها واقعة على احد آثار المستوي ، وفي هذه الحالة تكون النقطة الواقعة على اثر المستوي الافقي فيكون احد مسقطيها واقعا على الاثر الافقي والمسقط الاخر واقعا على خط الارض انظر الشكل (١٨ أ) اما النقطة ب فتقع على الاثر الوجهي للمستوى فيكون مسقطها الافقي على خط الارض •

اما اذا كانت النقطة بعيدة عن الاثر فنمرر بها مستقيما واقعا في

المستوي حيث يتعين موقعها عليه ، أما المستقيم المذكور فقد يكون مستقيما في وضع عام كما في الشكل (١٨ ب) او مستقيما في وضع خاص كأن يكون افقيا مثلا ــ كما في الشكل (١٨ حـ) •

ففي الشكل (١٨) المعلوم من مستو اثراه الافقي والوجهي ومسقط واحد لنقطة واقعة فيه ، والمطلوب تمثيل المسقط الاخر للنقطة •

مسألة (٧) : المعلوم المسقط الوجهي لنقطة واقعة في مستو معلوم بمستقيمين متوازيين والمطلوب تعيين مسقطها الثاني •

ففي الشكل (١٩ أ) المعلوم مستو بمستقيمين متوازيين (س)و(ع) ومسقط النقطة (أ) الوجهي الواقعة في مستوي المستقيمين ، ولتعيين المسقط الافقي نمرر بالنقطة مستقيما ، وليكن في هذه الحالة مثلا مستقيما افقيا • ان المسقط الوجهي لهذا المستقيم يقطع المسقطين المتوازيين في المستوى الوجهي ، وبعد ذلك نعين المسقط الافقي للمستقيم الافقي المار بالنقطة (أ) حيث يتعين مسقط النقطة (أ) الافقي بعد رسم شعاع من مسقط (أ) الوجهي الى المسقط الافقي •

(وهو المطلوب)

مسألة (٨) : المعلوم المسقط الافقي لنقطة واقعة في مستو معلوم بمستقيمين متقاطعين ، والمطلوب تعيين مسقطها الوجهي •

ففي الشكل (١٩ ب) ، المعلوم مستو بمستقيمين متقاطعين (ف) و (ص) ومسقط النقطة (ب) الافقي • ولتعيين مسقطها الوجهي نمرر بها مستقيما وجهيا ونعتبره واقعا في مستوى المستقيمين ويتعين مسقط هذا المستقيم الوجهي بتعيين مسقط النقطة (ب) الوجهي كما في المسألة السابقة •

هل يمكن تعيين المسقط الوجهي للنقطة (ب) بامرار مستقيم في وضع عام بالنقطة ذاتها ؟

خط تقاطع مســتويين

مسألة (١) : المعلوم مستويان بآثارهما ، والمطلوب تعيين مستقيم تقاطعهما .

من المعلوم ان المستويين في الفراغ اما ان يكونا متقاطعين او متوازيين ، ففي الحالة الاولى يتعين مستقيم تقاطعهما وهو المستقيم المشترك بينهما ، وسيرمز له بالحرف (ق) .

فالفكرة اذن هي كيفية تعيين نقطتين بين المستويين حيث يكون المستقيم الواصل بينهما مشتركا بين المستويين ، وان اسهل الحالات في تعيين النقاط المشتركة هي تعيين اثري المستقيم الواقع في كل من المستويين فيجب اذن ان يكون اثره الافقي واقعا على الاثر الافقي لكل من المستويين ، فهو اذن نقطة تقاطع الاثرين الافقيين للمستويين . وكذلك يقال عن اثره الوجهي الذي سيقع على الاثرين الوجهيين للمستويين وهي النقطة (أ) ومسقطها الافقي يقع على خط الارض ، وكذلك نعين نقطة تقاطع الاثرين الافقيين للمستويين وهي النقطة (ب) ومسقطها الوجهي يقع على خط الارض والان نصل المسقطين الوجهيين للنقطتين (و ب) فيكون المستقيم الواصل بينهما مسقط (ق) الوجهي وبايصال المسقطين الافقيين للاثرين او النقطتين (أ و ب) فيكون مسقط المستقيم (ن) الافقي . ونلاحظ انه ليس لمستقيم التقاطع حدود لان طوله غير محدود من حيث ان المستويين غير محدودين في الفراغ .

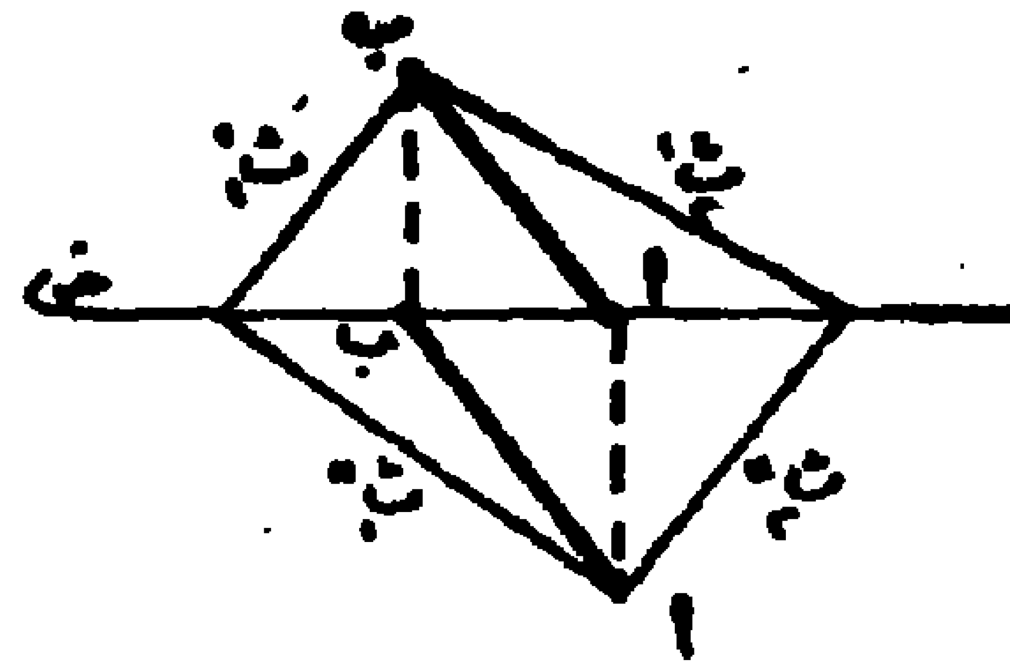
مسألة (٢) : المطلوب تعيين مستقيم تقاطع مستويين معلومين بآثارها ، بحيث يلتقي الاثران الوجهيان للمستويين ، ويتوازى أثرهما الافقيان . ففي الشكل (٢٠ب) يتوازى الاثران ث١َ ، ث٢َ ويتقاطع الاثران الوجهيان للمستويين بالنقطة (أ) التي هي الاثر الوجهي لمستقيم التقاطع .

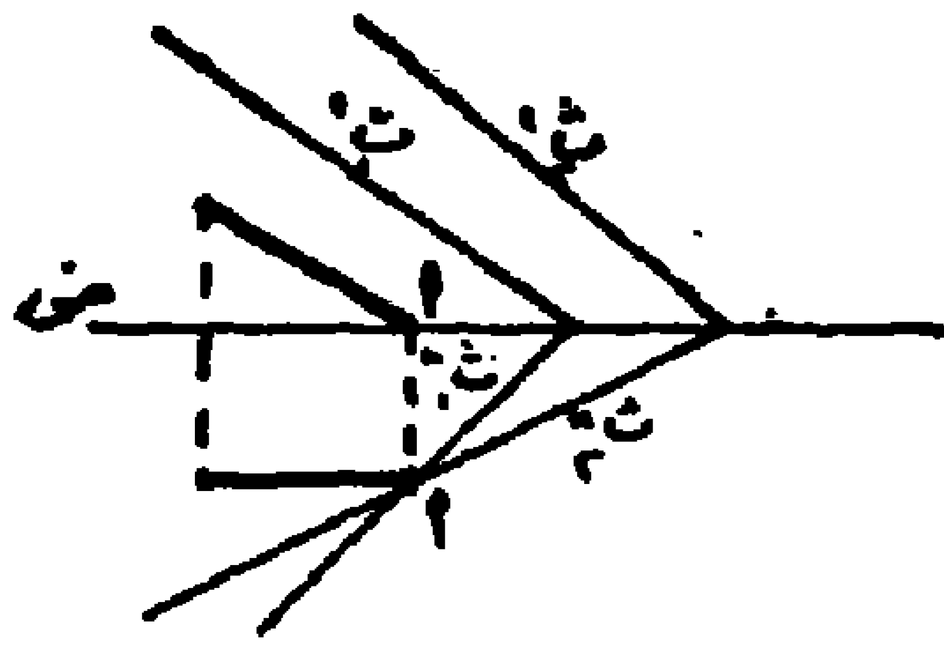
ومن المعلوم انه اذا تقاطع مستويان مع مستو ثالث في مستقيمين

متوازيين فان مستقيم تقاطع المستويين يكون موازيا لهذين المستقيمين •
ولذلك فان مستقيم تقاطع المستويين المعلومين في هذه المسألة يجب ان يوازي كلا من الاثرين الافقيين للمستويين ، ويوازي هذا المستقيم ايضا المستوي الافقي للاسقاط •

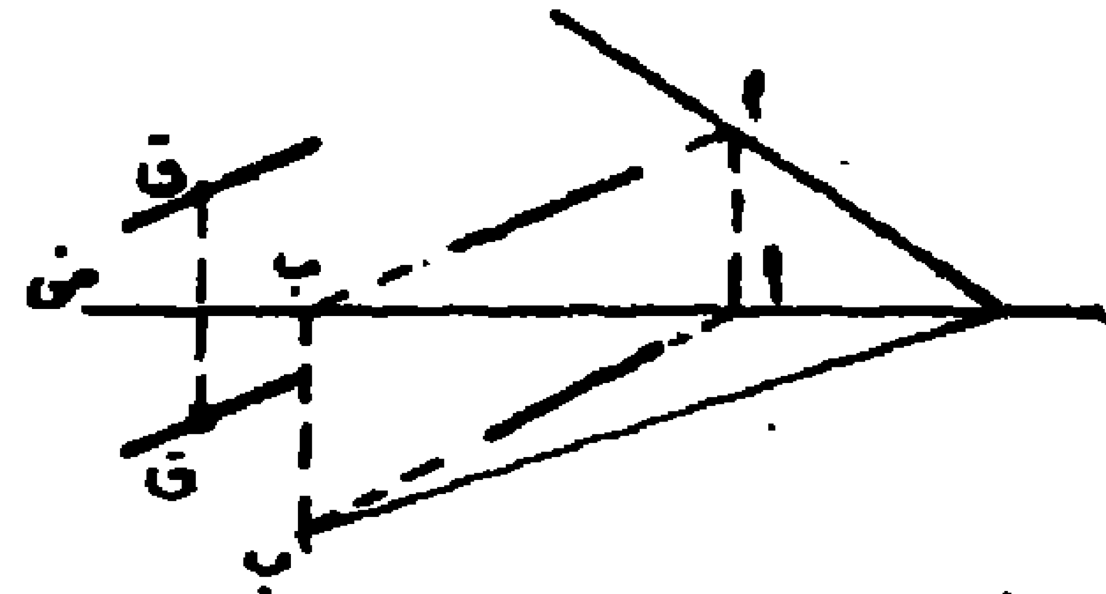
ولذلك نعين مسقط النقطة (أ) الافقي ، ومنه نرسم مستقيما موازيا للاثرين الافقيين حيث يتعين المسقط الافقي للمستقيم الافقي الذي و مستقيم تقاطع المستويين المعلومين (ق) •

(وهو المطلوب)

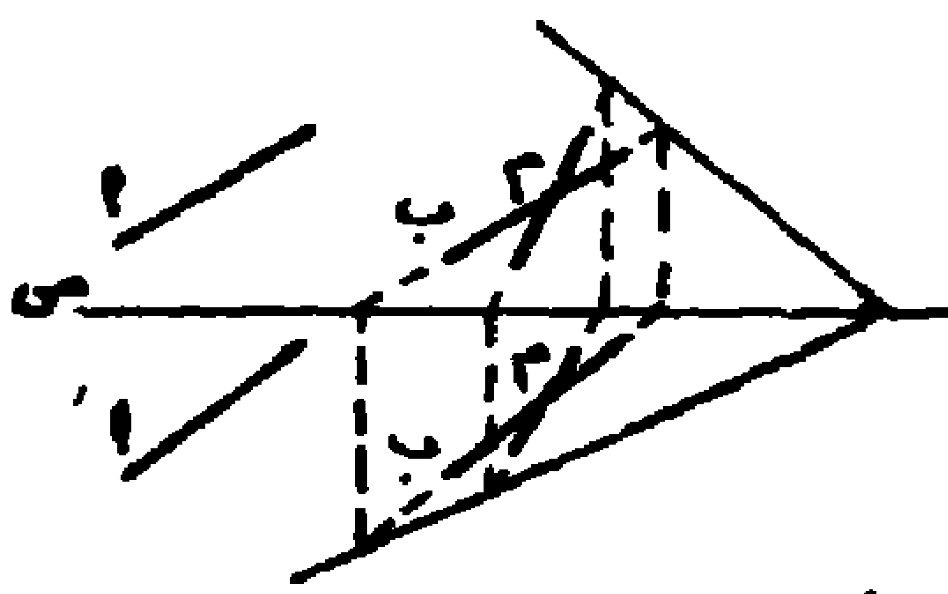




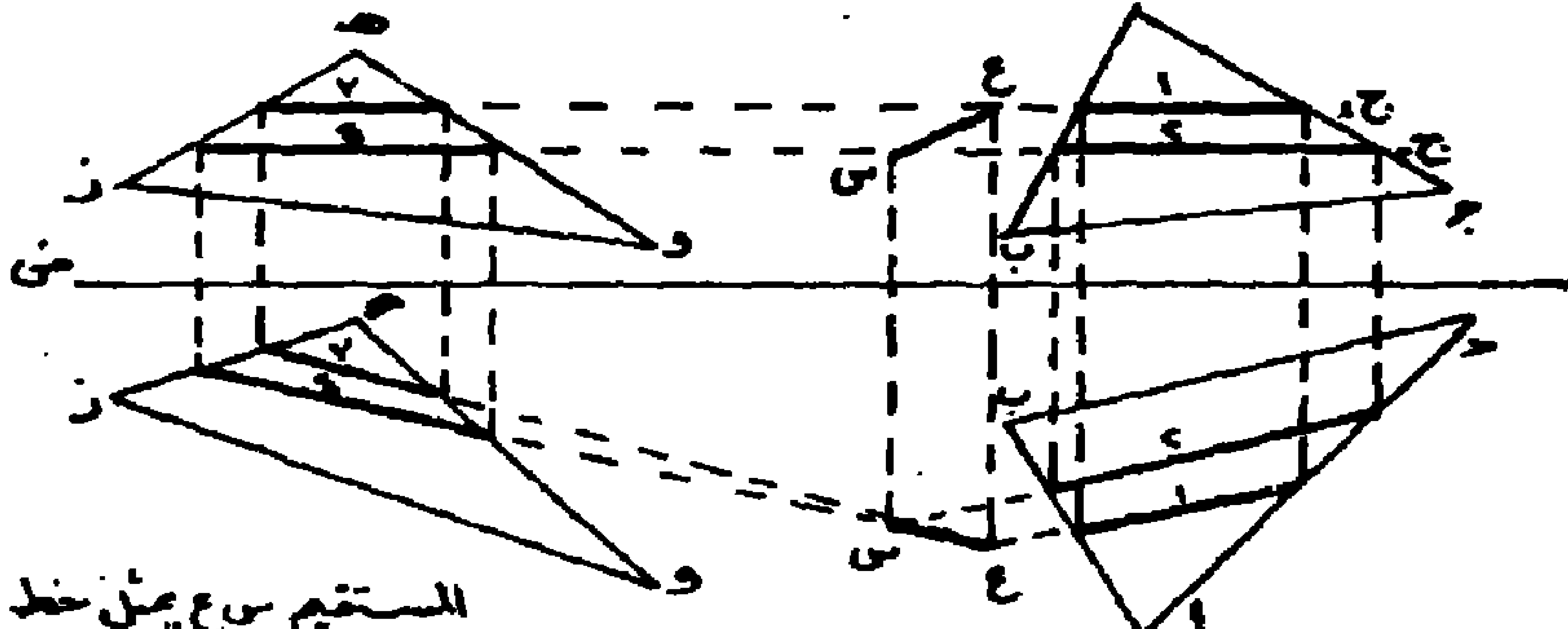
شكل (٣٠) مستقيم تقاطع مستويين معلومين بأثريهما



شكل (٣١) امرار مستقيم بنقطة معلومة ويوازي مستويا معلوما بأثريه.

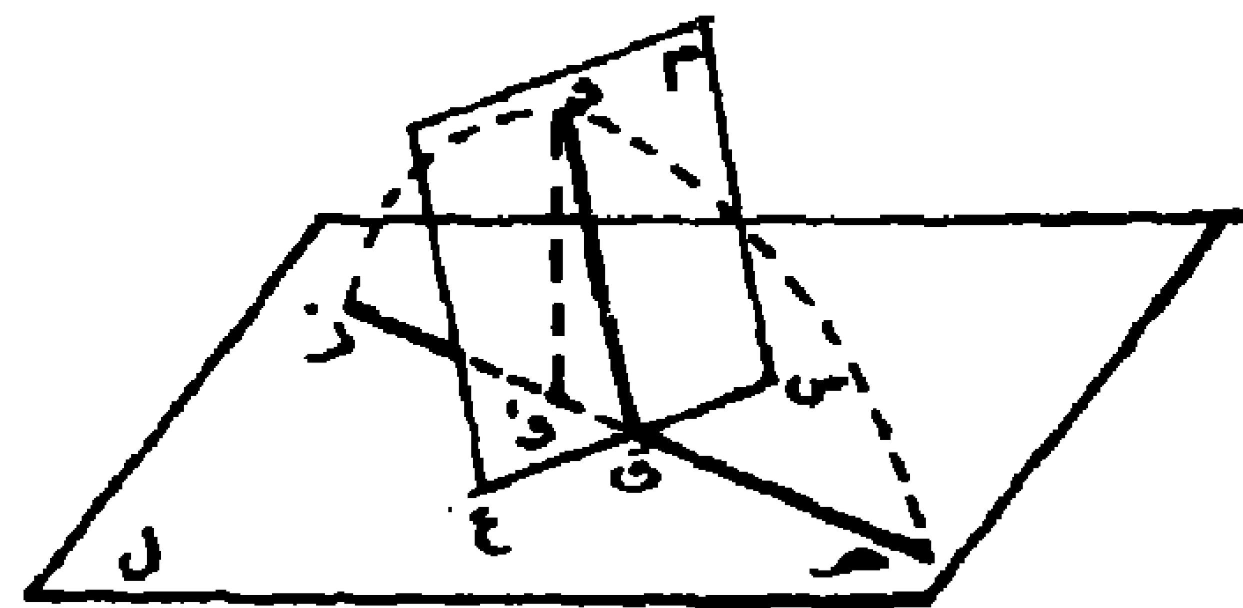


شكل (٣٢) تعيين مستو يمر بمستقيم معلوم ويوازي مستقيم معلوم.

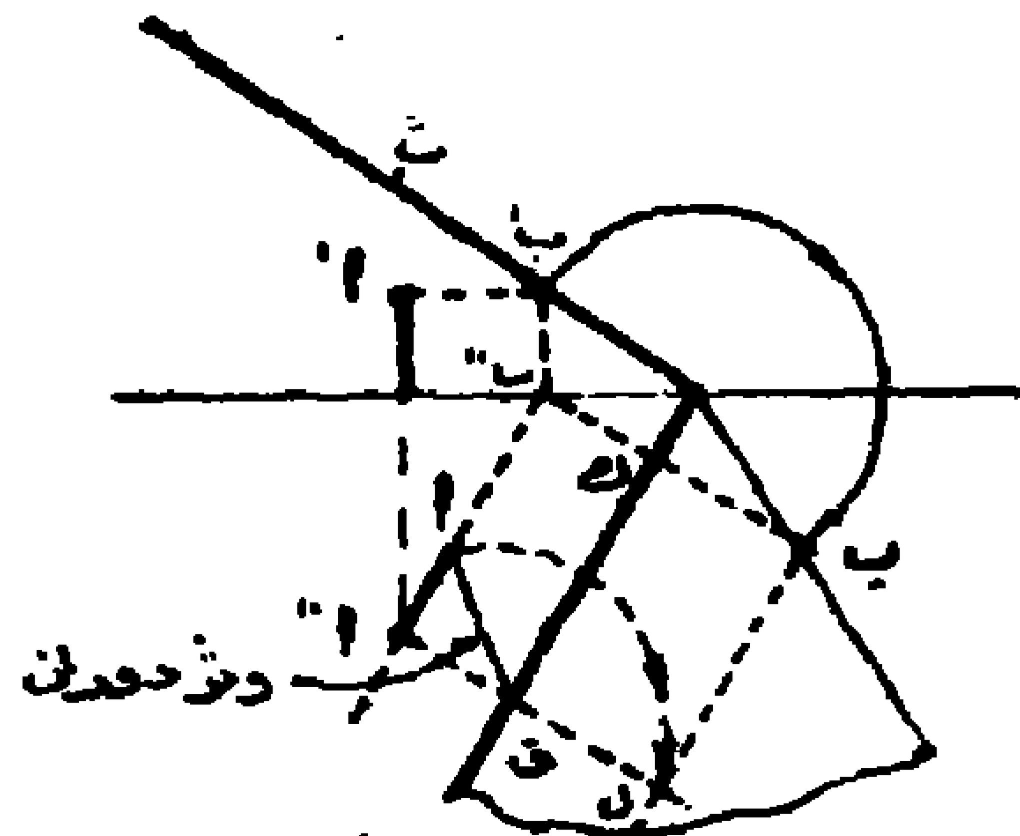


المستقيم س ع يمثل خط التقاطع

شكل (٣٣) تعيين مستقيم تقاطع مستويين معلومين بمسقطيهما بمساعدة مستويات قاطعة.



شكل (٣٤) دوران مستو حول اثره حتى ينطبق على مستو اخر.



شكل (٣٥) دوران نقطة في مستو معلوم ودوران المستوى نفسه حول اثره الوجهي.

المستقيمات والمستويات المتوازية

ان اهم النظريات الخاصة بتوازي المستقيمات والمستويات هي ما يلي : —

١ ـ المستقيمات المتوازية في الفراغ تكون مساقطها على مستو واحد متوازية فينتج من ذلك ان المستقيمات المتوازية تكون مساقطها الافقية متوازية وكذلك مساقطها الوجهية والجانبية •

٢ ـ المستقيم الذي يوازي مستويا ما ، يكون موازيا لاحد المستقيمات الواقعة في هذا المستوي ، ولا يلتقي هذا المستقيم مع المستقيمات الواقعة في المستوى حتى اللانهاية •

٣ ـ اذا قطع مستو مستويين متوازيين ، فان مستقيم تقاطعه معهما متوازيان • وينتج من ذلك ان الاثرين الافقيين لمستويين متوازيين يكونان متوازيين وكذلك يقال عن الاثرين الوجهيين والجانبين •

مسألة (١) : المعلوم مستو بأثريه والنقطة (ن) خارجة عنه، والمطلوب رسم مستقيم من النقطة بحيث يوازي المستوي المعلوم انظر الشكل (٢١ أ) •

الحل : نرسم اي مستقيم في المستوي مثل أ ب • ثم نرسم من المسقط الافقي للنقطة المعلومة ، مستقيما موازيا المسقط الوجهي للمستقيم أ ب ، ومن مسقطها الافقي نرسم مستقيما يوازي المسقط الافقي للمستقيم (أ ب) ، ان هذين المسقطين يمثلان مستقيما يوازي المستقيم (أ ب) الواقع في المستوي المعلوم ، اذن سيكون موازيا للمستوي المعلوم ، اي انه هو المستقيم المطلوب •

ومن الملاحظ ان عددا لا ينتهي من المستقيمات يوازي المستوي المعلوم ويمر بالنقطة المعلومة • ويمكن تحديد المستقيم المطلوب بتعيين

تجاهه بحيث يصنع زاوية معينة مع احد مستويات الاسقاط الرئيسية مثلا او يوازي احدها •

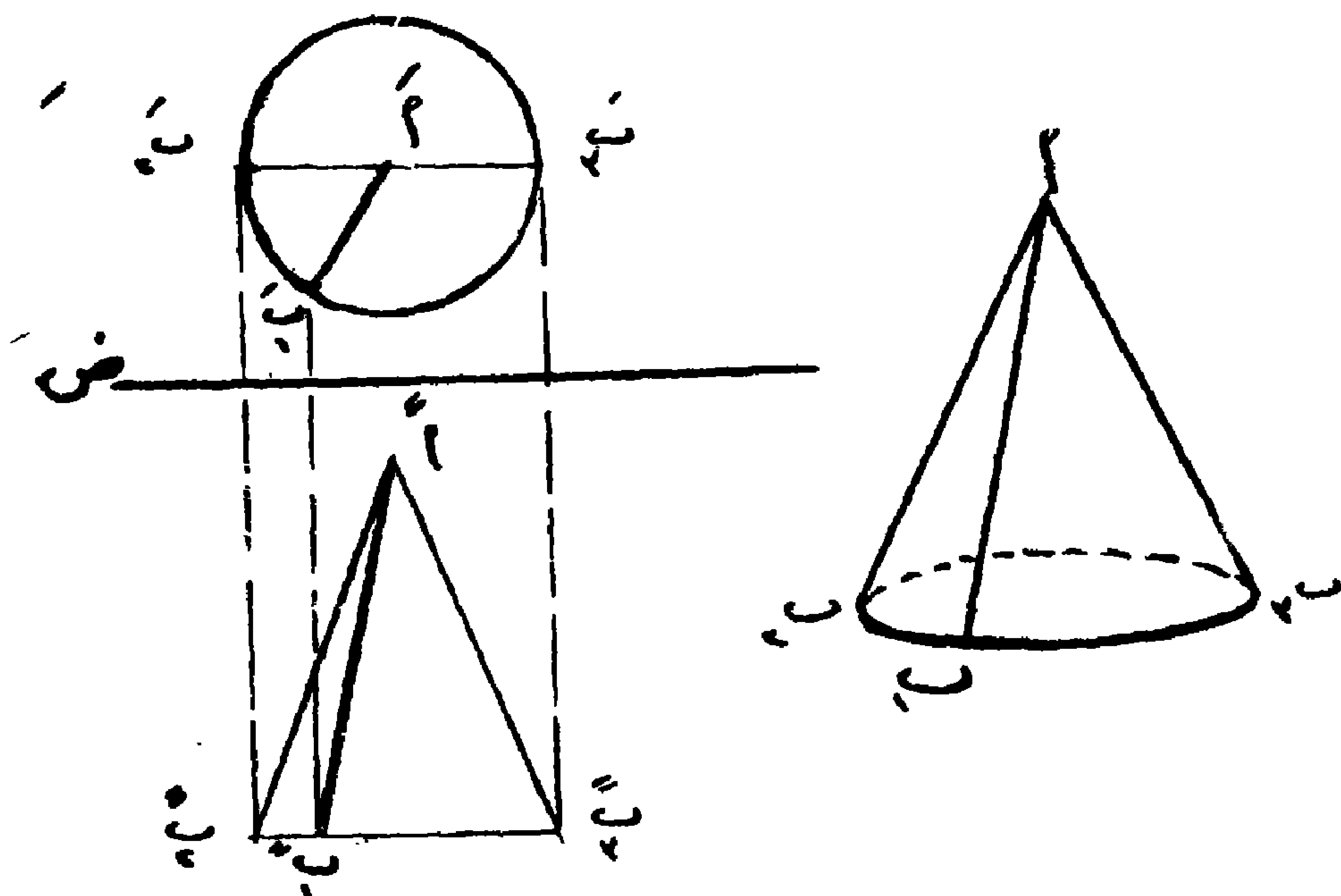
اما طول المستقيم المطلوب فغير محدود ويمكن تحديد نقطة اخرى عليه بالاضافة للنقطة (ن) ، او يمكن فرض نقطتين عليه بابعاد ما عن احد مستويات الأسقاط الرئيسية •

مسالة : المعلوم المستقيمان أ ، ب والمطلوب رسم مستو يوازي احدهما وليكن (أ) ويمر بالاخر •

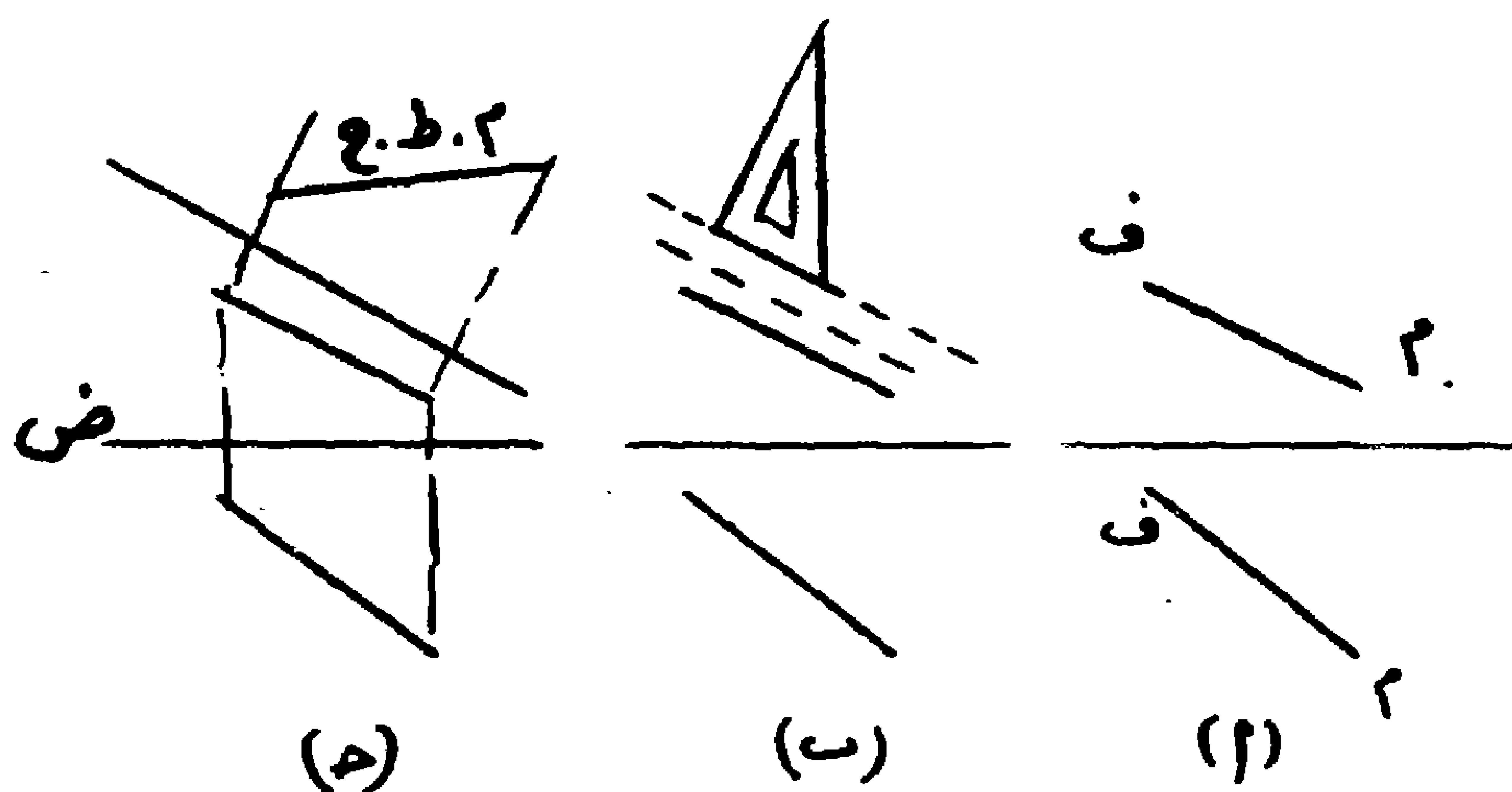
الحل : في الشكل (٢٢) نأخذ آية نقطة عن المستقيم (ب)ونرسم منها مستقيما يوازي المستقيم المعلوم (أ) ، وليكن هذا المستقيم (م) ثم نعين آثار المستقيمين (ب ، م) •

الان يسهل تعيين الاثرين الوجهي والافقي للمستوى المار بهما ان هذا المستوي سيكون موازيا للمستقيم (أ) ، اذن هو المستوى المطلـوب •

(وهو المطلوب)



شكل (٢٦) وجود الطول الحقيقي لمستقيم بطريقة الدوران



شكل (٢٧) وجود الطول الحقيقي لمستقيم باسقاطه على مستو مائل

استعمال مستو قاطع لتعيين مستقيم التقاطع

في بعض الحالات يتعذر وجود مستقيم التقاطع لمستويين معلومين لا تلتقي آثارهما في مستوي الورقة مثلا أو كان مستقيم التقاطع (ق) غير محدود الاتجاه أو اذا كان المستويان معلومين بمساقطهما ويصعب او يطول وجود آثار المستويين ففي هذه الحالات يستعمل مستو قاطع او مساعد للحصول على مستقيم التقاطع ، ومن السهولة بمكان يفضل استعمال مستو مواز لاحد مستويات الاسقاط الرئيسية او عموديا عليها •

والطريقة تنحصر في تعيين مستقيمي تقاطع المستوي المساعد هذا (او القاطع) مع المستويين المعلومين ، ونقطة تقاطع هذين المستقيمين هي نقطة مشتركة بين المستوي القاطع والمستويين المعلومين ، اذن هي نقطة واقعة على مستقيم تقاطع المستويين المعلومين ، وبتكرار العملية بالاستعانة بمستو قاطع اخر نحصل على نقطة مشتركة اخرى بين المستويين • وبأيصال خط مستقيم بين النقطتين المشتركتين نحصل على مستقيم التقاطع المطلوب • وبهذه الطريقة نستطيع الحصول على عدد كبير من النقاط المشتركة بين المستويين •

مثال : المعلوم المستويان أ ب جـ ، هـ و د بمساقطهما ، والمطلوب وجود مستقيم تقاطعهما ، انظر الشكل (٢٣) •

الحل :

١ ـ نقطع المستويين بمستو وجهي (ج١) فيكون مستقيما التقاطع مستقيمين وجهيين وهما رقم (١) ورقم (٢) ، لماذا ؟

٢ ـ يظهر مسقط هذين المستقيمين بطولهما الحقيقي في المستوى الوجهي للاسقاط •

٣ ـ نمد هذين المسقطين الى ان يلتقيا في نقطة (ع) المشتركة بين المستقيمين • هل يمكن ان يكون هذان المستقيمان متوازيين ؟ وما معنى ذلك ؟

٤ ـ نأخذ مستويا وجهيا قاطعا (ج٢) فيكون مستقيما تقاطعه مع المستويين المعلومين مستقيمين وجهيين أيضا وهما رقم (٢) ورقم (٤) •

٥ ـ ان هذين المستقيمين يظهران بطولهما الحقيقي في المستوي الوجهي للاسقاط •

٦ ـ نجد نقطة تقاطع المستقيمين (٢) و (٤) ولتكن نقطة (س) •

٧ ـ ان نقطة (س) بالمثل ستكون مشتركة بين المستويين •

٨ ـ نعين المسقطين الافقيين للنقطة (ع و س) •

٩ ـ نصل بين النقطتين (س ، ع) ، وفي المستويين الرئيسيين للاسقاط ، حيث يتعين مسقط (س ع) الافقي ومسقطه الوجهي فيكون (س ع) هو المستقيم المطلوب •

تمارين على مسائل الوضع

١ ــ المعلوم المستوي (أ ب حـ) بمساقطه ، وان آحد مستقيماته الثلاثة مستقيم جانبي ، والمعلوم أيضا المسقط الافقي للمستقيم (سَ عَ) الواقع في هذا المستوي ، والمطلوب تعيين المسقط الوجهي لهذا المستقيم •

٢ ــ المعلوم مستو بأثريه • والمطلوب تمثيل مستقيم افقي فيه على ان يبعد (ل) سم عن المستوي الافقي للاسقاط •

٣ ــ المعلوم مستو مستقيمين متوازيين • والمطلوب تمثيل مستقيم جانبي فيه على أن يبعد ٣ سم عن المستوى الجانبي •

٤ ــ المطلوب تعيين مستو يمر بنقطة معلومة بمسقطيها ويوازي مستويا معلوما (اولا) بأثريه (ثانيا) بمستقيمين متوازيين •

٥ ــ من نقطة معلومة عن مستويا يوازي مستقيما معلوما •

٦ ــ ارسم مستقيما يمر بنقطة معلومة ويوازي أي مستقيمين معلومين •

٧ ــ المطلوب تمثيل مستو يمر بنقطة معلومة ويوازي أي مستقيمين معلومين •

٨ ــ المطلوب تمثيل مستو يوازي مستويا معلوما ويمر بنقطة معلومة•

٩ ــ المطلوب تعيين مستقيم تقاطع مستويين معلومين بآثارهما في كل من الحالات الآتية : ــ

(١) الاثران الافقيان يصنعان زاوية حادة مع خط الارض ، علما بأن أحد الاثرين الوجهيين يصنع زاوية منفرجة مع خط الارض •

(٢) احد المستويين في وضع عام والثاني مستو شاقولي •

(٣) أحد المستويين شاقولي والآخر عمودي على المستوي الجانبي •

١٠ ــ المطلوب وجود نقطة تقاطع مستقيم معلوم ومستو معلوم (١) بأثريه (٢) بمسقطيه •

١١ ــ المطلوب وجود النقطة المشتركة بين ثلاثة مستويات معلومة غير متوازيــة •

(وللحصول على هذه النقطة ، عين اولا مستقيم تقاطع مستويين من الثلاثة ، ثم جد نقطة تقاطع هذا المستقيم مع المستوي الثالث، فتكون هذه النقطة مشتركة بين المستويات الثلاثة) •

١٢ ــ المطلوب تمثيل مستقيم يقطع المستوي الوجهي في نقطة معلومة، ويصنع مسقطه الجانبي ٣٠° مع مستقيم تقاطع المستويين الجانبي والوجهي ، ومعلوم أيضا بعد أثر المســـتقيم الافقــي عن خط الارض •

١٣ ــ المطلوب تمثيل مستقيم اذا علم انــه يمر بنقطة تبعد ٢ سم عــن المستوي الوجهي ، ٣ سم عن المستوي الافقي في كل من الحالات التاليـــة :

(١) بعدا أثريه عن خط الارض متساويان •

(٢) بعد أثره الوجهي يساوي نصف بعد أثره الافقي عــن خط الارض •

(٣) في حالة ظهور الاثرين كأنهما منطبقان وفي المستوي الوجهي•

١٤ ــ المطلوب تمثيل مستقيم بمسقطيه ، اذا كان أثــره الوجهي فوق خط الارض وأثره الجانبي فوق خط الارض كذلك •

١٥ ــ المطلوب تمثيل مستو بحيث يمر

(١) بمستقيم وجهي ونقطة معلومة •

(٢) بمستقيم يوازي خط الارض ونقطة في المستوي الوجهي •

(٣) بمستقيمين متقاطعين في نقطة واقعة فوق المستوي الافقي •

١٦ ــ المطلوب تمثيل المستوي المار بمستقيمين متقاطعين ، أولهما وجهي والثاني شـــاقولي •

١٧ ــ المعلوم مستو ونقطة خارجة عنه ، المطلوب تمثيل مستقيم يمــر بهذه النقطة ويوازي المستوي المعلوم مــع العلــم ان المســقط الوجهي للمستقيم يصنع ٣٠° مع خط الارض ، والمستوي المعلوم

١ ــ شاقولي ٢ ــ وجهي ٣ ــ يوازي خط الارض ويصنع ٧٥ مع الافق ٠

١٨ ــ المعلوم مستو بأثريه وهما على استقامة واحدة تصنع ٦٠° مع خط الارض ، ومعلوم نقطة بمسقطها ٠ والمطلوب تمثيل مستقيم يمر بالنقطة ويوازي المستوي المعلوم على ان يكون ذلك المستقيم (اولا) افقيا (ثانيا) وجهيا ٠

١٩ ــ المطلوب تعيين آثار مستو يمر بنقطة معلومة ويوازي مستويا معلوما بمستقيمين احدهما وجهي ٠

٢٠ ــ المطلوب تعيين خط تقاطع مستويين ، احدهما معلوم بمستقيمين متقاطعين والآخر معلوم بمستقيمين متوازيين ٠

٢١ ــ المطلوب تعيين نقطة مشتركة بين مستويين متقاطعين والمستوي الوجهي للاسقاط ، (يعين الاستاذ حالة أو أكثر) ٠

٢٢ ــ المطلوب وجود نقطة تقاطع مستقيم معلوم ومستو معلوم في كل من هذه الحالات :

(١) مستقيم شاقولي ومستو يوازي خط الارض ٠

(٢) مستقيم جانبي ومستو عمودي على المستوي الوجهي ٠

(٣) مستقيم مائل مع مستو في وضع عام ٠

٢٣ ــ المعلوم مستقيم ومستو بأثريه بحيث ان المسقط الافقي للمستقيم ينطبق على الاثر الافقي للمستوي والمسقط الوجهي للمستقيم ينطبق على الاثر الوجهي للمستوي ٠ هل يقع هذا المستقيم في المستوي المعلوم ؟ واذا لم يكن واقعا فيه فأين هي نقطة تقاطعهما ؟

٢٤ ــ المطلوب رسم مستو يوازي مستقيما موازيا لخط الارض ويحتوي على مستقيم آخر عمودي عليه ٠

٢٥ ــ المعلوم مستو بأثريه ، والاثر الافقي لمستو يوازيه ٠ عين الاثر الوجهي لهذا المستوي ٠

٢٦ ــ المعلوم مستقيمان متقاطعان ومستو شاقولي بأثريه ٠ جد مستقيم تقاطعهما بدون استعمال الآثار ٠

٢٧ ــ المعلوم ثلاث نقاط ٠ والمطلوب تمثيل مستو يمر بأحدى هذه

النقاط ويكون متساوي البعد عن النقطتين الآخريين ويصنع أثره الوجهي ٦٠° مع خط الارض •

٢٩ ــ المطلوب تمثيل مستو يمر بمستقيم معلوم ويبعد نفس البعد عن نقطتين معلومتين • أذكر خطوات العمل •

٣٠ ــ المطلوب رسم مستقيم يمر بنقطة معلومة ويقطع مستقيمين احدهما وجهي والثاني أفقي •

٣١ ــ المعلوم المثلثان هـ و ز ، ح ط ي بمساقطهما • والمطلوب وجود مستقيم تقاطعهما بالاستعانة بمستويين قاطعين ، أحدهما جانبي والآخر أفقي • اشرح خطوات العمل بالتسلسل •

٣٢ ــ حل المسألة السابقة بالاستعانة بمستويين قاطعين شاقوليين • وما هي استنتاجاتك ؟

٣٣ ــ جد آثار مستقيم تقاطع المستويين أ ل م ، ف ط ق بالاستعانة بمستويات قاطعة ، اذا كانت : ــ

أ (١ ، ١ ، ١)   ل (٣ ، ٣ ، ١)   م (٢ ، ٢ ، ٤) •

ف (١ ، ٤ ، ٣)   ط (٥ ، ١ ، ٥)   ق (صفر ، ٤ ، ٨) •

٣٤ ــ المعلوم المستويان أ د ر ، م ح ت بأحداثيات تقاطهما كما في أدناه ، والمطلوب ١ ــ وجود مستقيم تقاطعهما • ٢ ــ كتابة خطوات العمل بأختصار •

أ (صفر ، ٣ ، ٢)   د (٤ ، صفر ، ٣)   ر (١ ، ١ ، ١)

م (ــ ٣ ، ــ ٢ ، ٤)   (ــ ٣ ، ــ ٢ ، ٦)   ت (ــ ١ ، ــ ١ ، ٥) •

٣٥ ــ المعلوم مستو بأثريه الافقي والوجهي واللذين يلتقيان بالنقطة و (صفر ، صفر ، ــ ٢) ، ويمر الاثر الافقي بالنقطة ل (صفر ، ٣ ، ــ ٥) ويمر الاثر الوجهي بالنقطة م (٣ ، صفر ، ــ ٥) • والمطلوب ١ ــ تعيين مساقط المستقيم ح ط الواقع فيه اذا كانت النقطة (ح) تبعد عن كل من المستويين الوجهي والجانبي ثلاثة سنتمترات ، وتبعد النقطة (ط) عن كل من المستويين الافقي والجانبي بمقدار (ــ ٢) سم • ٢ ــ وجود بعد النقطة ط عن المستوى الوجهي •

ثانيا ـ مسائل القياس

دوران المستويات والمستقيمات

اذا وقع اي شكل او مستقيم في مستو رئيسي أو في مستو يوازي احد مستويات الاسقاط الرئيسية فانه يظهر بشكله الحقيقي ، أي ان مسقطه على ذلك المستوي للاسقاط يكون منطبقا على شكله الحقيقي. فاذا وقع شكل ما في المستوي الوجهي أو في مستو وجهي يوازيه ، فان شكله الحقيقي يكون مطابقا لمسقطه الوجهي . ولكن اذا كان الشكل واقعا في مستو مائل (أو في مستو في وضع عام) ، فلأجل تعيين شكله الحقيقي يجب معرفة المستوي الذي يحتوي عليه بأن ندوره حتى يصبح موازيا ومنطبقا على أحد مستويات الاسقاط حيث يظهر بأبعاده وبزواياه الحقيقيـــة .

ويجب أن تتذكر ان في دوران أي مستو أو مســتقيم يقتضـي ملاحظـة ما يلي : ـ

١ ـ تحديد المستوي المطلوب دورانه (م) أو المستقيم المطلوب دورانه.

٢ ـ تحديد المستوي المراد تطبيق المستوي (م) عليــه ، ويكون عادة أحد مستويات الاسقاط أو مستويا يوازي أحدها لسهولة العمل.

٣ ـ يجب تعيين محور الدوران الذي هو عبارة عن مســتقيم تقاطع المستوى (م) مع المستوي المراد تطبيقه عليه ، ويكون عادة أحد آثار المستوي ، أو احد المستقيمات (الخاصة) في ذلك المستوي.

٤ ـ يمكن دوران نقطة واحدة فقط من مستوي الشكل حول محور الدوران ، وتعيين وضع تلك النقطة بعد دورانها ، لانــه يمكن دوران النقط بنفس الطريقة الاخرى للشكل ، ولو وصلنا بينها لنتج الشكل الحقيقي .

مسالة : المستقيم الواصل بين المسقط العمــودي لاي نقطـة على المستوي المراد تطبيقها عليه ، وبين وضعها في ذلــك المستوي بعـــد

دورانها ، يكون عموديا على محور الدوران •

الحل : في الشكل (٢٤) ان مستوي نصف الدائرة (هـ و ز) عمودي على المحور س ع ، اذن يكون س ع عموديا على كل من و ق ، هـ ق •

ويكون مستقيم الاسقاط و ق عموديا على المستوي ل ، فهو اذن عمودي على المحور س ع ، أي ان المحور س ع عمودي على المستوي (وَ ق و) وعلى كل مستقيم فيه •

اذن س ص عمودي على ق و • وبما انه عمودي على هـ ق ايضا، اذن يكون وَ ق هـ على خط مستقيم واحد عمودى على المحور ، وكذلك يقال عن ز وَ ق •

مسألة : دوران مستو معلوم بآثاره حتى ينطبق على احد مستويات الاسقاط ، ففي الشكل (٢٥) مستو في وضع عام معلوم بأثريه الافقي والوجهي والمطلوب دورانه حول أثره الوجهي حتى ينطبق على المستوي الوجهي للاسقاط •

سنعتبر الاثر الوجهي للمستوي محور الدوران، فهو اذن مستقيم ثابت لن يغير موقعه من المستوي الوجهي • ولدوران الاثر الافقي للمستوي نأخذ أية نقطتين عليه ولتكن احداهما النقطة (و) وهذه أيضا ثابتة لا يتغير موقعها ولتكن النقطة الثانية (ب) حيث يكون مسقطها الوجهي منطبقا على خط الارض • نرسم من بً شعاعا عموديا على الاثر الوجهي •

والآن نركز الفرجال في نقطة ، وبفتحة تساوي و بَ نرسم قوس دائرة ، حتى يقطع هذا القوس ب ك في النقطة المطلوبة (ب) ثم نصل و ب فنحصل على الوضع الجديد للاثر الافقي للمستوي بعد انطباقه على المستوي الوجهي •

ملاحظة : في الشكل (٢٥) ان الزاوية المحصورة بين الاثر الوجهي والاثر الافقي بعد دورانه هي الزاوية الحقيقية المحصورة بين اثري

المستوي ، وهذه الزاوية تحدد المستوي الفراغي ، وكل شكل يرسم في هذه الزاوية يظهر على حقيقته .

مسألة : دوران نقطة في مستو معلوم وغير واقعة على احد اثريه .

اذا وقعت النقطة في المستوي وكانت بعيدة عن أثريه فللحصول على وضعها بعد تطبيق المستوي على أحد مستويات الاسقاط الرئيسية، نفرض ان النقطة هي (أ) الواقعة في هذا المستوي ، والمطلوب دوران هذه النقطة حتى تنطبق على المستوي الوجهي .

ففي الشكل (٢٥) يكون محور الدوران في هذه الحالة هو الاثر الوجهي للمستوي ، وللحصول على وتر الدوران نرسم من المسقط ا″ العمود ا″ ق على المحور المذكور ومن نفس المسقط نرسم موازيا لذلك المحور ونقيس عليه بعد النقطة عن المستوي الوجهي . وليكن اا″ . نصل ا ق ، فيكون هو وتر الدوران المطلوب ، وبعد ذلك نركز في نقطة ق ونرسم قوس دائرة بنصف قطر ا ق حتى يقطع هذا القوس امتداد ا″ ق في نقطة ل ، وهذا هو الوضع المطلوب للنقطة ا بعد دورانها على المستوي الوجهي .

ويمكننا حل هذه المسألة برسم المستقيم أ ب الوجهي من النقطة المعلومة بحيث يظل هذا المستقيم المختار بعد دورانه موازيا للأثر الوجهي (محور الدوران في هذه الحالة) وهو المستقيم ب ل المرسوم من نقطة ب ، بحيث يوازي محور الدوران . ان هذا المستقيم الموازي للمحور ، يلتقي مع ا″ ق في نقطة ل وهو الوضع المطلوب النقطة أ بعد دورانها حول الاثر الوجهي للمستوى المعلوم .

تعيين الطول الحقيقي لمستقيم

هنالك طريقتان لوجود الطول الحقيقي لمستقيم معلوم في وضع عام وهما طريقة الدوران ، وطريقة الاسقاط على مستو مائل يـوازي المســتقيم •

١ ــ **الطول الحقيقي لمستقيم بواسطة طريقة الدوران :** ــ المعلوم المستقيم أ ب بمسقطيه الافقي والوجهي والمطلوب وجود طولـه الحقيقي بطريقــة الدوران ، انظر الشكل (٢٦) •

الحـــل :

١ ــ اعتبر المستقيم أ ب مولدا لمخروط ، وهذا المولد في هــذه الوضعية مائل بالنسبة لمستويات الاسقاط الاصلية •

٢ ــ اعتبر النقطة أ هي رأس المخروط •

٣ ــ عندما يدور المستقيم أ ب وتكون النقطة أ ثابتة والنقطة ب تتحرك في مستو افقي ، سيكون موقع النقطة ب في الموقع الجديد المبين في المسقط (ب) الوجهي وفي الشكل المجسم، فانه سيكون في هذه الوضعية موازيا للمستوي الوجهي •

٤ ــ لاحظ في هذه الوضعية ، وهي واحدة من اثنتين ، يكــون المسقط الوجهي للمستقيم أ ب مساويا لطوله الحقيقي •

٢ ــ **الطول الحقيقي لمستقيم باسقاطه على مســتو قاطع مواز له ويكون عموديا على احد مستويات الاسقاط : ــ**

من المعلوم ان مسقط المستقيم بطولـه الحقيقي لا يظهر الا اذا اسقط المستقيم على مستوي اسقاط يوازيه ، فالمستقيم م ف الذي هو في وضع عام كما هو في الشكل (٢٧ أ) لا يظهر على أي من مستويات الاسقاط الرئيسة بطوله الحقيقي ، لذلك فاننا نستعين بأحد المستويات التي توازيه وتكون عمودية بنفس الوقت على أحد مستويات الاسقاط

الرئيسة كما في الشكل (٢٧ ب)٠

وفي هذه الحالة يكون أثر المستوي القاطع هذا ومسقط المستقيم المعلوم على أحـد مستويات الاسقاط التي تتعامد مع المستوي القاطع متوازيين • الان نسقط المستقيم على هذا المستوي الذى قلنا انه يوازيه فيظهر مسقطه بطوله الحقيقي • وطريقة الاسقاط هي ان نسقط نقطـة فنقطة على هذا المستوي ثم نصل بينهما فنحصل على مسقط مستقيم على مستو يوازيه ، انظر الشكل (٢٧ جـ) ، كما لو حصلنا على مسقط مستقيم افقي في المستوي الافقي للاسقاط ، راجع الشكل (٦حـ ، د، هـ) في الصفحة (٢٧) من الفصل الثالث (تمثيل المستقيم) •

يلاحظ مما سبق ان الطريقتين المستعملتين لوجود الطول الحقيقي لمستقيم لا تختلفان من حيث الجوهر ، اذ انه في الطريقة الاولى نجعل المستقيم المعلوم ، وبعد دورانه ، موازيا لاحـد مستويـات الاسقاط الرئيسة ، أما في الطريقة الثانية فنستعين بمستو قاطع مواز للمستقيم المعلوم ، ومن ثم نسقط المستقيم عليه •

تمارين على مسائل القياس

١ ــ أوجد الزاوية بين اثري مستو معلوم في كل من الحالات التالية :ــ

أ ــ ميل الاثر الافقي على خط الارض ٤٥° والاثر الوجهي على خط الارض ٤٥° أيضا ٠

ب ــ ميل الاثر الافقي على خط الارض ٤٥° والاثر الوجهي على خط الارض ٦٠° ٠

جـ ــ ميل الاثر الافقي على خط الارض ٦٠° والاثر الوجهي على خط الارض ٦٠° ٠

د ــ ميل الاثر الافقي على خط الارض ٣٠° والاثر الوجهي على خط الارض ٦٠° ٠

هـ ــ ميل الاثر الافقي على خط الارض ٣٠° والاثر الوجهي على خط الارض ٧٥° ٠

٢ ــ المعلوم النقطة (أ) التي تبعد ٦ سم عن كل من المستويات الثلاثة للأسقاط وتقع في مستو يكون أثره الوجهي ٣٠° مع خط الارض٠ والمطلــوب دورانها حول الاثر الافقي للمستوي اولا والاثــر الوجهي للمستوي ثانيا ٠

٣ ــ جد طول المستقيم أ ب بواسطة مستو قاطع شاقولي اولا ثم بمستو قاطع عمودي على المستوي الوجهي ثانيا اذا علمت ان احداثيات النقطتين هي أ (٥ ، ٢ ، ٧) ب (٣ ، صفر ، ١) ٠

٤ ــ جد الطول الحقيقي للمستقيم جـ د اذا كانت حـ (٧ ، صفر ، ٩) وكانت د (٣ ، ١ ، ٢) وذلك بطريقة الدوران مع ملاحظة ما يأتي:ــ

١ ــ اعتبر النقطة حـ ثابتة وحرك النقطة د في مستو افقي ٠

٢ ــ اعتبر النقطة حـ ثابتة وحرك النقطة د في مستو جانبي ٠

٣ ــ اعتبر النقطة د ثابتة وحرك النقطة حـ في مستو وجهي ٠

٤ ــ اعتبر النقطة د ثابتة وحرك النقطــة حـ في مستو افقي ٠

٥ ـ المطلوب تمثيل الكرة التي نصف قطرها س ع ، وما هو حجمها ؟
س (٢ ، ٧ ، ٣) ع (٦ ، ٨ ، ٧)

٦ ـ المطلوب تمثيل كرة طول قطرها=٦سم ، ويقع هـذا القطر فـي مستو شاقولي يشكل ٦٠° مع المستوي الجانبي ، اما ميل هـذا القطر على الافق فهو ٣٠° مع العلم ان بعد مركز الكرة عن المستوي الوجهي=٤سم • ما هي الزوايا التي يصنعها قطر الكرة هذا مع مستويات الاسقاط الاخرى ؟

٧ ـ مثل المثلث أ ب حـ المتساوي الاضـلاع وطول ضلعه ٣سم ، اذا علمت انه يقع في مستو شاقولي ويصنع ٤٥° مع المستوي الوجهي• وتبعد نقطة (أ) عن المستوي الوجهي والافقي ٥سم ، ٢سم على التناظر ويميل المستقيم ب بمقدار ٣٠ عن الافق • ما مساحة هذا المثلث ؟

٨ ـ المطلوب تمثيل دائرة طول قطرها=٥سم وتقع في مستو مائل أثره الوجهي يصنع ٣٠° مع خط الارض ، اذا علمت ان مركزها يبعد ٥سم عن كل من مستويات الاسقاط •

٩ ـ المطلوب تمثيل دائرة تمر بثلاث نقاط معلومة واقعة في مستو يوازي خط الارض •

١٠ ـ أوجد حجم المخروط الناقص المار بالمستقيم أ ب اذا كانت احداثيات هذه النقاط : أ (٣ ، ٢ ، ٩) ب (٧ ، ٥ ، ٦) علما بأن قاعدتيه افقيتان وارتفاعه=٤سم •

الفصل السادس

التعامد

هنالك نظرية في الهندسة المجسمة تنص على ان المستقيم العمودي على مستو يكون عموديا على جميع المستقيمات المرسومة في المستوي ومن نقطة تقاطعه مع المستوي ، والآن نريد توسيع نطاق هذه النظرية فنقول ان كل مستقيم واقع في هذا المستوي يكون عموديا على المستقيم المذكور . لذلك يستنتج ان المستقيمات المتعامدة ليس من الضروري ان تكون متقاطعة ، انظر الشكل (٢٨) .

قبل ان نحل بعض مسائل التعامد علينا ان نعود الى بعض النظريات الموجودة في الهندسة المجسمة لاهمية علاقتها مع الموضوع ، فهي تساعدنا على معرفة النتيجة واستنتاج الحل بصورة سهلة .

١ ــ المستقيم العمودي على مستو يكون عموديا على جميع المستقيمات الموجودة في سطح ذلك المستوي والمرسومة من أثر المستقيم على المستوي .

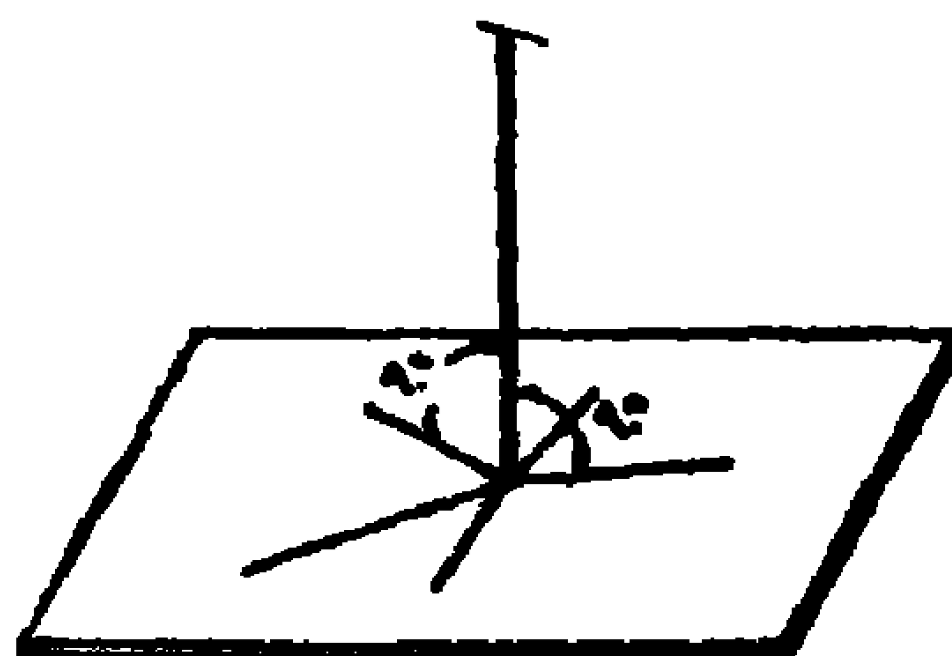
٢ ــ يكون المستوي عموديا على مستو آخر اذا كان كل مستقيم فيه عموديا على مستقيم تقاطعهما .

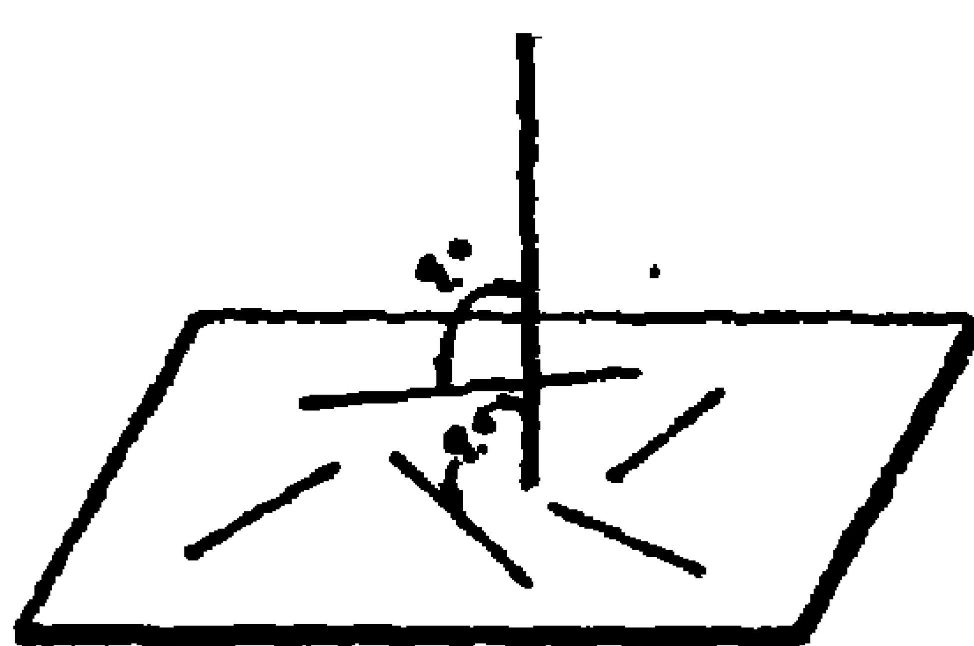
٣ ــ اذا تعامد مستقيم على مستقيمين متقاطعين او مستقيمين متوازيين كان ذلك المستقيم عموديا على مستوى المستقيمين .

٤ ــ اذا تعامد مستقيم على ثلاثة مستقيمات ملتقية في نقطة واحدة كانت هذه المستقيمات الثلاثة في مستو واحد .

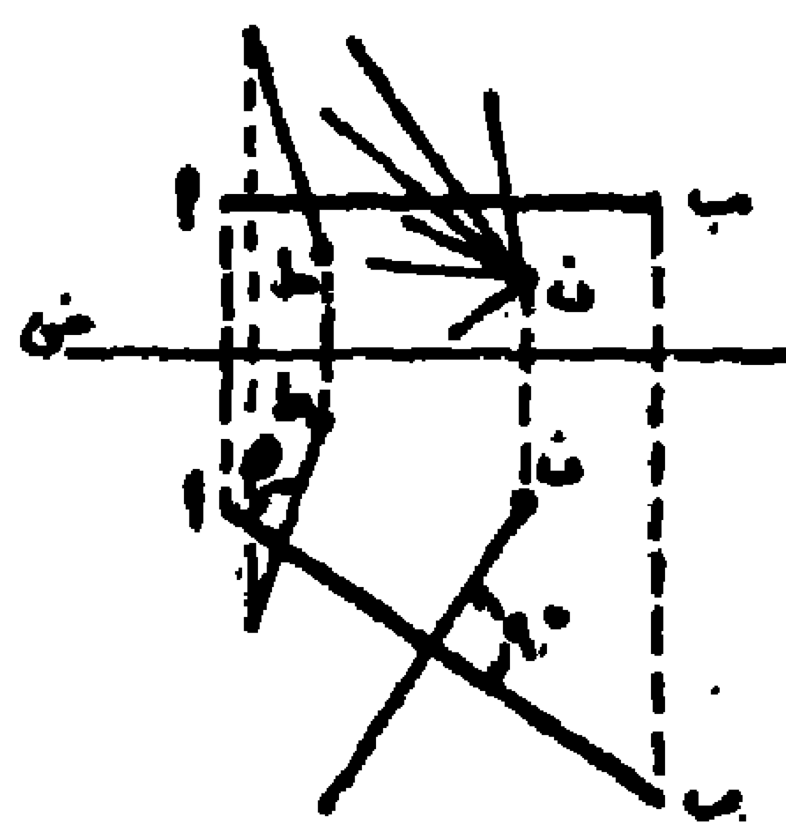
٥ ــ اذا تعامد مستقيمان على مستو واحد كان هذان المستقيمان متوازيين .

٦ ــ اذا توازى مستقيمان وكان احدهما عموديا على مستو ، فان المستقيم الثاني يكون عموديا ايضا على ذلك المستوى .

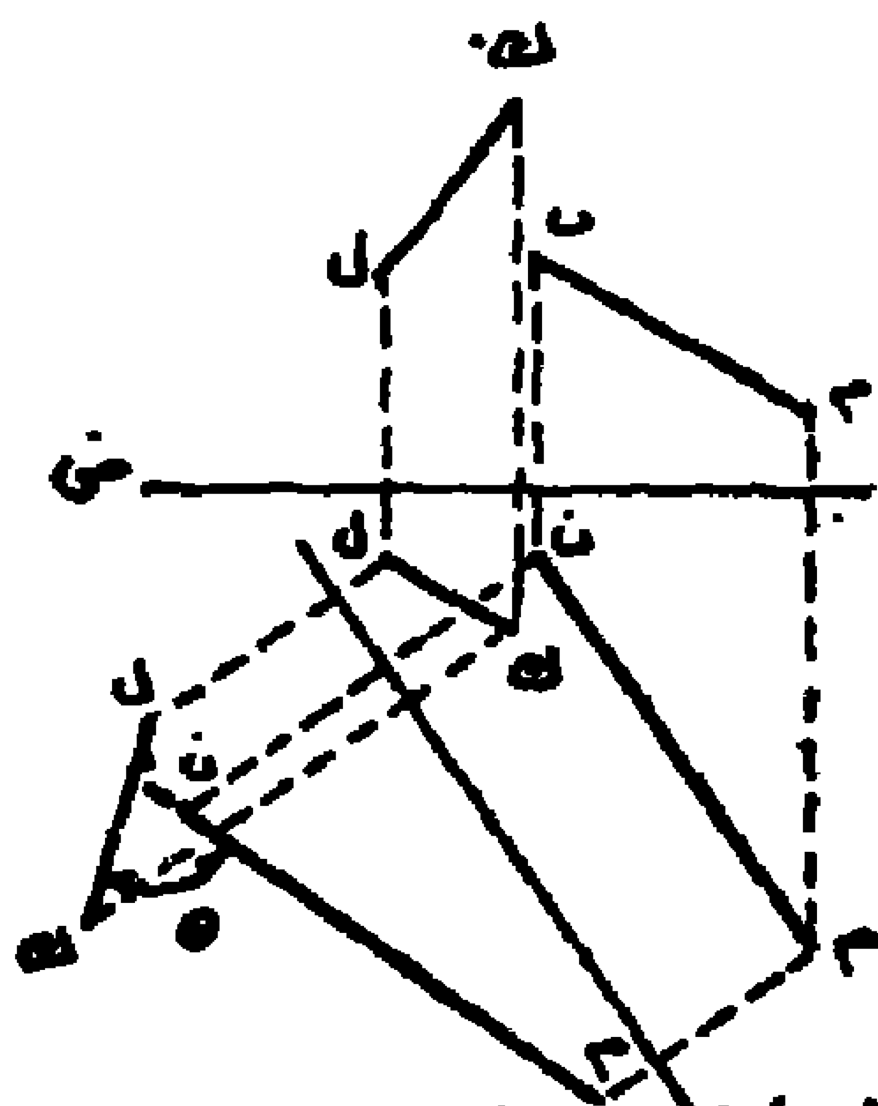




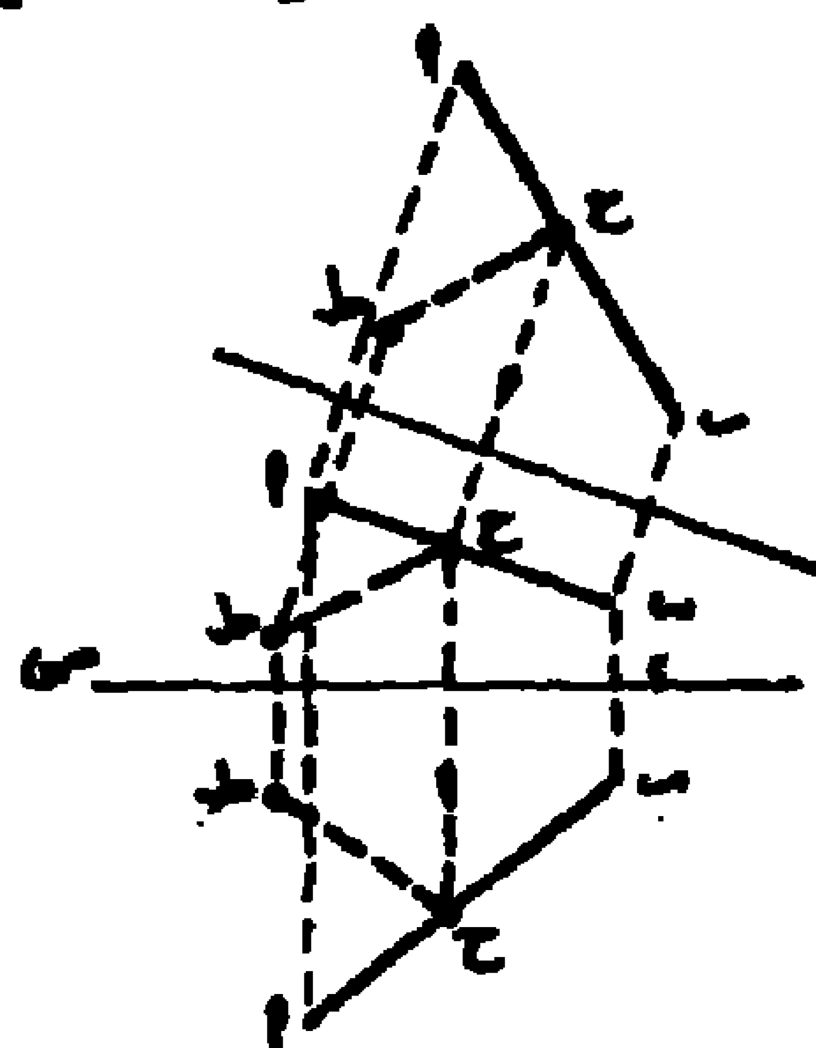
شكل (٢٨) المستقيم العمودي على مستو.



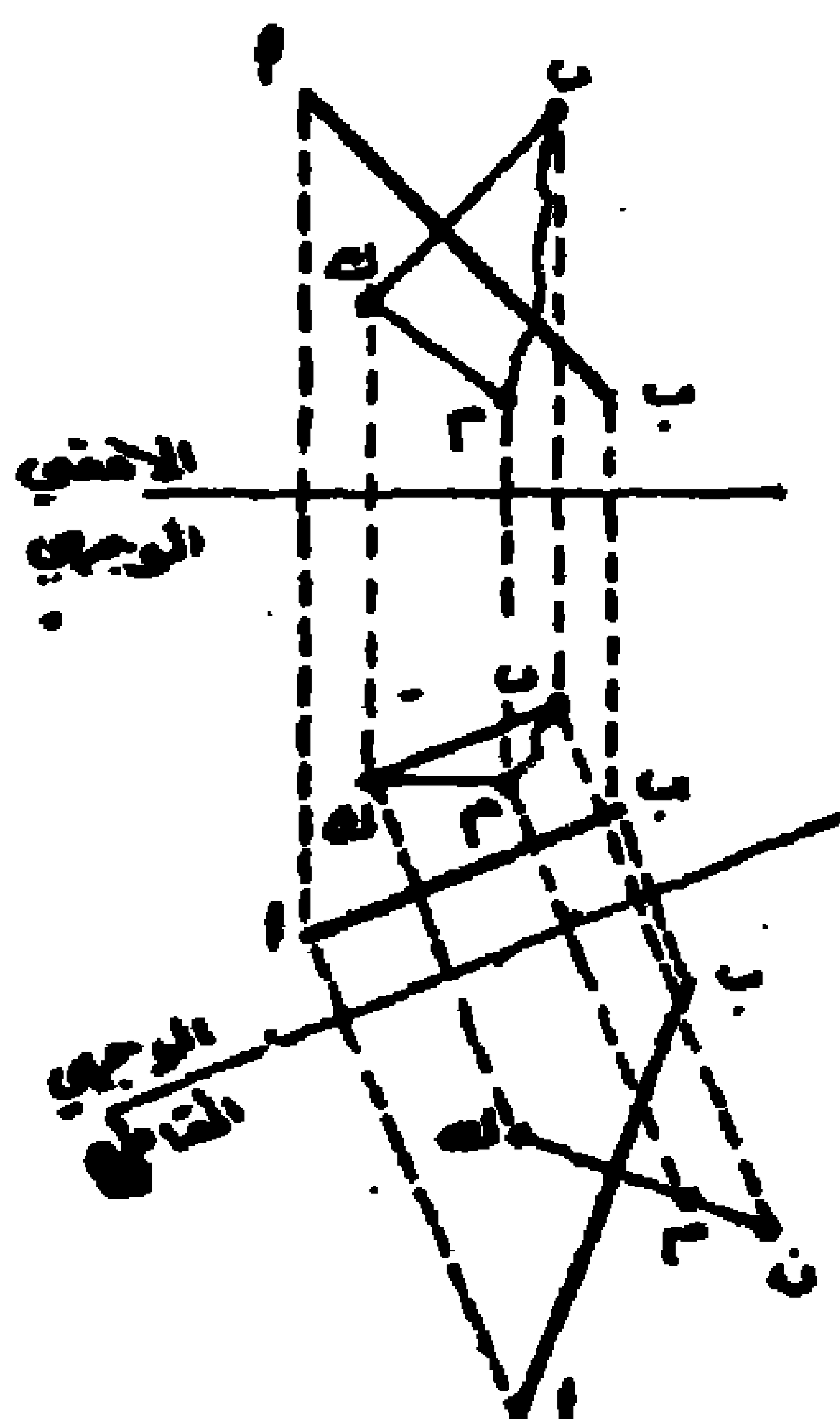
شكل (٢٩) تمثيل مستقيمين متعامدين.



شكل (٢٠) إيجاد الزاوية بين مستقيمين



شكل (٢١) انزال عمود على مستقيم معلوم من نقطة معلومة.



شكل (٢٣) تمثيل مستو عمود على مستقيم من نقطة معلومة.

٧ ـ لا يمكن رسم اكثر من مستقيم واحد يكون عموديا علـى مستو من نقطة واحدة •

٨ ـ اذا تعامد مستقيم على ثلاثة مستويات او اكثر كانت هذه متوازية•

٩ ـ اذا تعامد مستو على مستويين اخرين ، كان عموديا على مستقيم تقاطعهما •

١٠ ـ اذا تعامد مستقيم على مستو ، فكل مستو يمر بالمستقيم يكـون عموديا على هذا المستوي •

المستقيمات المتعامدة

من الخواص الهامة للمستقيمات المتعامدة التي تسقط اسقاطا عموديا هي انه اذا تعامد مستقيمان على بعضهما فانهما يسقطان ويظهران عموديين اذا ظهر احدهما او كلاهما بطوله الحقيقي .

ففي الشكل (٢٩) نجد ان المستقيم أ ب هو مستقيم وجهي وان مسقطه الوجهي يظهر بطوله الحقيقي . فاذا اريد رسم مستقيم عمود عليه من نقطة خارجة عنه (ن) ، فيجب ان يظهر مسقط هذا المستقيم عموديا على المسقط الوجهي للمستقيم أ ب ، اما مسقطه الافقي ومسقطه الجانبي فقد يشكلان اية زاوية مع المسقط الافقي او المسقط الجانبي للمستقيم أ ب . ويلاحظ ان في الامكان رسم عدد لا نهائي من المستقيمات التي تمر بالنقطة ن وتكون عمودية على المستقيم أ ب ، وهي بدورها (أي هذه المستقيمات)تعين المستوي المرسوم من النقطة وعلى المستقيم الوجهي المعلوم . ويمكننا ان نتخيل هذا المستوي بانه مستو عمودي على المستوي الوجهي ، وهو مستو قاطع « وسندعوه في الفصل القادم مستويا مساعدا اوليا » .

أما اذا اريد تعيين مستقيم يمر من النقطة المعلومة ويقطع المستقيم أ ب بحيث يكون عموديا عليه ، فيكون للمسألة جواب واحد فقط اذ يتعذر علينا ان نرسم أكثر من عمود واحد على مستقيم يكون قاطعا له . ويكون المستقيم م ن في هذه المسألة هو المستقيم المطلوب .

مسألة :

المطلوب رسم مستقيم من نقطة معلومة بحيث يصنع زاوية معينة (ولتكن ٧٠° مثلا) مع المستقيم الوجهي أ ب الذي في الشكل (٢٩) .

لنفرض النقطة المعلومة هي ط ، فالمستقيم الذي يرسم منها ويكون مائلا (٧٠°) على المستقيم أ ب يظهر مسقطه الوجهي بزاوية ٧٠° مع المسقط الوجهي للمستقيم الوجهي أ ب ، ان هذا المسقط يمكن اعتباره

أثرا لمستو يصنع ٧٠° مـــع المستقيم الوجهي ، أمـــا المسقط الافقي للمستقيم المطلوب فيتعين من مسقط النقطة ط الافقي ، ويعتمد موضعه على علاقة المستقيم المطلوب بالمستقيم الوجهي المعلوم فيما اذا كان قاطعا له ام لا .

مســـــأله :

المطلوب وجود الزاويـــة الحقيقية بين مستقيمين معلومين . ففي الشـكل (٣٠) المستقيمان المعلومان هما ك ل ، م ن ، والمطلوب معرفـــة الزاوية التي بينهما . ومن الملاحظ ان المستقيمين في وضـــــع عام أي لا يظهران بطول حقيقي في أي من المستويات الرئيسية ، لذا فنستعين بمستو قاطع عمودي على المستوي الوجهي مثلا (مثلا) ويوازي احـــد المستقيمين وليكن م ن (مثلا) . والآن نسقط م ن على هـــذا المستوي القاطع حيث يظهر بطوله الحقيقي ، ومن ثم نسقط المستقيم الآخر وهو ك ل على المستوي المذكور حيث يظهر بطول لا يساوي طوله الحقيقي . ان الزاوية بين هذين المسقطين الجديدين تساوي الزاوية الحقيقية بـــين المستقيم م ن والمستوي المار بالمستقيم ك ل د العمودي علـــى المستوي القاطع المذكور .

مســـــألة :

المعلوم المستقيم أ ب والنقطة ط ، والمطلوب انزال مستقيم عمودي على المستقيم المعلوم ومن النقطة ط .

ففي الشـكل (٣١) نجد ان المستقيم في وضع عام ولا يظهر بطوله الحقيقي في أحد مستويات الاسقاط . فيجب اولا اظهار المستقيم بطوله الحقيقي لكي تتمكن من تمثيل المستقيم المتعامد عليه ومن النقطـــة . فنأخذ مستويا قاطعا وليكن في هذه الحالة شـــاقوليا ونسقط عليــــه المستقيم أ ب و والنقطة ط .

ومن مسقط النقطـــة ط الجديد نرسم شعاعا عموديا على مسقط الطول الحقيقي للمستقيم أ ب مثل ط ي . ولارجاع المستقيم الجديد

هذا الى مستويات الاسقاط الرئيسية ، علينا ان نعرف مـا اذا كان المستقيم المطلوب يقطع المستقيم المعلوم ام لا • ففي المسألة المبينـة في الشكل (٣١) نجـد ان المستقيم ط ي يقطع المستقيم المطلوب أ ب والمستقيم ط ي هو القاطع الوحيد للمستقيم أ ب ، وهنالك عدد لا نهاية له من الحالات التي يكون فيها المستقيم عموديا على أ ب ولـكن لا يقطعـه •

مسـألة :

المعلوم المستقيم أ ب ونقطة مثل ل ، والمطلوب تمثيل مستو عمودي على المستقيم المعلوم ومن النقطة ل •

ففي الشكل (٣٢) يمكننا ان نمثل او نرسم عـددا لا نهائيا من المستويات العمودية على مستقيم معلوم وآثارها تتوازى في مستويات الاسقاط، ولكن لايمكن رسم أكثر من مستو واحد عمودي على مستقيم معلوم من نقطة معلومة أيضا ، كما يتعذر رسم اكثر من مستقيم عمودي واحد على مستو معلوم من نقطة معلومة • ولرسم المطلوب تتبع الخطوات الآتيـة : ـ

١ ـ نعين الطول الحقيقي للمستقيم أ ب بأسقاطه على مستو قاطع يوازيه وعمودي على المستوي الوجهي •

٢ ـ تنقل النقطة المعلومة الى المستوي القاطع ونعين مسقطها فيه •

٣ ـ نقيم من مسقط ل الجديد عمودا على المستقيم أ ب ونمـده ، ثم نأخذ أية نقطتين فيـه •

٤ ـ لتكن هاتان النقطتـان م ، ن ، ونعتبرهمـا مسـقطين لنقطتين في المستوي المطلوب •

٥ ـ نرجع النقطتين الى المستوي الوجهي وذلك برسم مستقيمات تناظر عمودية على أثر المستوي القاطع الوجهي ، ويمكننا ان نضـع المسقطين الوجهيين لهاتين النقطتين في أي محل مناسب •

٦ ـ واخيرا تنقل المسقطين الى المستوي الافقي بالطرق المتبعة فنحصل على المستقيمين ل م ، ل ن اللذين يعينان المستوي المطلوب •

ملاحظـــة :

يمكن ان يمثل المستوي المطلوب أي مستقيمين متلاقيين في ل ، وينطبق مسقطاهما على المستقيم المرسوم في المستوي القاطع من النقطـة ل أي ان لدينا عددا لا نهائيا من ازواج المستقيمات التي تمثل المستوي المطلوب •

مسـألة :

المعلوم نقطة ومستو بأثريه ، والمطلوب رسم مستقيم من النقطـة المعلومة بحيث يكون عموديا على المستوي •

الحـــل :

في الشكل (٣٣) المستوي معلوم بأثريه الوجهي والافقي والنقطة المعلومة هي ط • نرسم من المسقط الوجهي للنقطة ط شعاعا عموديا على الاثر الوجهي للمستوي ومن مسقط النقطة الافقي عمودا علـى الاثر الافقي للمستوي • يمكن اعتبار هذين العمودين المرسومين من المسقط الوجهي للنقطـة ط والمسقط الافقي للنقطة ط ، مسقطين لمستقيم يمر بالنقطة ط • ان هذا المستقيم هو مستقيم عمود على أثري المســتوي المعلوم ، أي انه عمود على مستقيمين في المستوي المعلوم ، اذن هـذا المستقيم سيكون عموديا على المستوى المعلوم • ولما كان طول هـذا المستقيم غير محدود فيمكننا اختيار نقطـة أيا كان موقعها حتى نسمي المستقيم بالنقطتين ، احداهما ط والاخرى هي النقطة المختارة •

مســألة :

المعلوم مستو بمستقيمين متقاطعين ، ونقطة مثل (ن) والمطلوب تعيين المستقيم العمودي على المستوي من النقطة المعلومة •

الحـــل :

لوجود المستقيم المطلوب للمسألة المبينة في الشكل (٣٤) تتـم

الخطوات الآتيـة : ـ

١ ـ نأخذ مستقيما خاصا في المستوي المعلوم ، وليكن مستقيما وجهيا حيث يظهر مسقط طوله الحقيقي في المستوي الوجهي للاسقاط .

٢ ـ تنزل من النقطة ن مستقيما عموديا على هـــذا المستقيم الوجهي ويمكن اعتبار أي مسقط يمر بمسقط النقطة (ن) الافقي مسقطا أفقيا للمستقيم .

٣ ـ نرسم مستقيما أفقيـا في المسـتوي المعلوم . ان مسقطه الافقي يساوي طوله الحقيقي .

٤ ـ ننزل من مسقط نقطة (ن) الافقي مستقيما عموديا على المسـتقيم الافقي المذكور في الفقرة (٣) ونعتبره مسقطا لمستقيم عمود على المستقيم الافقي .

٥ ـ لو اعتبرنا المستقيمين المرسومين من مسقطي النقطة (ن) الوجهي والافقي بمسقطين لمستقيم واحد مرسوم من هذه النقطة احدهما المسقط الوجهي والثاني المسقط الافقي . فان هـذين المسـقطين يمثلان مستقيما مرسوما عموديا على مستقيمين في المستوي المعلوم اولهما مستقيم وجهي والثاني مستقيم افقي .

٦ ـ ولما كان المستقيم ن ل (بالعمل) عموديا على مستقيمين واقعين في مستوى واحد ، اذن سيكون عموديا على ذلك المستوي اي انه هو المستقيم المطلوب .

مســألة :

اوجد البعدين بين نقطة معلومة ومستو معلوم بأثريه .

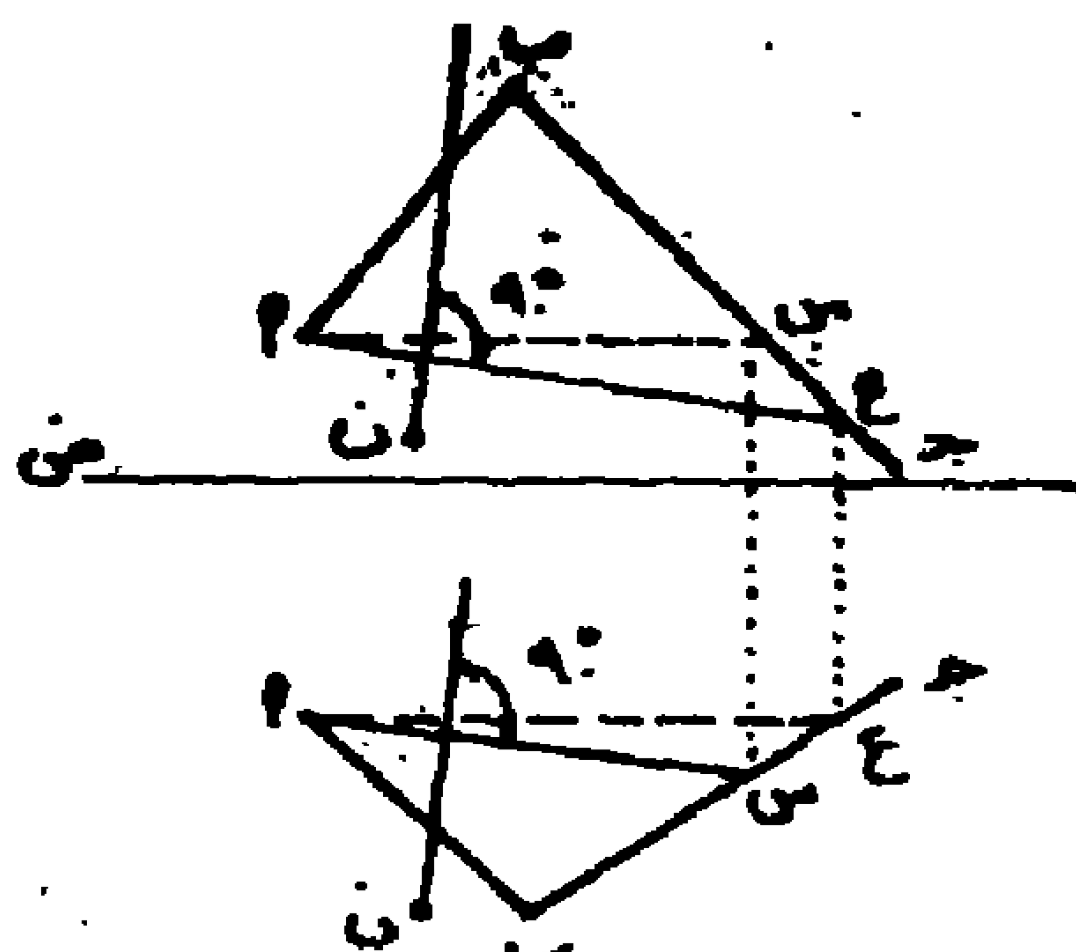
الحـــل :

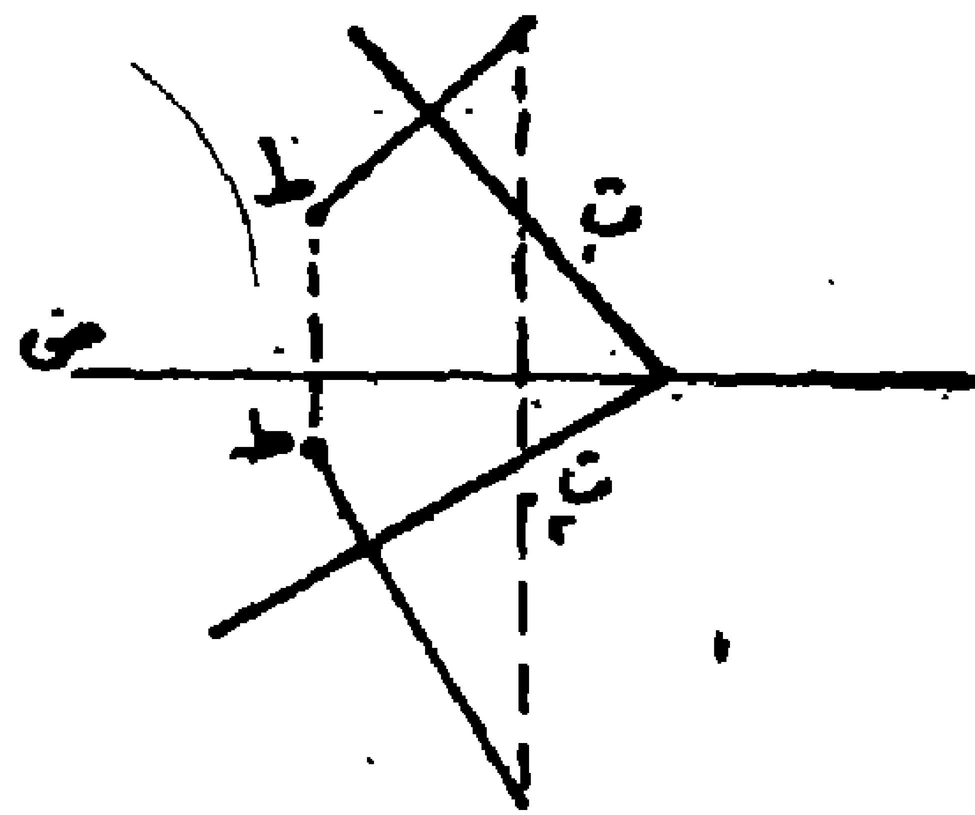
في الشكل (٣٥) المستو المعلوم بأثريه الافقي والوجهي والنقطة أ .

١ ـ نرسم مستقيما عموديا على المستوي ومن النقطة المعلومة أ .

٢ ـ نمرر في هذا المستقيم مستويا عموديا على المستوي المعلوم ايضا .

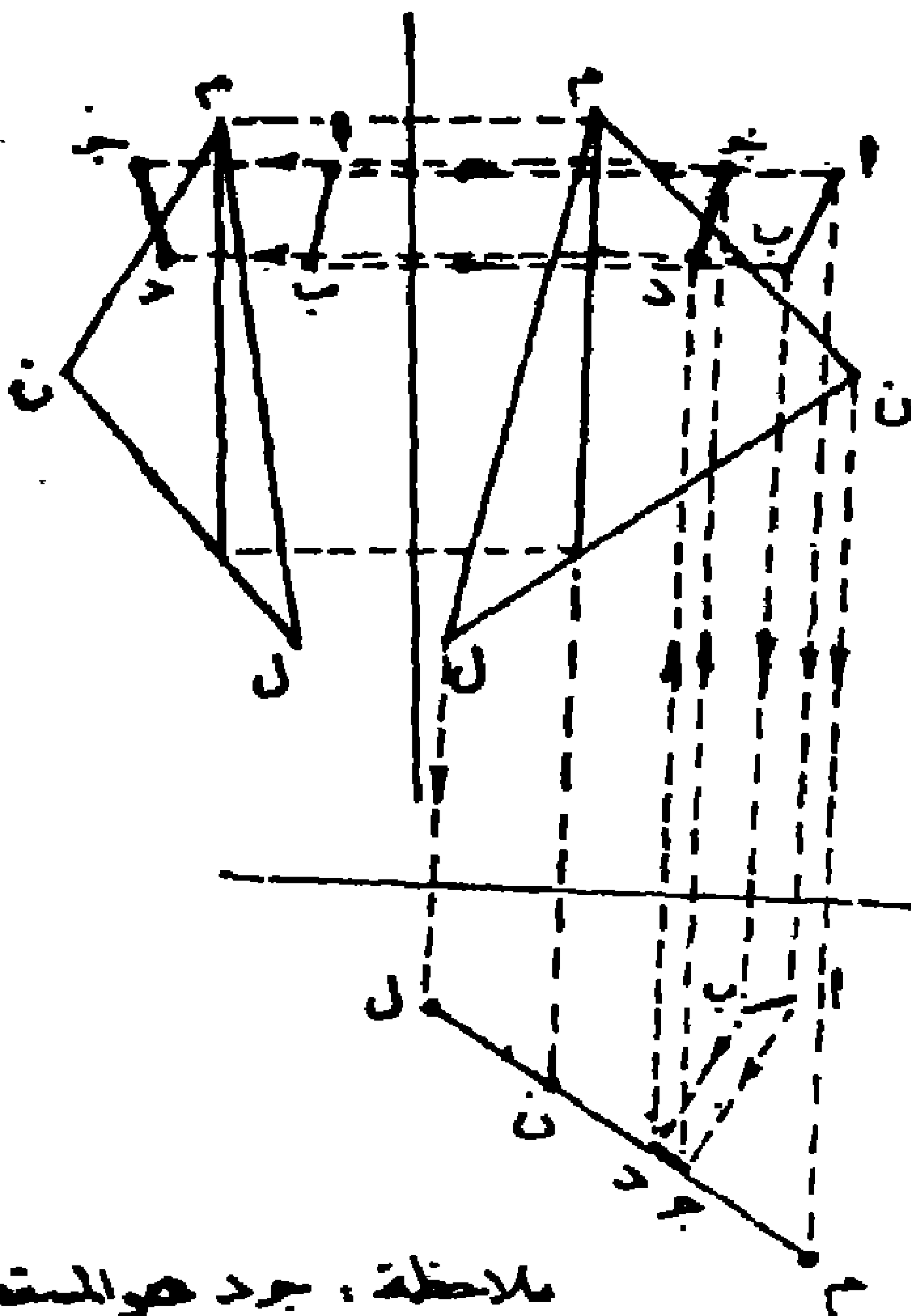
٣ ـ ان هذا المستوي القاطع والمستوي المعلوم سيتقاطعان في مستقيم .

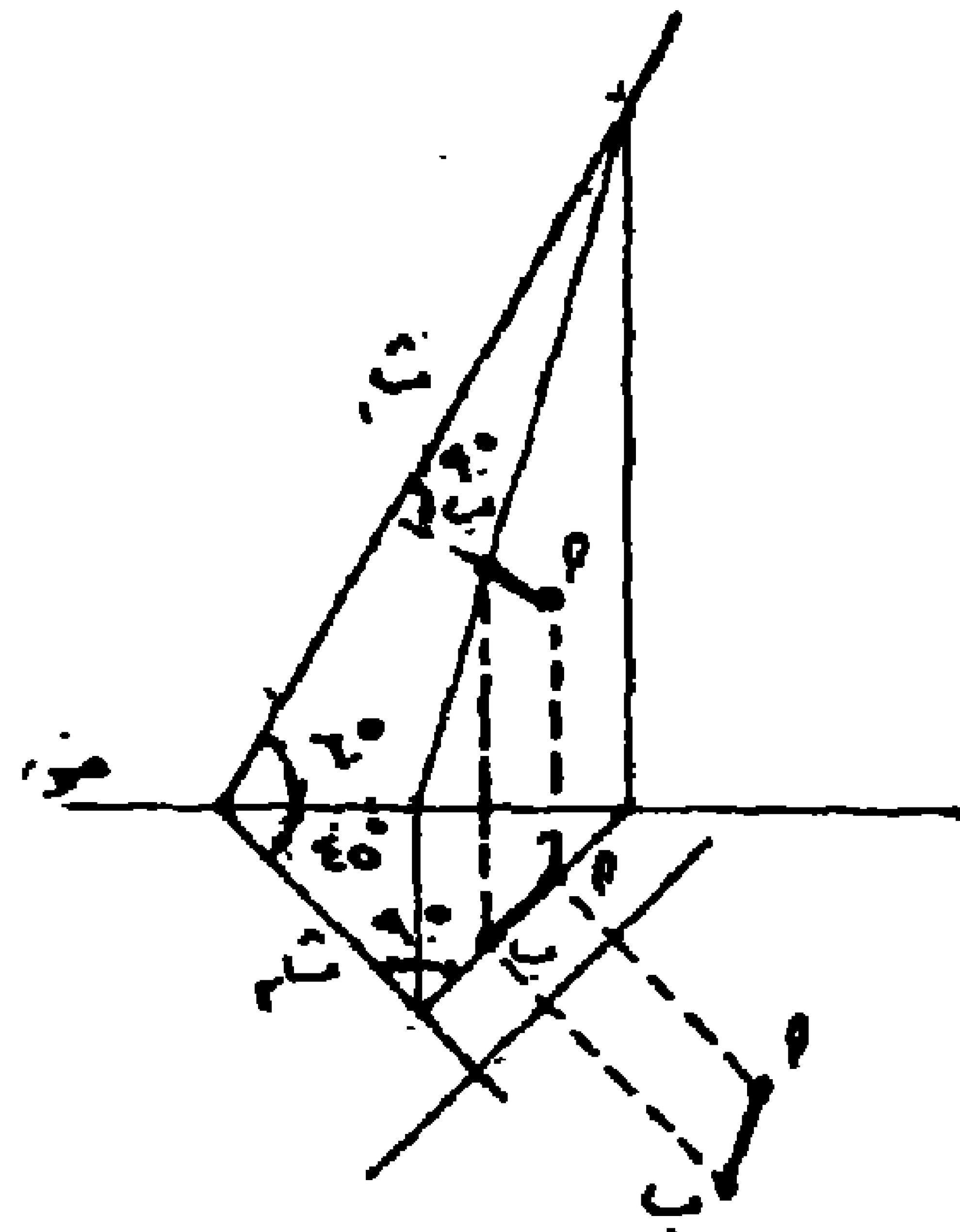




شكل (٢٢) رسم مستقيم عمود على مستو معلوم (باثريه) ومن نقطة معلومة.

شكل (٢٤) انزال مستقيم عمود على مستو (معلوم بمستقيمين متقاطعين) ومن نقطة معلومة.





شكل (٢٥) ايجاد البعد بين نقطة ومستو معلوم باثريه.

ملاحظة : جـ د هو المسقط المطلوب للمستقيم أ ب وعلى المستوى ل م ن .

شكل (٢٦) اسقاط مستقيم معلوم على مستو معلوم .

٤ ــ ان مسقط هــذا المستقيم سينطبق على الاثــر الوجهي للمستوي المذكور في الفقرة (٢) •

٥ ــ ان نقطة ب (أي نقطة تقاطــع العمود أ ب على المستوي المعلوم) واقعة في المستوي المعطي في المسألة وبنفس الوقت واقعــة على المستقيم المنزل من النقطــة المعلومة والعمودي على المســتوي المعلوم •

٦ ــ نجد المسافة بين أ ب أي وجود الطول الحقيقي للمســتقيم أ ب الذي يمثل البعد المطلوب بين النقطة المعلومة والمستوي المعلوم •

مســـألة :

المعلوم مستقيم ومستو بمسقطيه والمطلوب اســقاط المســتقيم المعلوم على المستوي المعلوم •

الحـــل :

في الشكل (٣٦) المعلوم المستقيم أ ب والمستوي ل م ن بمسقطيهما الجانبي والوجهي ولاسقاط المستقيم أ ب على المستوي ل م ن نتبــــع الخطوات الآتيــة : ــ

١ ــ نأخذ مستقيما خاصا في المستوي ل م ن وليكن في هــــذه الحالة مستقيما جانبيا مثل م و يظهر مسقطه في المستوي الجانبي بطوله الحقيقي •

٢ ــ نسقط المستوي المعلوم على مستوي يقطع المستوي الجـــانبي ويكون عموديا عليــه •

٣ ــ يظهر مسقط المستوي ل م ن خطا مستقيما ، أما مسقط المستقيم أ ب على هذا المستوي القاطع فيظهر بوضع عام •

٤ ــ ننزل على المسقط الذي ظهر مستقيما في المستوي القاطع ، أشــعة عمودية من مسقط أ ب الجديد • ان هذين الشعاعين يقطعــــان المسقط في النقطتين حـ ، د •

٥ ـ نرجع النقطتين حـ ، د الى المستوي الجانبي ثم الى المستوي الوجهي حيث تظهر النقطتان في مستويات الاسقاط الرئيسية •

٦ ـ ان وصلنا بين مسقطي حـ ، د في المستويين الوجهي والجانبي لحصلنا على مسقطي حـ ، د الوجهي والجانبي على التوالي •

٧ ـ اذن حـ د هو المسقط المطلوب للمستقيم أ ب على المستوي ل م ن، أي ان حـ د يقع في المستوي ل م ن ولو انه ظهر خارج حدود ل م ن، اذ ليس للمستو حدود •

مسألة :

المعلوم مستويان متوازيان باثارهما والمطلوب وجود المسافة بينهما•

الحل :

المسافة بينهما هي البعد العمودي بينهما •

نأخذ نقطة في احد المستويين ثم نسقط منها عمودا على المستوي الآخر ، ثم نعين طوله الحقيقي كما سبق شرحه أعلاه ، فنحصل على المسافة المطلوبة •

مسألة :

المطلوب وجود المسافة بين مستقيمين متوازيين •

الحل :

نأخذ نقطة على احدهما ونمرر منها مستويا عموديا على ذلك المستقيم ، وسيكون هذا المستوي عموديا على المستقيم الآخر أيضا • نجد نقطة تقاطع المستوي هذا مع المستقيم الآخر • نجد المسافة بين النقطة الاولى ونقطة التقاطع (الاخيرة) حيث نحصل على المسافة بين المستقيمين المتوازيين •

تمارين على التعـامد

١ ــ جد البعـد بين النقطة أ (٥ ، صفر ، ٨) والمسـتقيم ب حـ اذا علمت ان :

ب (ــ١ ، صفر ، ٤) ، حـ (٧ ، ٨ ، ٥) •

٢ ــ المطلوب وجود البعد العمودي بين مستقيمين متوازيين اذا كـان المستقيمان (١) افقيين (٢) واقعين في المسـتوي الجانبي (٣) في وضع عام (٤) عموديين على المستوي الجانبي •

٣ ــ المعلوم مستقيم ومستو بأثريه ، والمطلوب تعيين نقطـة على ذلك المستقيم بحيث تبعد ٤ سم عن المستوي المعلوم •

٤ ــ المطلوب تعيين مسقط أقصر مستقيم بين مستقيمين متنافرين (غير متلاقيين) احدهما وجهي والآخر في وضع عـام •

٥ ــ المطلوب تعيين البعد العمودي بين مستقيم معلوم منه أحد مساقطه ، ومستو معلوم بأثريه والمستقيم يوازي المسـتوي في الحـالتين التاليتين :

أ ــ المستقيم أفقي والمستوي شاقولي •

ب ــ المستقيم جانبي والمستوي يوازي خط الارض •

٦ ــ المطلوب وجود المسافة العمودية بين مستويين متوازيين شاقوليين •

٧ ــ المعلوم مستو بمسقطيه ومسـتو آخـر بمسـتقيمين متقاطعين ، والمطلوب تعيين البعد العمودي بين المستويين اذا كانا متوازيين•

٨ ــ المعلوم مستقيمان متقاطعان في نقطة (ق) احدهمـا جانبي والآخر وجهي ، والمطلوب تمثيل المستقيم العمود على مستوي المستقيمين والمقام من نقطة تقاطعهمـا •

٩ ــ المعلوم المستوي ق ر ش ت المتوازي الاضلاع ، والمطلوب تعيين آثار المستوي العمودي على المستوي المعلوم بشرط أن يمر من ق ش (أي أحد اقطار المتوازي الاضلاع) •

ق (٥ ، ٢ ، صفر) ش (٣ ، ١ ، ٨) ت (١ ، صفر ، ٣) .

١٠ ــ المعلوم مستقيمان متقاطعان احدهما شــاقولي والآخر جانبي ، ويتقاطع مسقطاهما الجانبيــان في النقطــة م (٤ ، ٣ ، صفر) .
ما قيمة الزاوية بينهما ؟

الفصـــــــل الســـابع

المستويات المساعدة او الاضافية

المستويات المساعدة هي مستويات خاصة للاسقاط وتؤخذ عمودية بالنسبة الى احد مستويات الاسقاط الرئيسية ومائلــة بالنســبة للاثنين الآخرين فتـــدعى اذ ذاك المســـتويات المســـاعدة الاوليـــة (Primary Auxiliary Planes) أو قد تؤخذ مستويات عمودية على هذه المستويات المساعدة فتكون بالنســبة للمســتويات الاصلية مستويات في وضــع عام وتدعى المســتويات المســاعدة الثانويــة (Secondary Auxiliary Planes) فتكون اذن المستويات الاولى (الاولية) مستويات اسقاط بالنسبة للمستويات المائلة وتكون المستويات (الثانوية) مستويات اسقاط للمستويات التي هي في وضع عام بالنسبة لمستويات الاسقاط الرئيسية الثلاثة • وسنتمكن من حل العديد مــن المسائل الهندسية التي يصعب حلها بالطرق المألوفة والمتبعة بالرســم أو الرياضيات وذلك بالاستعانة بهذه المستويات الاضافية او المســاعدة ، وسنبدأ بالمستويات المساعدة الاولية ومن ثم بالمســتويات المســاعدة الثانويــة •

ويستنتج مما سبق انه لا يمكن حل مســألة علــى المســتويات المســـاعدة الثانوية ما لم نستعن اولا او نمرر الحل بمستو مســاعد اولـــي •

المستويات المساعدة الاولية

وتؤخذ هذه المستويات كما قلنا بحيث تكون عمودية على أحد المستويات الرئيسية للاسقاط ، انظر الشكل (٣٧) ، على شرط أن تكون موازية للمستويات المائلة المراد اسقاطها عليها واظهار شكلها الحقيقي أو لوجود الطول الحقيقي لمستقيم في وضع عام . فمن المعلوم ان مسقط الشكل الحقيقي لمستو لا يظهر الا على مستو يوازيه . فاذا كان أحد المستويات لجسم ما غير مواز لاحد مستويات الاسقاط الرئيسية فاننا نسقطه على أحد هذه المستويات المساعدة ، وندعو المسقط حينذاك بالمسقط المساعد . ويعرف المسقط المساعد الاولي بأنه مسقط مستو على مستو عمود على أحد مستويات الاسقاط الثلاثة وبأنه مائل على المستويين الآخرين .

ففي الشكل (٣٨) يوجد عدة أجسام يحتوي أولها على مستو مائل ولكنه شاقولي فلذلك يسقط على مستو مساعد اولي شاقولي اذا اريد معرفة شكله ومساحته الحقيقيين ، وكذلك يقال عن الرسم الثاني والثالث من الشكل المذكور حيث يوجد مستويان آخران احدهما عمودي على المستوي الوجهي للاسقاط والآخر على المستوي الجانبي للاسقاط . ومهما تعددت المستويات المساعدة في جسم ما بحيث يحقق كل منها نفس الظروف يعتبر الاسقاط اسقاطا مساعدا اوليا .

كيفية رسم مسقط مساعد لمستو مائل

لاظهار الشكل الحقيقي لمستو مائل يجب اتباع الخطوات المتتالية الآتيـة : ـ

١ ـ نرسم مسقطين رئيسيين متجاورين بحيث يظهر في احدهما مسقط المستوي المائل خطا مستقيما (مسقط مستو على مستو عمود عليه) .

٢ ــ نعين مستقيم تقاطع مستويي الاسقاط الرئيســيين المذكوريــن في الفقــرة الاولى •

٣ ــ نرسم خطا ونعتبره مستقيم تقاطع مستوي الاســقاط الذي فيــه مسقط الخط المستقيم مع المستوي المساعد الذي سيسقط عليــه السطح المائل المطلوب وجود شكله الحقيقي •

٤ ــ نختار مواقع مستقيمات تقاطع كل مستويين ، والتي هي عبارة عن مستقيمات الطي ، بحيث تظهر المساقط الرئيسية والمسقط المساعد في فراغ مناسب من الورقة •

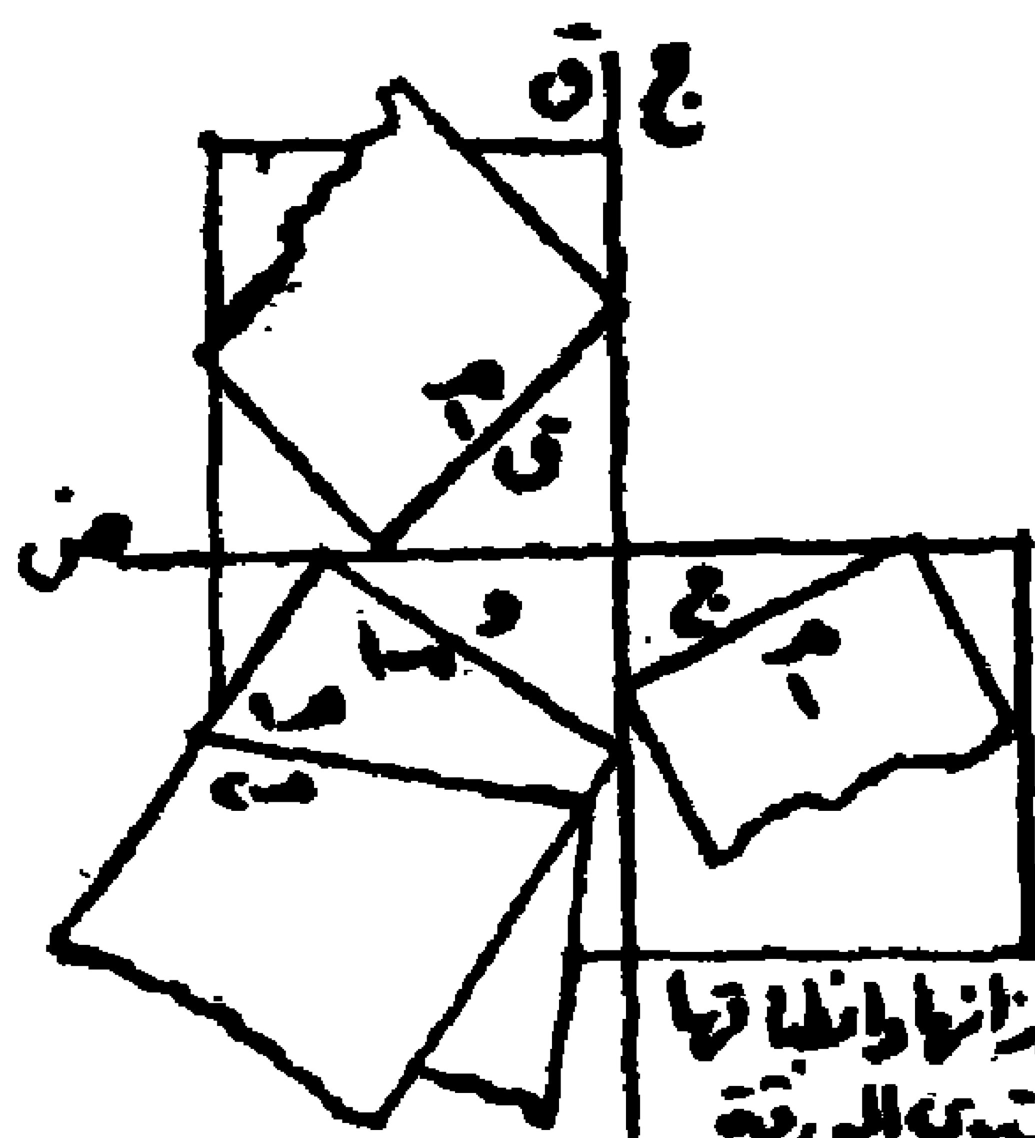
٥ ــ ننقل أبعاد كل نقطة من نقاط الجسم من المساقط الرئيســية الى المسقط المســاعد الاولي •

مسالة :

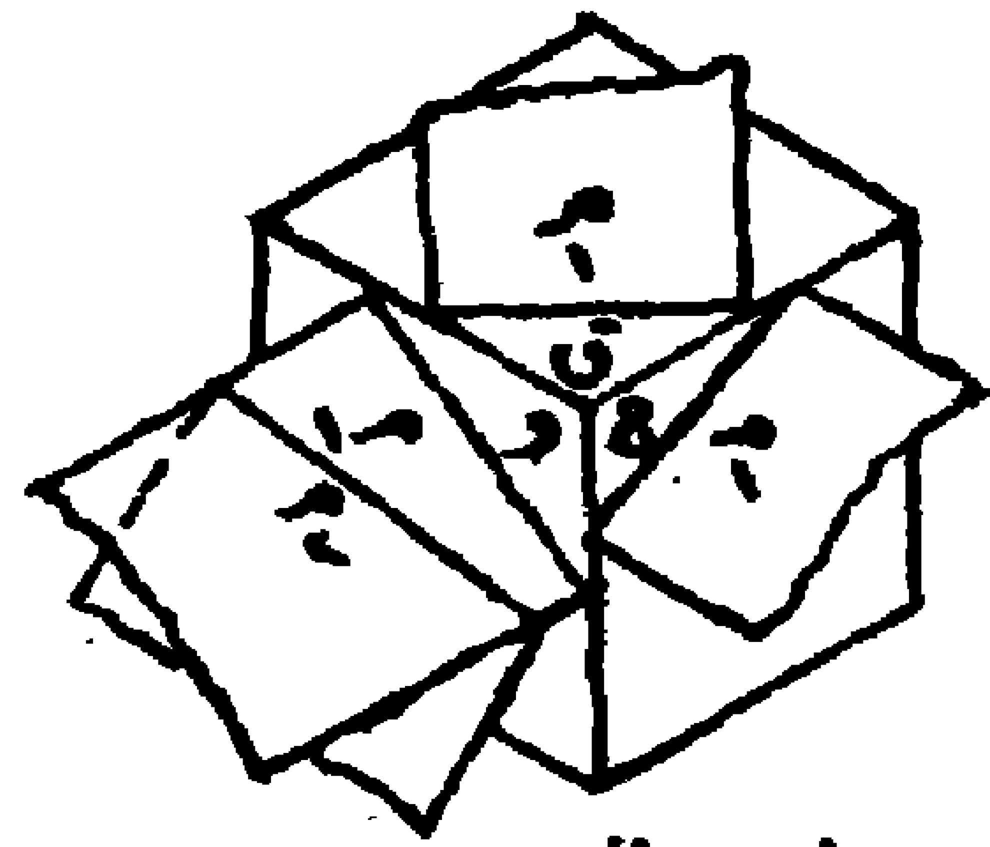
المطلوب تمثيل المسقط المساعد لجســم علم منه مسقطاه الوجهي والجانبــي •

ففي الشكل (٣٩) ، نرسم مستقيمات التقاطع (ج/و ، ج/مساعد) ثم ننقل أبعاد النقاط المبينة في موقعها في المسقط الوجهي عن مســتقيم تقاطع المستويين الوجهي ــ الجانبي ، الى المستوى المساعد •

نصل بين المساقط الجديــدة للنقاط فيتعين الشــكل المطلوب • فالمستوي المسقط أ ب حـ د هـ و ز ح يساوي شكله الحقيقي، ويسمى هذا المسقط بالمسقط المساعد للمستوي المائل أ ب جـ د هـ و ز ح، أمــا اذا اريد المسقط المساعد الكامل للجسم بأجمعه فيجب نقــل كل النقاط الاخرى في الجسم من المستويات الاصلية الى المستوي المساعد كمــا في الشــــكل (٣٩) •

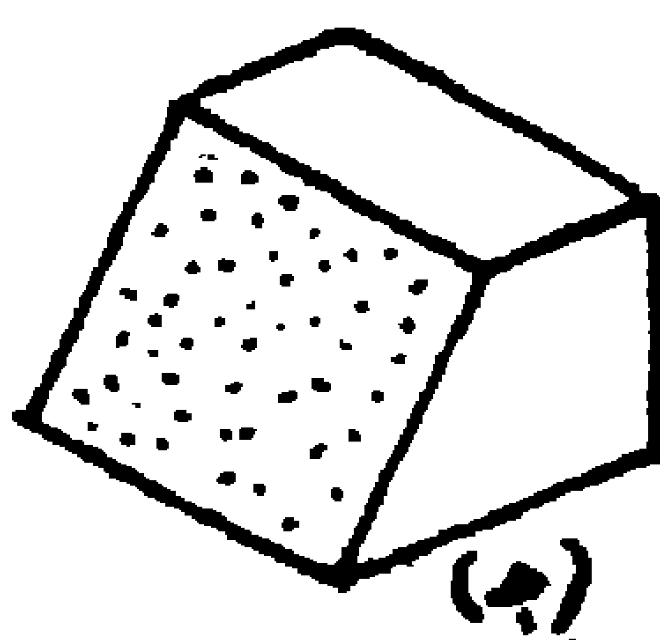


(ب) بعد دورانها وانطباقها على مستوى الورقة

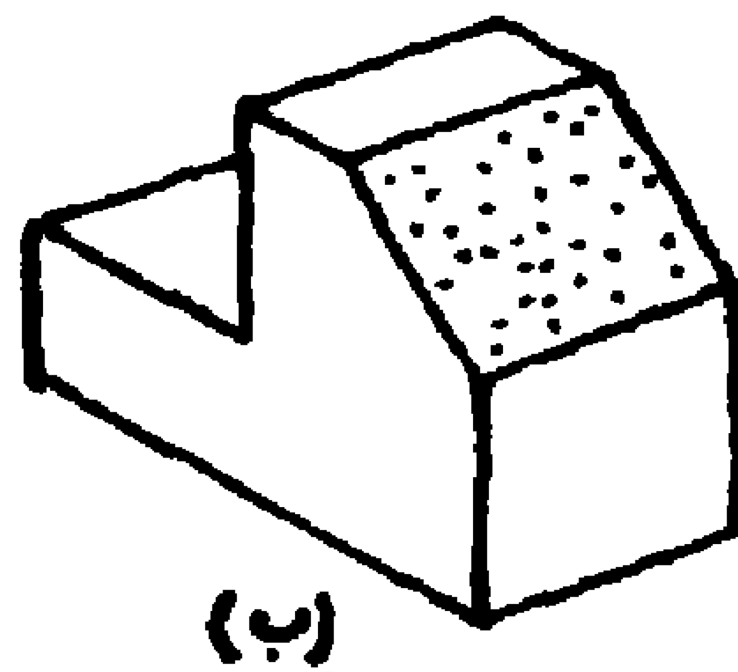


(أ) في الفراغ

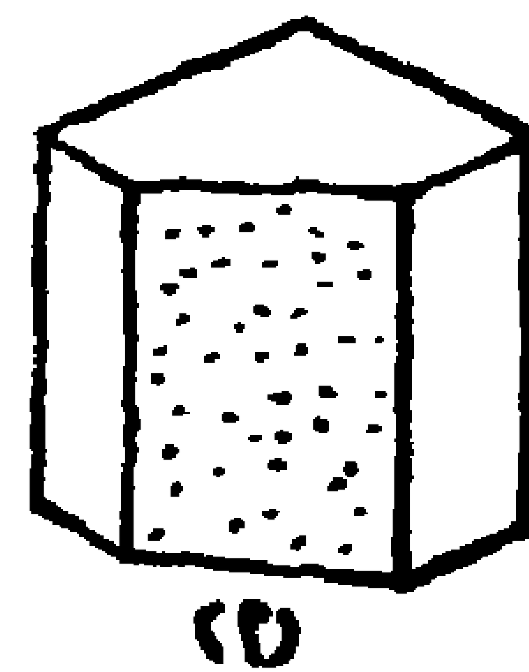
شكل (٢٧) مستويات مساعدة اولية وثانوية



(جـ)



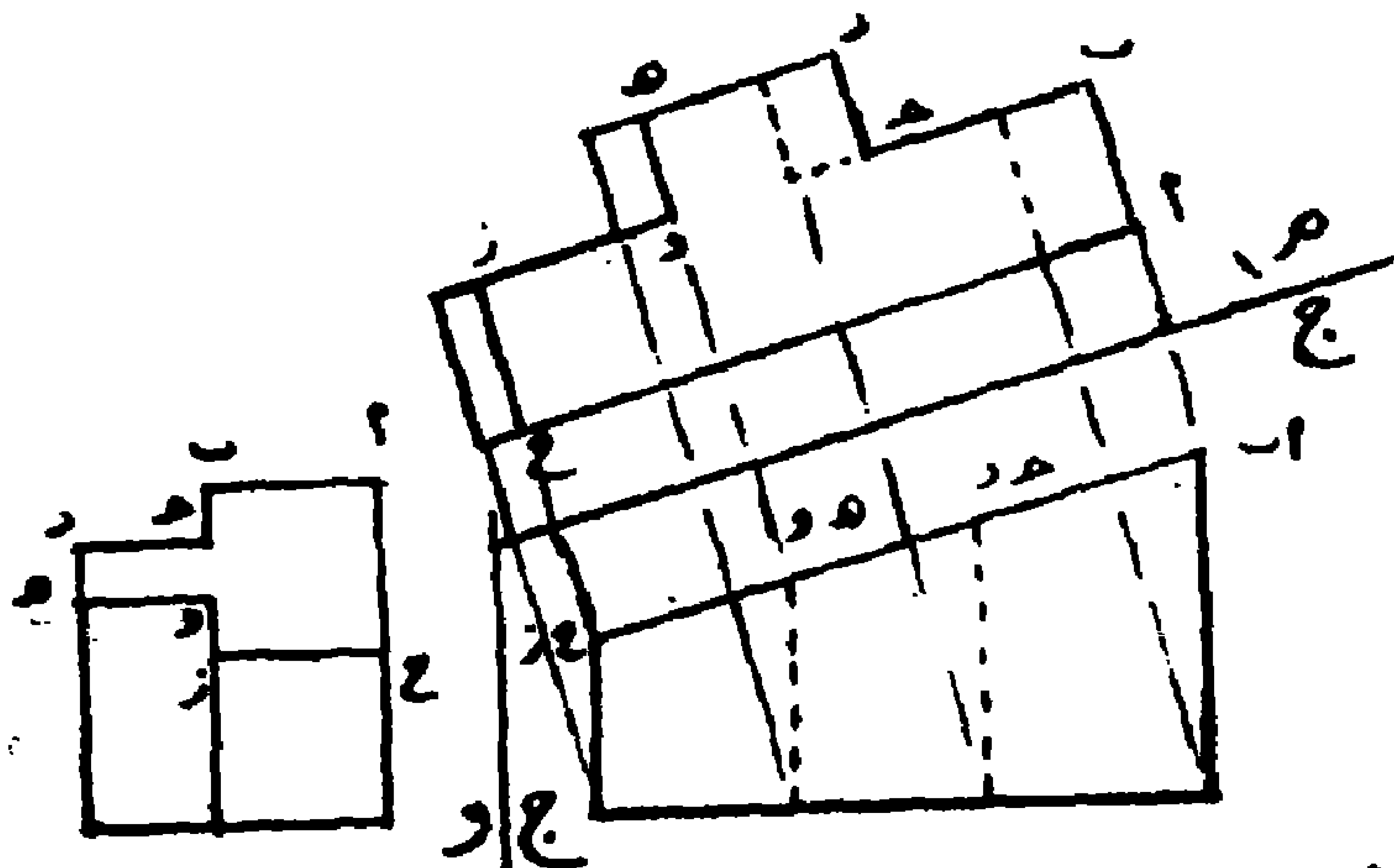
(ب)



(أ)

شكل (٢٨) مستويات مائلة في اجسام هندسية

(أ) مستو شاقولي (ب) عمودي على الوجهي (جـ) عمودي على الجانبي



شكل (٢٩) اسقاط مستو مائل على مستو مساعد اولي

١١ـ (أ) جد الشكل الحقيقي للمستوى أ ب جـ د هـ بطريقة الاسقاط على المستويات المساعدة الاولية اذا علمت ان احداثيات نقاطه هي كالاتي :ـ

أ(٤ ، ٢ ، ١) سم

ب(٣ ،١ ، ٢) سم

جـ(١ ، ٢ ، ٥) سم

د (٢، ٤ ، ٤) سم

هـ(٣، ٤، ٢) سم

(ب) المطلوب وجود مساحة المستوى المذكور الى اقرب سنتمتر مربع •

(جـ) المطلوب وجود الزوايا التي يشكلها مع مستويات الاسقاط الرئيسية الثلاثة •

١٢ـ (أ) كيف يظهر المستوى ك ل م ن في المسقط الوجهي ، وماذا يعني هذا المظهر وهل أنه يعطي فكرة حقيقية عن شكل المستوى ؟ علما بأن إحداثيات رؤوس المستوى هي كالاتي :ـ

ك(١ ، ٤ ، صفر) سم

ل(صفر ، ٦ ، ٢) سم

م(٢ ، ٢ ، ٣) سم

ن(٣ ، صفر ، ١) سم

(ب) المطلوب وجود الشكل الحقيقي للمستوى ك ل م ن ، ووجود زوايا ميله على مستويات الاسقاط الرئيسية الثلاثة ، ومن ثم حساب مساحته •

(جـ) هل يمكنك حساب مساحته بدون اسقاطه على مستو مساعد اولي ؟ وضح ذلك بصورة مختصرة •

تمارين على المستويات المساعدة الاولية

١ ـ ارسم مسقط الشكل الحقيقي للمستوي الشاقولي أ ب ج المرسوم في الشكل (٤٠ أ) •

٢ ـ ارسم لمسقط الكامل للجسم المبين في الشكل (٤٠ أ) وكذلك ارسم المسقط الجانبي للجسم •

٣ ـ ارسم مسقط المستوي المائل في الشكل (٤٠ ب) ، وكذلك المسقط الجانبي الايسر •

٤ ـ اذكر خطوات العمل لتمثيل المسقط المساعد الكامل للجسم المبين في الشكل (٤٠ ب) •

٥ ـ في الشكلين (٤٠ حـ) ، (٤٠ د) ارسم المساقط الرئيسية الجانبية والمساقط المساعدة للمستويات المائلة •

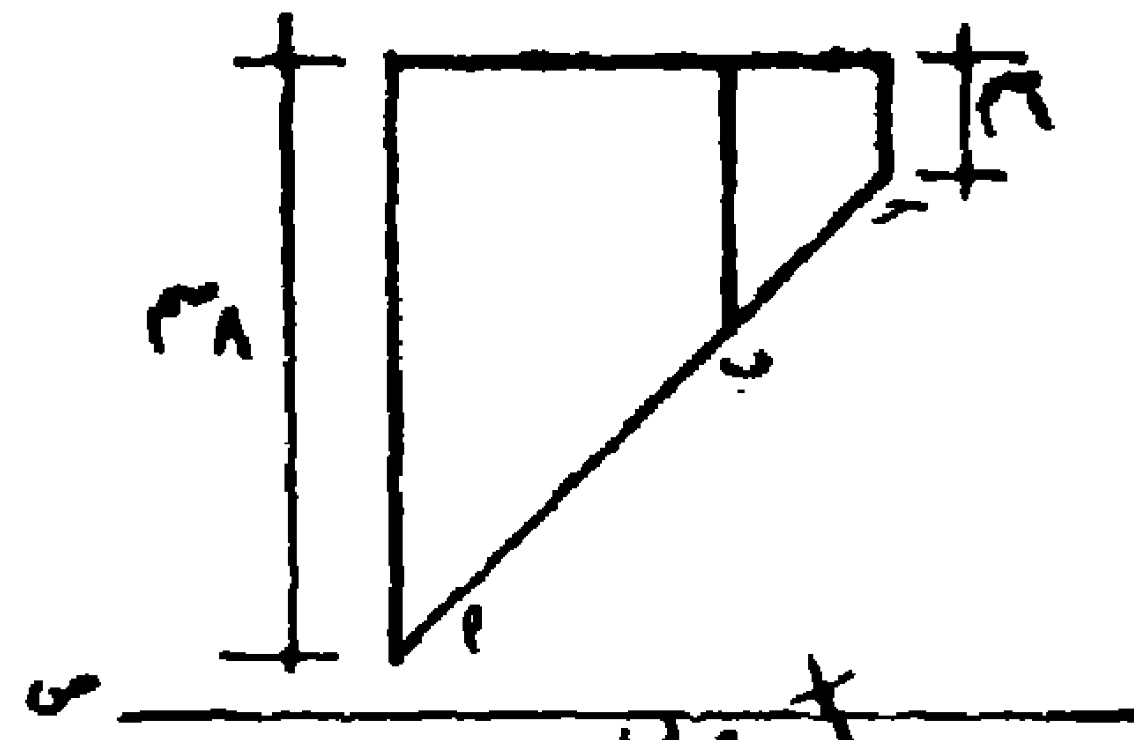
٦ ـ المطلوب رسم الشكل المساعد الكامل ، والشكل المجسم للجسم المبين بمساقطه في الشكل (٤٠ د) •

٧ ـ المطلوب رسم المسقط الجانبي والمسقط الافقي للجسم المعلومة مساقطه والمبينة في الشكل (٤٠ هـ) •

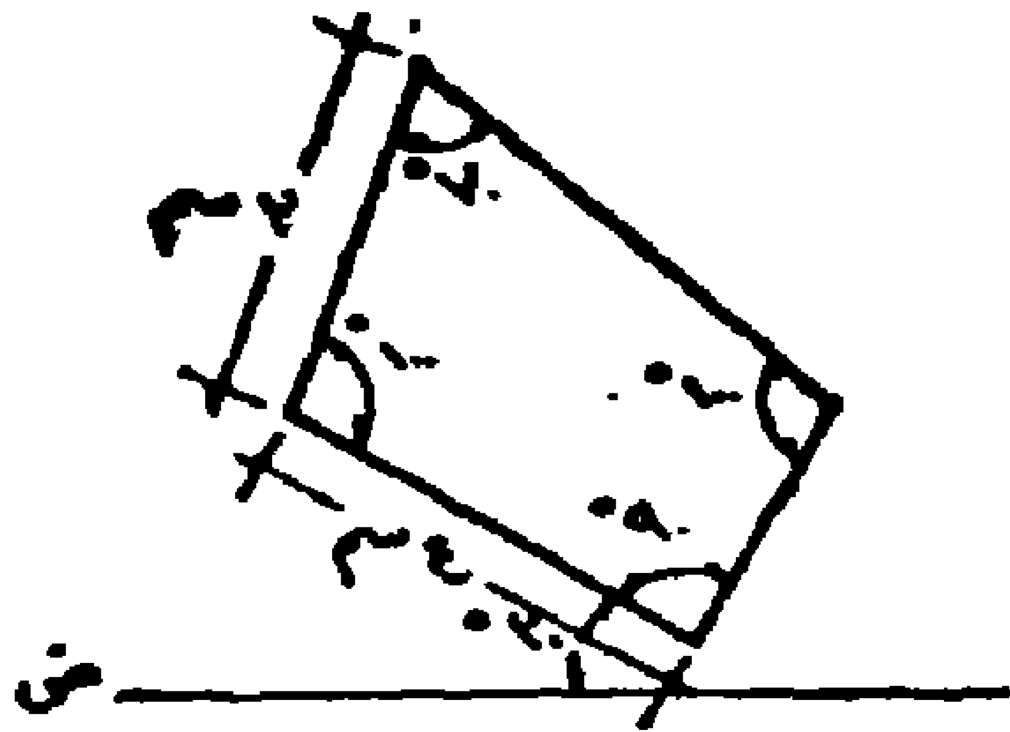
٨ ـ في الشكل (٤٠ و) ارسم المسقط الافقي والجانبي الايسر للجسم المبين •

٩ ـ اكمل المسقط المساعد في التمرين السابق •

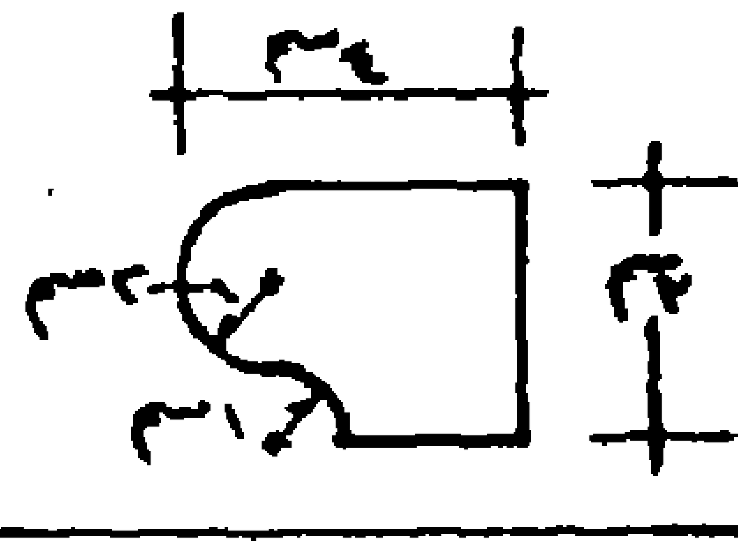
١٠ ـ هرم سداسي منتظم ارتفاعه ٦سم وضلع قاعدته ٢سم • قطع على ارتفاع ٤سم من القاعدة مستوي عمودي على المستوي الوجهي ويكون ٣٠ درجة مع الافق ، ارسم المساقط الرئيسية الثلاثة والمسقط المساعد للقسم الباقي بعد القطع •



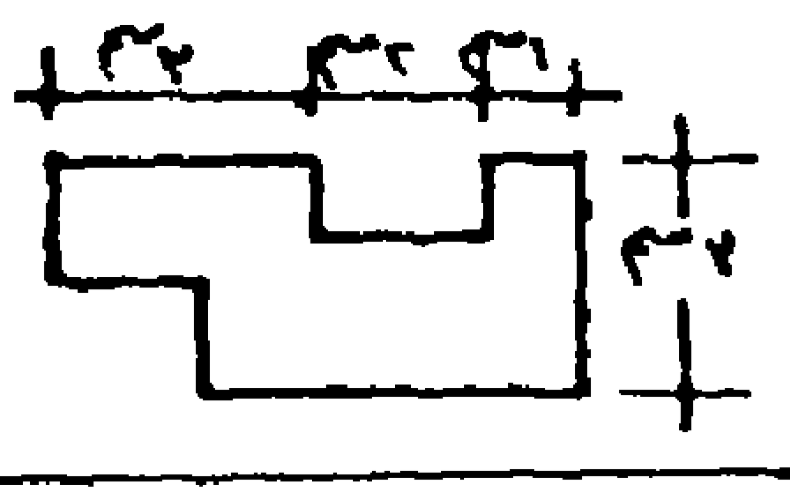
شكل (٤٠ أ)

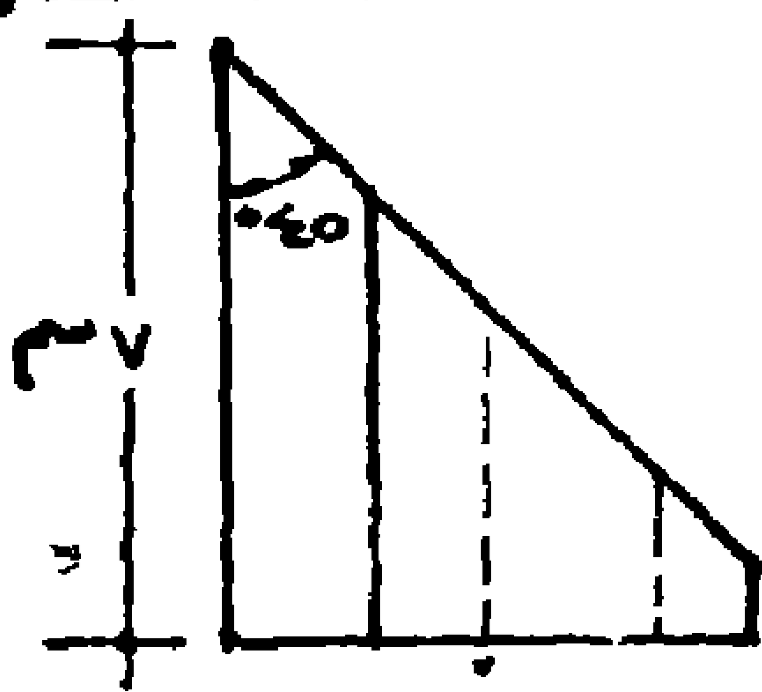


شكل (٤٠ ب)

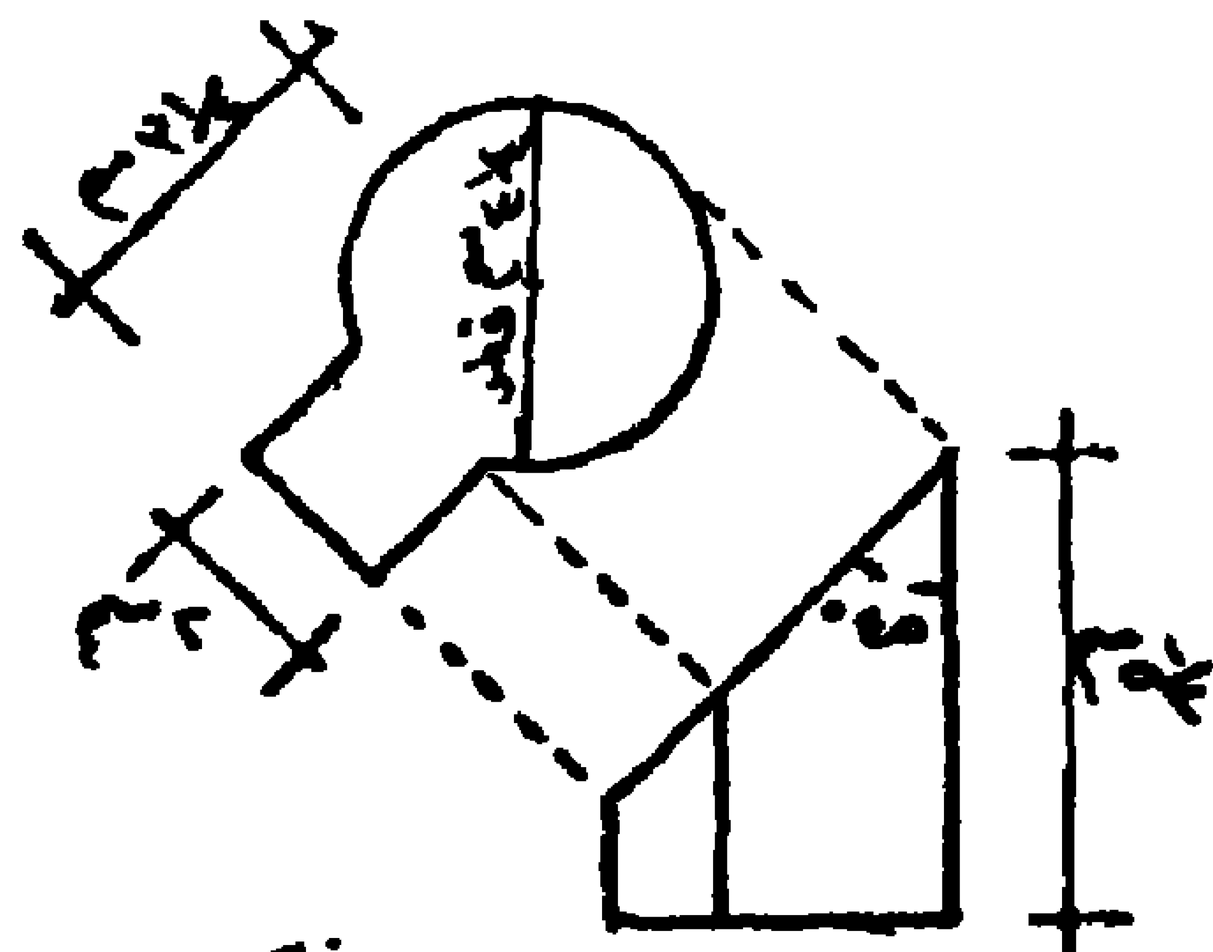


شكل (٤٠ جـ)

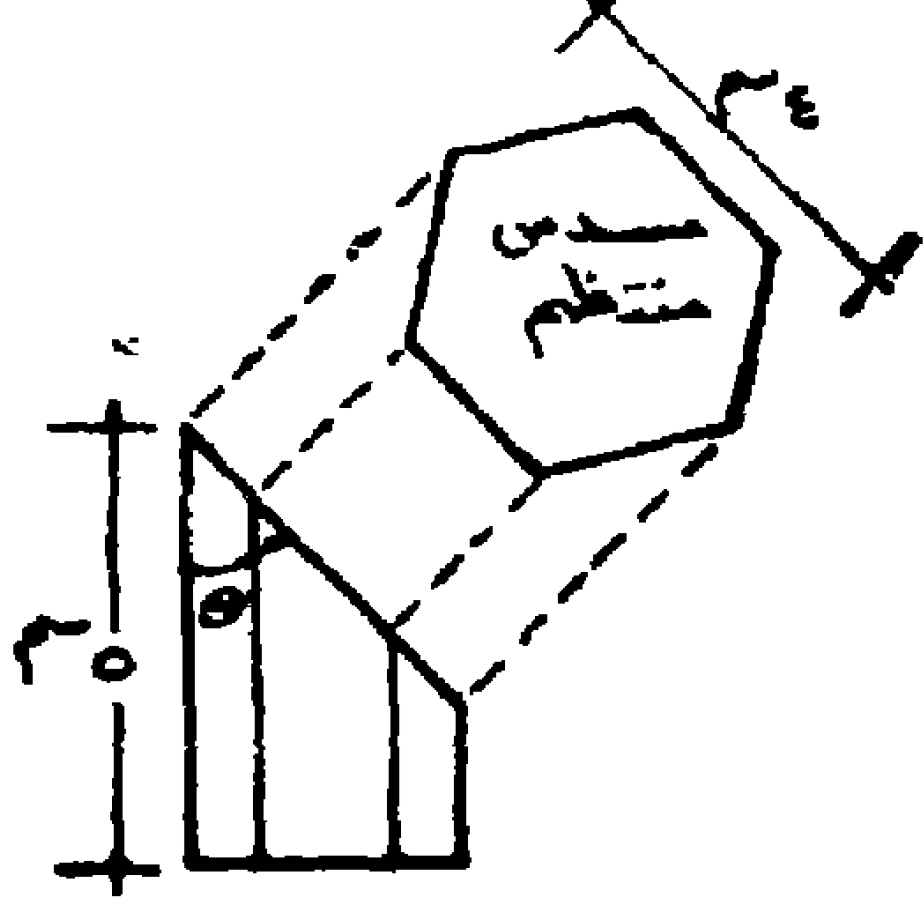




شكل (٤٠ د)



شكل (٤٠ هـ)



شكل (٤٠ و)

المستويات المساعدة الثانوية

عندما يراد اظهار الشكل الحقيقي لسطح مستو لا يظهر مسقطه في أي من مستويات الاسقاط الرئيسية حتى ولا خطاً مستقيما ، فلنا ان نستعين بمستويات مساعدة ثانوية ونسقط عليها السطح المطلوب تعيين مساحته او شكله ، ونحصل على المسقط المساعد الثانوي .

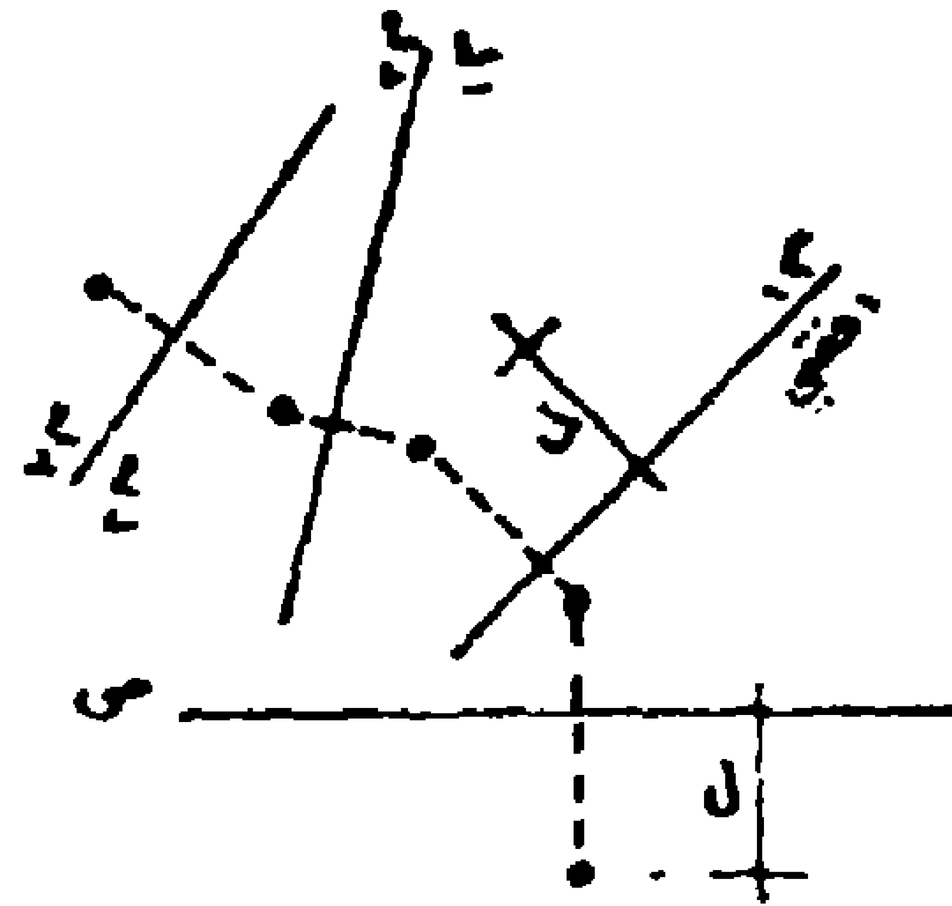
فالمسقط المساعد الثانوي والذي يدعى المسقط المساعد المضاعف او المكرر هو عبارة عن اسقاط على مستو في وضع عام بالنسبة لمستويات الاسقاط الرئيسية الثلاثة او المساقط الثلاثة . ان هذا المستوى المتخذ للاسقاط الثانوي يكون عموديا على مستو مساعد أولي والذي منه يسقط السطح عادة على المستوى الثانوي .

وكما ان المسقط الاولي المساعد يسقط دائما من احد المستويات الرئيسية كذلك فأن المسقط الثانوي يسقط دائما من مستو مساعد اولي ، الا اذا كان المستوي المطلوب اظهار شكله الحقيقي قد ظهر خطا مستقيما في احد مستويات الاسقاط الرئيسية .

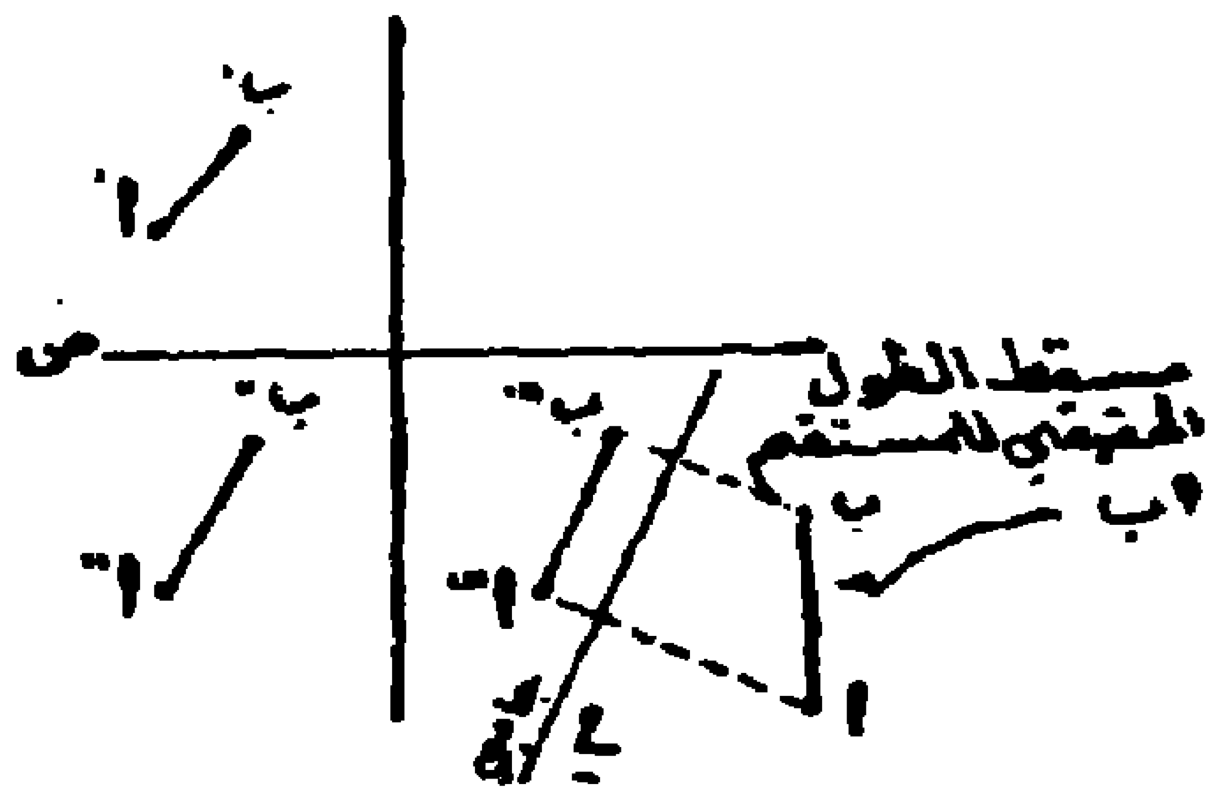
الاسقاط المكرر لنقطة على مستويات مساعدة عمودية على بعضها :

ففي الشكل (٤١) تظهر النقطة ن بمسقطين رئيسيين ، ويلاحظ اسقاطها على مستو شاقولي ثم اسقاطها ثانية على مستو مساعد عمودي على المستوى الشاقولي المذكور ، ثم اسقطت النقطة على مستو مساعد ثالث ويلاحظ ان المستويين المساعدين الاول والثالث غير متوازيين كما ان المستوى المساعد الاول والمستوى الوجهي غير متوازيين وهكذا .

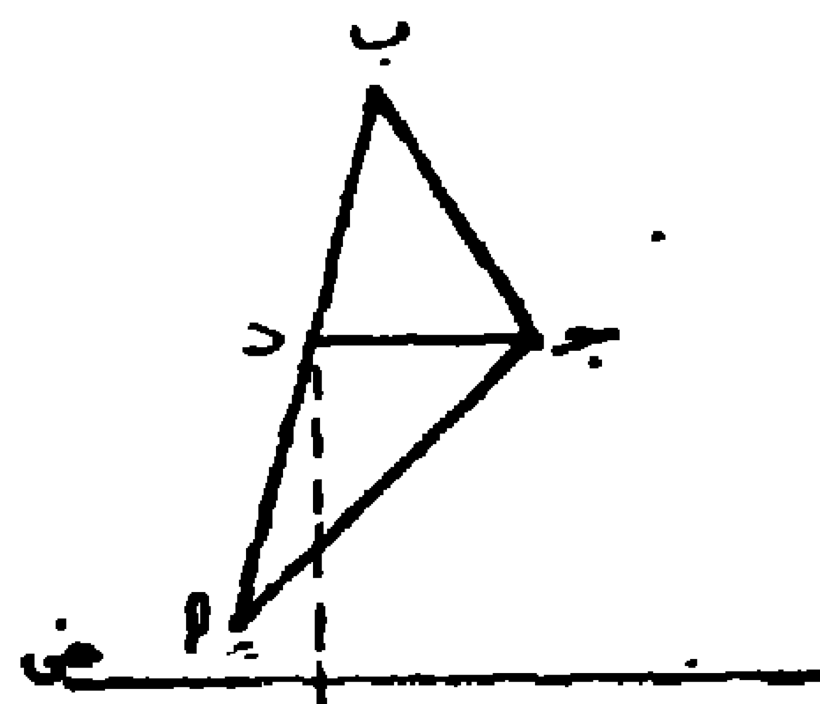
ولنقل النقطة ن الى المستوى الشاقولي (المساعد الاول) تنقل البعد ل الذي يمثل بعد النقطة عن المستوى الافقي والذي سيظهر في المستوى المساعد ، لانه كما ان المستقيمين الوجهي والافقي متعامدان كذلك فأن المستويين الافقي والشاقولي (المساعد) متعامدان أيضا ،

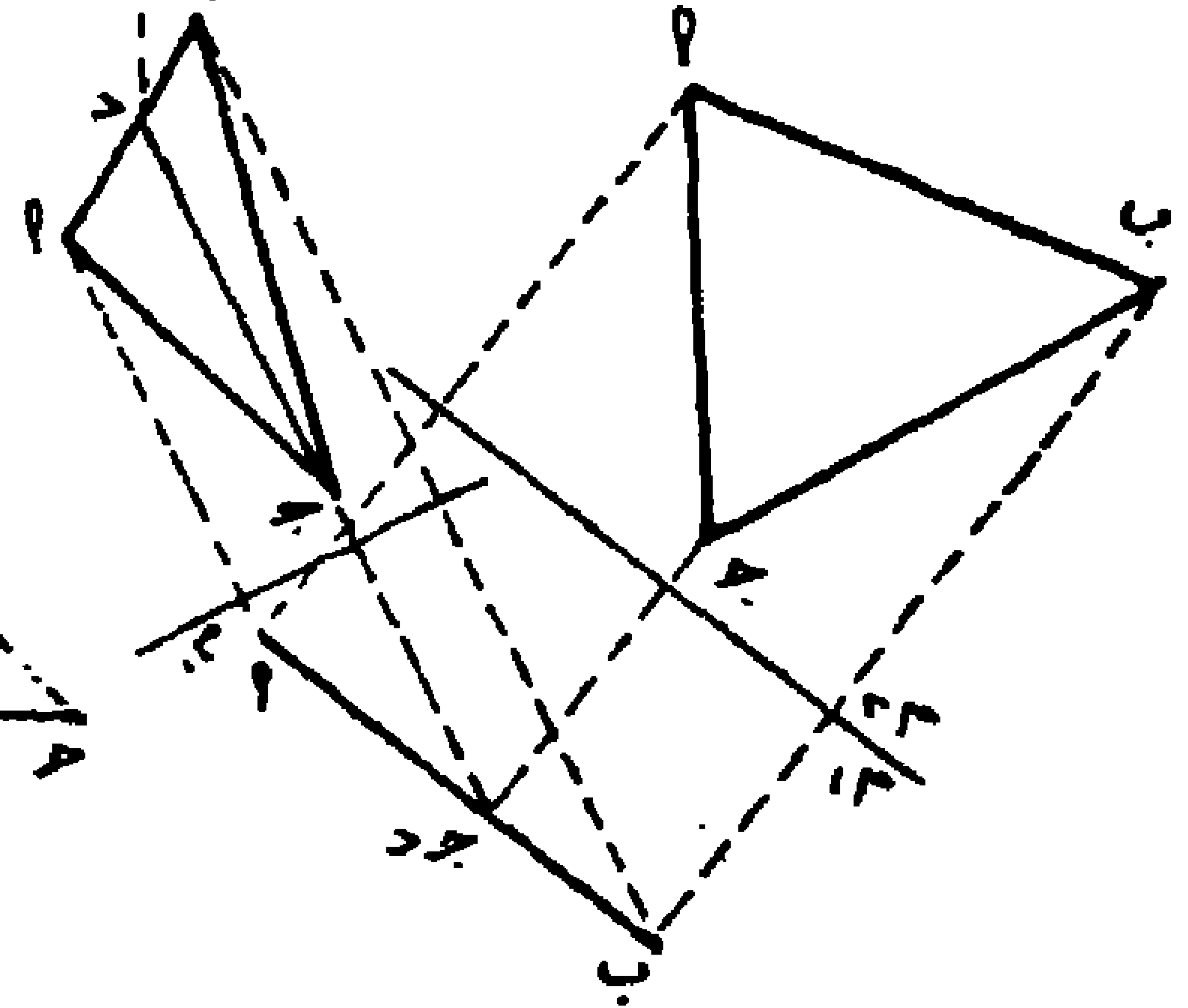


شكل (٤١) اسقاط نقطة اسقاطاً مكرراً (مضاعفاً) .

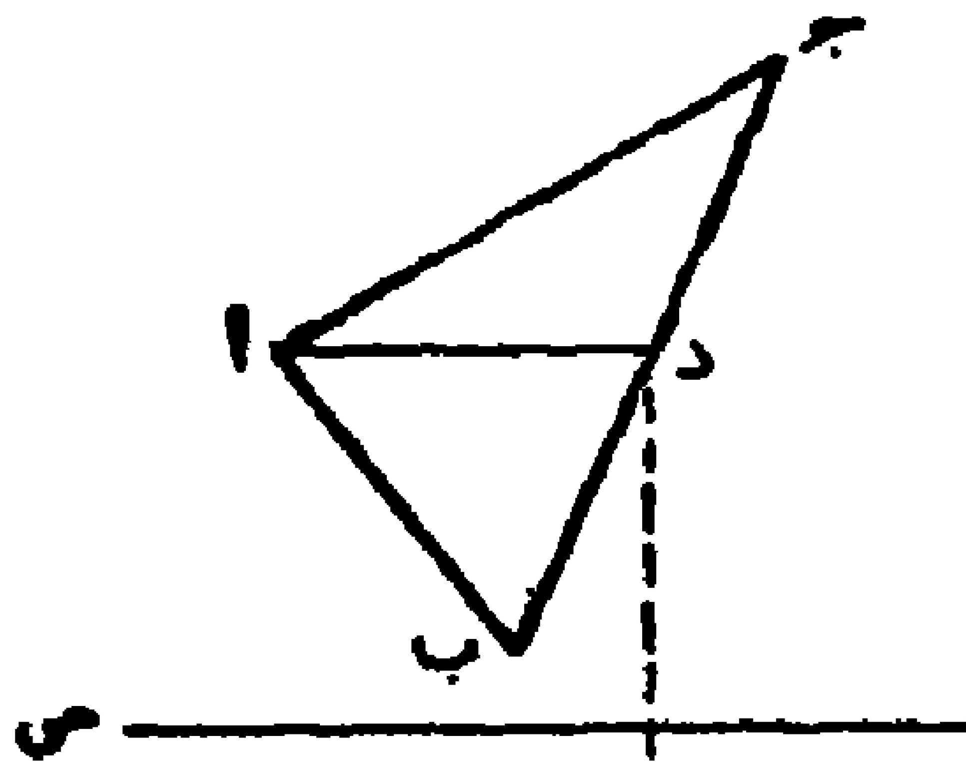


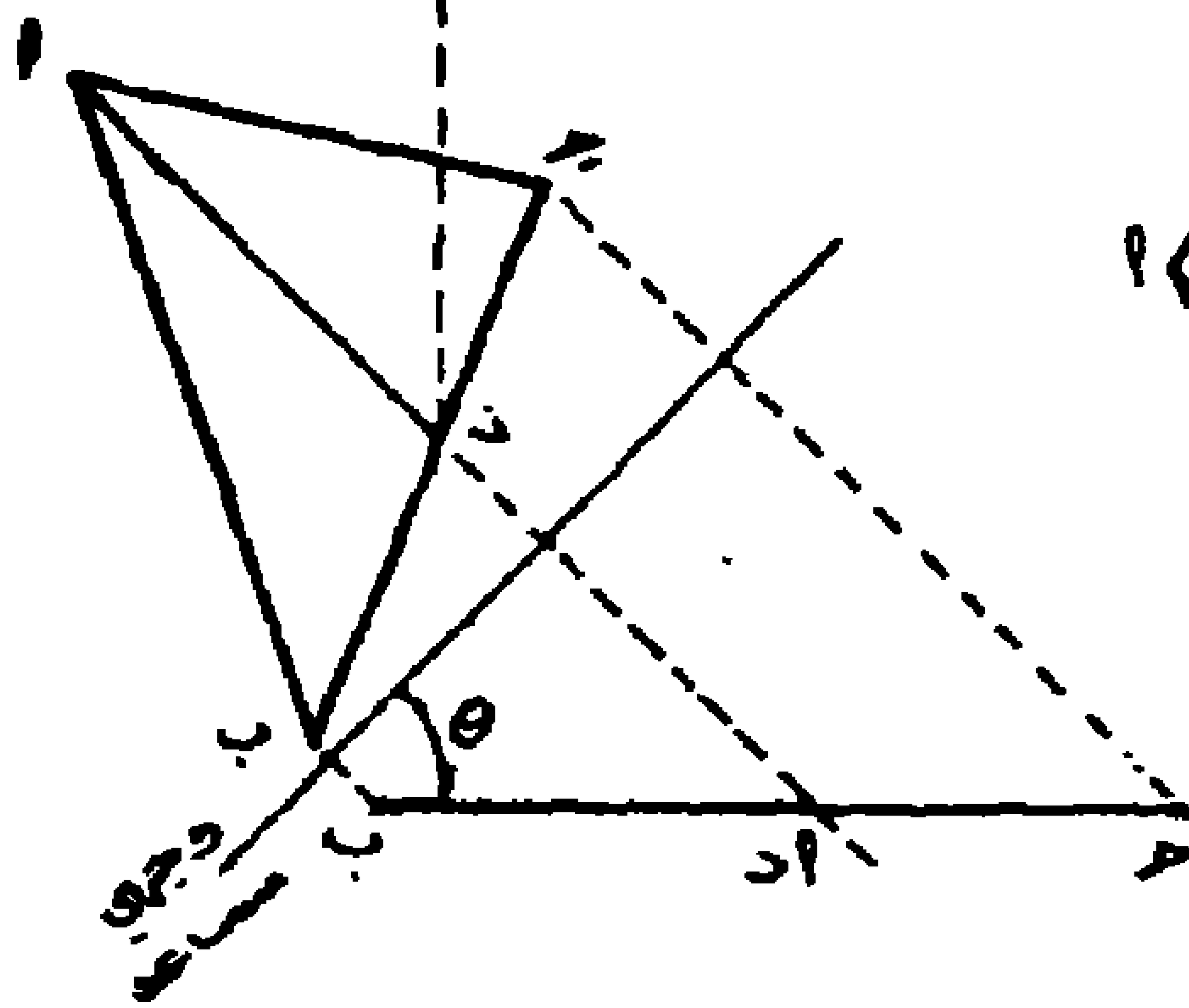
شكل (٤٢) اسقاط مستقيم في وضع عام





شكل (٤٢) ايجاد الشكل الحقيقي لمستوى في وضع عام.





شكل (٤٤) الزاوية بين مستوى معلوم و احد المستويات الرئيسية للاسقاط .

ومن المعلوم ان المسقطين المتجاورين لنقطة يظهران بأبعاد متعاكسة عن مستقيم تقاطع ذينك المستويين المتجاورين للاسقاط •

مسائل محلولة

مسالة ١ ـ اسقاط مستقيم في وضع عام معلوم على مستو مساعد عمودي على المستوى الجانبي :

الحل : ففي هذه الحالة يجب اظهار المسقط الجانبي للمستقيم ايضا حتى يمكننا تعيين أثر المستوي المساعد والعمودي على المستوى الجانبي للاسقاط • ففي الشكل (٤٢) يلاحظ اسقاط المستقيم على هذا المستوى المساعد والموازي له حيث يظهر مسقطه بطوله الحقيقي •

مسالة ٢ ـ تعيين الشكل الحقيقي لمستو في وضع عام معلوم بمسقطيه :

المعلوم المثلث أ ب جـ بمسقطيه الوجهي والافقي والمطلوب وجود شكله الحقيقي أي اسقاط المستوي أ ب جـ على مستو يوازيه ، انظر الشكل (٤٣) •

الحل : ففي الشكل المذكور نجد مسقطي المثلث ا ب حـ ولمعرفة شكله الحقيقي تتبع الخطوات الآتية : ـ

١ ـ نأخذ مستقيما خاصا في هذا المستوى ، وليكن كما في هذه الحالة مثلا مستقيما وجهيا هو المستقيم حـ د •

٢ ـ ان المسقط الوجهي لهذا المستقيم يظهر الطول الحقيقي للمستقيم •

٣ ـ نأخذ مستويا مساعدا بحيث يكون عموديا على المستقيم الوجهي الخاص أي ان الاثر الوجهي لهذا المستوى المساعد يكون عموديا على المسقط الوجهي للمستقيم (لماذا ؟) •

٤ ـ لو اسقطنا المستقيم الوجهي حـ د على هذا المستوى المساعد

لكان مسقطه نقطة (لانه مسقط مستقيم على مستو عمود عليه يكون نقطة) •

٥ ـ المستوي أ ب حـ المار بالمستقيم حـ د ، أو كل مستو آخر يمر به يكون عموديا على المستوي المساعد الاول (المستوي المار بمستقيم عمودي على مستو عموديا على ذلك المستوي أيضا) •

٦ ـ باسقاط المستوي أ ب حـ على المستوي المساعد الاول فانه سيكون مسقطه خطا مستقيما (مسقط مستو على مستو عمود عليه يكون خطا مستقيما) •

٧ ـ ان هذا المسقط (الخط المستقيم) هو نفسه أثر المستوي أ ب حـ على هذا المستوي المساعد الاول •

٨ ـ اذا اخذنا مستويا مساعدا آخر يكون عموديا على المستوى الاول (من تعريف المستوى المساعد الثاني) وبنفس الوقت موازيا للمستوى أ ب حـ ، فأن أثريهما على المستوى المساعد الاول يكونان متوازيين (لماذا ؟) •

٩ ـ لو اسقطنا المستوي أ ب حـ (أي أثره في المستوي المساعد الاول) على المستوي المساعد الثاني الذي يوازيه فسيكون مسقطه مساويا للمستوي الاصلي أ ب حـ ، وستكون كافة المستقيمات والزوايا والمساحة مساوية لنظيراتها للمستوي الفراغي أ ب حـ (اسقاط مستو على مستو يوازيه يكون مسقطا مشابها للمستوي الاصلي) •

والزوايا والمساحة مساوية لنظيراتها للمستوي الفراغي أ ب حـ

(وبنفس الطريقة يمكننا وجود الشكل الحقيقي للمستوي أ ب حـ اذا ....)

فاذا اخذنا فيه مستقيما خاصا افقيا واسقطناه على مستو مساعد شاقولي اولا ثم على مستو مساعد ثان عمود عليه • وكذلك لو اخذنا مستقيما جانبيا في المستوي أ ب حـ بحيث يظهر طوله الحقيقي في المستوي الجانبي، وبامكاننا اسقاط المستوى على مستو مساعد عمود على المستوي الجانبي ونكمل المسألة حسب النقاط المذكورة• ان النتائج التي نحصل عليها بالطرق الثلاث في المستوي المساعد

الثاني يجب أن تكون واحدة ومنطبقة على بعضها تماما •

مسألة ٣ — وجود الزوايا التي يشكلها مستو معلوم بمسقطيه مع مستويات الاسقاط الرئيسية •

الحل : ففي الشكل (٤٤) المستوى المعلوم هو المثلث ا ب حـ ولوجود ميله على مستويات الاسقاط الرئيسية تتبع الخطوات التالية : —

١ — يؤخذ مستقيم خاص في المستوي كالمستقيم أ د الوجهي •

٢ — يؤخذ مستو مساعد عمود على المستقيم الخاص •

٣ — يسقط المستوى المعلوم أ ب حـ على المستوي المساعد ، فيسقط خطا مستقيما •

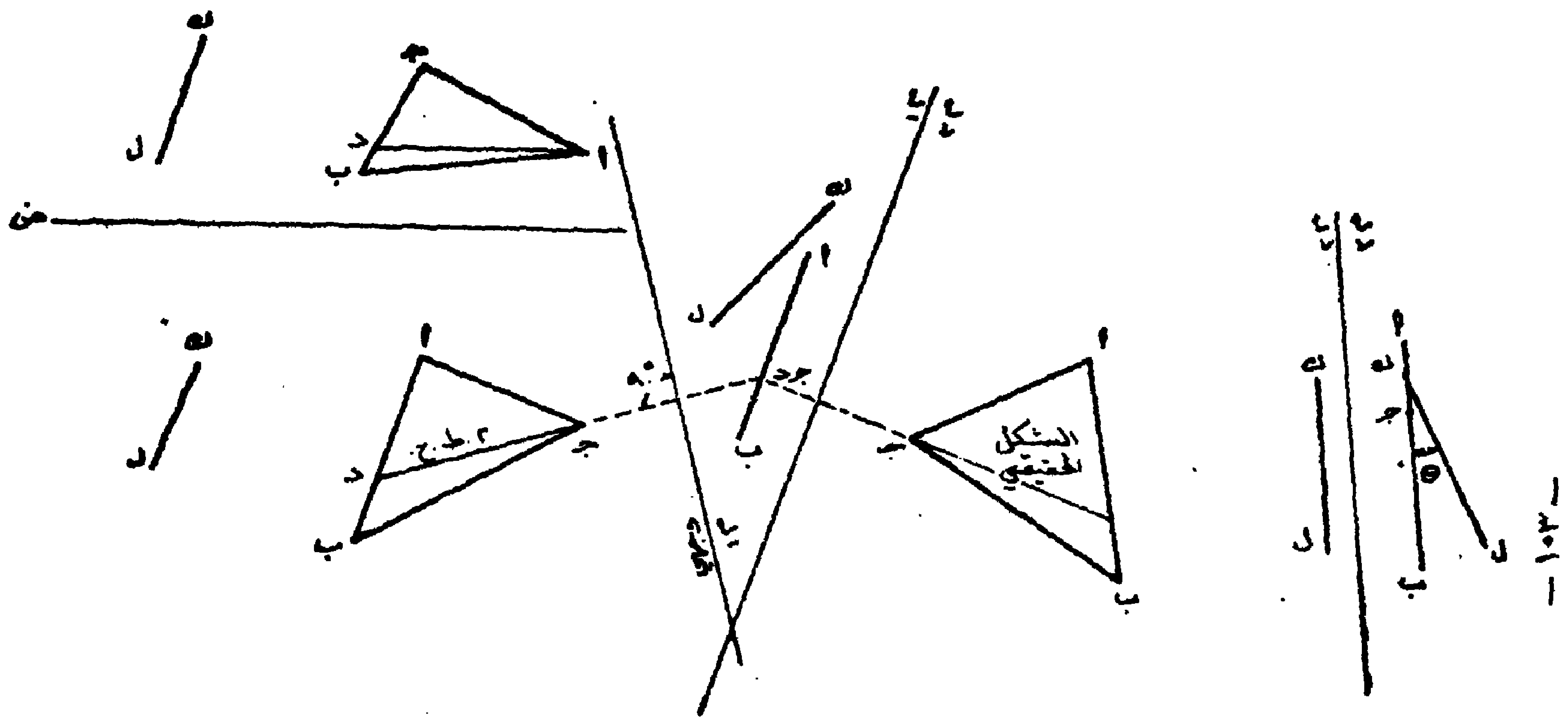
٤ — ان الزاوية المحصورة بين هذا المسقط وبين مسقيم تقاطع المستوي المساعد والمستوي الرئيسي الذي ظهر فيه المستقيم الخاص بطوله الحقيقي ، هي الزاوية التي يكونها المستوي المعلوم مع مستوي الاسقاط ذاك • وفي هذه المسألة ، الزاوية هي الزاوية المحصورة بينه وبين المستوى الوجهي للاسقاط •

٥ — وبنفس الطريقة نجد الزاوية التي يصنعها المستوي المعلوم أ ب حـ مع المستوى الافقي للاسقاط وذلك بأن نأخذ مستقيما افقيا في المستوى المعلوم ونسقط المستوى المعلوم على مستو شاقولي • وكذلك نجد الزاوية بينه وبين المستوى الجانبي بواسطة مستقيم جانبي ثم نسقط المستوي أ ب حـ على مستو مساعد عمود عليه •

مسألة ٤ — لوجود الزاوية بين مستو ومستقيم معلومين .

المعلوم المستوي أ ب حـ والمستقيم ك ل بمسقطيهما الافقيين والوجهيين والمطلوب وجود الزاوية بينهما •

الحل : الزاوية بين مستقيم ومستو هي الزاوية المحصورة بين المستقيم وبين مسقطه على ذلك المستوى او هي الزاوية بين مسقط المستقيم على مستو يوازيه وبين أثر المستوى المعلوم على المستوى الموازي للمستقيم والذي يكون عموديا على المستوى المعلوم •



شكل (٥٤) الزاوية بين مستو ومستقيم معلومين

ففي الشكل (٤٥) المعلوم المستوي أ ب حـ والمستقيم ك ل ، ولمعرفة الزاوية بينهما تتبع الخطوات الآتية : ـ

١ ـ نأخذ مستقيما خاصا في المستوي وليكن في هذه الحالة مستقيما وجهيا كالمستقيم جـ د .

٢ ـ يظهر طول المستقيم الخاص بطوله الحقيقي في هذه الحالة في المستوي الوجهي .

٣ ـ نأخذ مستويا مساعدا عموديا على مسقط المستقيم الخاص بطوله الحقيقي ، وفي هذه الحالة ، المستوى المساعد هو مستو عمودي على المستوى الوجهي للاسقاط .

٤ ـ نسقط المستوى أ ب حـ على هذا المستوى المساعد فيظهر خطا مستقيما ، أما مسقط المستقيم ك ل فيكون مسقطا لمستقيم في وضع عام .

٥ ـ نأخذ مستويا مساعدا آخر يوازي المسقط المستقيم للمستوى أ ب حـ وليس لهذا المستوى المساعد علاقة مع المستقيم ك ل .

٦ ـ نسقط المستوي أ ب حـ على المستوي المساعد فيظهر بشكله الحقيقي (لماذا ؟) واما مسقط المستقيم ك ل على هذا المستوي المساعد الثاني فيظهر بوضع عام ايضا .

٧ ـ ان كل مستو مساعد ثالث يؤخذ عموديا على المستوى المساعد الثاني ، سيكون عموديا على مسقط الشكل الحقيقي للمستوى أ ب حـ (لان مسقط المستوي أ ب حـ هنا يوازي لمستوى المساعد الثاني) .

٨ ـ لذلك نأخذ مستويا مساعدا ثالثا بحيث يوازي مسقط المستقيم ك ل الذي ظهر في المستوى المساعد الثاني .

٩ ـ لو أسقطنا أ ب حـ على هذا المستوى المساعد الثالث فان مسقطه يظهر خطا مستقيما ، أما مسقط المستقيم ك ل عليه فسيكون بطوله الحقيقي (لماذا ؟) .

١٠ ـ أن الزاوية المحصورة بين المسقطين الاخيرين المذكورين في

الفقرة (٩) هي نفس الزاوية المطلوبة بين المستقيم المعلوم والمستوى المعلوم •

مسائل تطبيقية

مسالة ١ ـ المعلوم مستو محدد بثلاثة اضلاع بمسقطيه والمطلوب اظهار مساقط النقطة الواقعة في هذا المستوى بحيث تبعد ابعادا متساوية عن اضلاع المستوى •

ملاحظة : على الطالب القيام بوجود هذه النقطة وحل المسألة بالرسم وباتباع النقاط التالية :

١ ـ نأخذ مستقيما خاصا في المستوى •

٢ ـ نأخذ مستويا مساعدا عموديا على المستقيم الذي ظهر مسقطه بطوله الحقيقي •

٣ ـ نسقط المستوي المعلوم عليه فيظهر مسقطه خطا مستقيما •

٤ ـ نسقط (المستوى المستقيم) على مستو مساعد يوازيه •

٥ ـ ان مسقط المستوي المعلوم على هذا المستوى المساعد الثاني يساوي شكله الحقيقي •

٦ ـ الآن اصبح المسقط مثلثا مستويا ، وبشكله الحقيقي كما ذكرنا وأصبحت المسألة في الهندسة المستوية حيث نعين النقطة التي تبعد عن مساقط اضلاع المستوي بالتساوي •

٧ ـ نرجع هذه النقطة الى المستوي المساعد الاول ثم الى مستوى الاسقاط العمودي عليه ، ثم الى مستويات الاسقاط الاخرى ، حيث تظهر مساقط النقطة المطلوبة في المستويات الرئيسية للاسقاط •

مسالة ٢ ـ المعلوم ثلاثة مستقيمات متوازية والمطلوب ايجاد مستقيم رابع يوازيها ويبعد عنها بنفس البعد •

الحل : نسقط المستقيمات على مستو مساعد بحيث يوازيها فتظهر مساقطها بأطوالها الحقيقية . ثم نأخذ مستويا مساعدا اخر بحيث يكون عموديا عليها ، فنسقطها عليه فتكون مساقطها عبارة عن ثلاث نقاط مسقطية (Point view) . ان مركز الدائرة التي يمر محيطها من هذه النقاط الثلاثة يمثل مسقط المستقيم المطلوب الذي يكون بعده عن كل من المستقيمات الثلاثة المعلومة واحدا . الآن نرجع هذا المسقط الى المستوى المساعد الاول ثم الى مستوى الاسقاط الرئيسي العمودي عليه وهكذا حتى بقية المستويات الرئيسية حتى يتميز المستقيم المطلوب بمسقطين رئيسين على الاقل .

تمارين على المستويات المساعدة الثانوية

١ ـ المعلوم المستوى هـ و ز بمسقطيه والمستقيم أ ب والمطلوب وجود الزاوية بينهما .

أ (٣ ، ٢ ، ٥) ب (صفر ، ١ ، ٧)

هـ (٣ ، ٨ ، ١) و (٢ ، ٩ ، ١٣) ز (٤ ، ٣ ، ٨)

٢ ـ المطلوب وجود الزوايا التي يصنعها المستوى هـ و ز في التمرين الاول مع مستويات الاسقاط الرئيسية الثلاثة . ما هو مجموع الزوايا الثلاث ؟

٣ ـ المطلوب معرفة احداثيات نقطة تقاطع المستقيم أ ب في التمرين الاول مع المستوى هـ و ز .

٤ ـ المطلوب اسقاط المستقيم أ ب في التمرين الاول على المستوى هـ و ز . هل يقع المسقط ضمن حدود المثلث ؟

٥ ـ اشرح بخطوات فقط وبدون ذكر اسم مستقيم أو مستو أو اسم احد المستويات الرئيسية للاسقاط ، عملية اسقاط مستقيم معلوم على مستو معلوم .

٦ ـ اوجد المسافة الحقيقية بين مستويين متوازيين يشكل أثراهما الافقيان ٣٠ درجة مع خط الارض ويصنع أثراهما الوجهيان ٤٥ درجة مع خط الارض اذا كانت المسافة بين نقطتي تلاقي اثريهما على خط الارض = ٣سم .

٧ ـ عدد خطوات العمل المتبعة في رسم التمرين السادس .

٨ ـ المعلوم مستقيم في وضع عام ، والمطلوب تعيين مستو يوازيه ويبعد عنه ٣سم . كم جواب يوجد في هذا التمرين ؟

٩ ـ المعلوم ثلاثة مستقيمات متوازية ، والمطلوب وجود حجم المنشور المحصور بين هذه المستقيمات بحيث يكون ارتفاعه ٣سم .

١٠ ـ في التمرين التاسع مثل المستقيم الذي تتساوى أبعاده عن المستقيمات المعلومة الثلاثة .

١١ ـ المعلوم مستويان متوازيان بآثارهما • مثل مستقيما يتساوى بعده عنهما •

١٢ ـ المعلوم مستو شاقولي بمسقطيه ومستو عمودي على المستوى الوجهي بمسقطيه أيضا • أوجد الزاوية بينهما • ما هي ملاحظاتك واستنتاجاتك ؟

١٣ المعلوم المستويان ب حـ د ، ن حـ د بمساقطهما ، والمطلوب وجود الزاوية بينهما • ما هي اقصر الطرق للحصول على الجواب ؟

١٤ ـ المعلوم النقطة هـ (٢ ، ٣ ، ٣) والمتوازي الاضلاع ك ل م ن

ك (٣ ، ٢ ، ١) م (١ ، ١ ، ٥)

ل (٣ ، ٢ ، ٤) ن (١ ، ١ ، ٢)

والمطلوب امرار مستقيم بالنقطة هـ على ان يكون :

١ ـ عموديا على المستوي ك ل م ن ٢ ـ موازيا للمستوى المذكور ٣ ـ يصنع ٣٠ درجة مع المستوي • بين ملاحظاتك في كل حالة من الحالات المذكورة •

١٥ ـ المعلوم المستقيم أ د والنقطة ل باحداثياتها كالاتي : ـ

أ (٤ ، ٤ ، ١) د (١ ، ١ ، ٥) ل (٢ ، ٢ ، ٦) •

والمطلوب ١ ـ امرار مستقيم بالنقطة ل على ان يوازي المستقيم المعلوم • (٢) وجود المسافة بين المستقيمين المتوازيين • (٣) تمثيل مستقيم يوازيهما ويبعد عنهما بنفس المقدار • (٤) تمثيل مستقيم يوازيهما ويبعد عن احداهما ٣سم وعن الآخر ٤سم •

١٦ ـ المعلوم المضلع خ ض ر باحداثيات نقاطه ، والمطلوب وجود
١ ـ زوايا ميله مع مستويات الاسقاط الرئيسة ٢ ـ شكله الحقيقي وحساب مساحته •

خ (٤ ، ١ ، ٢) ض (صفر ، ٣ ، ٥) ر (٤ ، ١ ، ٦)

١٧ ـ المعلوم المستقيم أ ي الذي يصنع ٣٠° مع المستوي الوجهي ، اذا كانت أ (٢ ، ١ ، ٨) وتبعد النقطة (ي) عن كل من المستويين الافقي والجانبي خمسة سنتمترات ، والمطلوب ١ ـ وجود طول

المستقيم أ ي ٢ ــ تمثيل مستقيمين موازيين للمستقيم المعلوم وطول كل منهما = ٤ سم ، ويبعدان عن المستقيم المذكور وعن بعضهما ٣ سم .

١٨ ــ المعلوم مستويان بمساقطهما ، احداهما عمودي على المستوى الجانبي ، والمطلوب وجود الزاوية بينهما . وضح الرسم واذكر خطوات العمل بصورة واضحة وما هي اهم استنتاجاتك ؟

الفصـــل الثامن

الخطوط والمنحنيـــات والسطوح

الخطوط :

سوف لا نطيل البحث في هذا الموضوع قدر المستطاع وسنحصر كلامنا في بعض الحالات الخاصة للخطوط والمنحنيات المستوية والفراغيه وعن كيفية تمثيلها . فلتمثيل الخط نرانا في حاجة الى معرفة عدة نقاط فيه ، فبتمثيلها ووصل بعضها يتكون مسقط الخط . وقبل التقـدم في الموضوع يستحسن ان نذكر الطالب ببعض المعلومات التالية : ـ

الخط هو المحل الهندسي لنقطة متحركة في الفراغ بحركة معينة ويقسم الخط الى ثلاثة أقسام :

١ ـ الخط المستقيم وهو حركة نقطة في اتجاه معين ، فان المحل الهندسي لاوضاعها يكون خطا مستقيما .

٢ ـ الخط المنكسر وهو عبارة عن عدة مستقيمات ملتقية ببعضها ، او هو حركة نقطة باتجاهات متتالية تتغير بين حين وآخر .

٣ ـ الخط المنحني وهو الناتج من تغير اتجاه حركة نقطة ما باستمرار.

المنحنيات ، وتقسـم الى قسـمين : اولهما المنحني المسـتوي وتشمل الدائرة والقطع الناقص والقطع المكافيء والحلزون المسـتوي ومنحنيات الجيب والظل والقاطع والى آخره .

فالدائرة هي حركة نقطة في مستو بحيث يكون بعدها عـن نقطة ثابتة (تسمى المركز) ثابتا دائما .

اما القطع الناقص فهو الخط الناتج مـن حركة نقطـة في مستو أيضا بحيث يكون مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين معلوما وثابتا .

بينما القطع المكافيء هو المحل الهندسي للنقاط التي يكون بعدها عن مستقيم ثابت يساوي بعدها عن نقطة ثابتة وفي جميع اوضاع تلك النقاط المتحركة في مستو ٠

والنوع الثاني من المنحنيات هو المنحني الفراغي أي ان النقطة لا تقع كلها في مستو واحد كالمنحنيات المستوية ٠ ويدعى المنحني فراغيا أو مضاعف الانحناء او ملتويا كما في الحلزونيات الاسطوانية او الكروية أو المخروطية اوغيرها ٠

فالنقطة المتحركة في الفراغ والتي يكون بعدها ثابتا عن نقطة معلومة تولد لنا الكرة ، اما النقطة المتحركة في الفراغ حين يكون بعدها عن نقطة ثابتة يساوي بعدها عن مستقيم ثابت فانها تولد القطع المكافيء الفراغي ٠

المستقيم المماس للمنحني :

هو المستقيم القاطع للمنحني بنقطتين منطبقتين او متقاربتين من بعضهما قربا لا نهائيا ٠ واذا رسمنا من نقطة التماس مستقيما عموديا على المماس وفي مستوى المنحني يسمى ذلك المستقيم عمود المنحني ففي الدائرة مثلا عمودي المنحني من نقطة في محيطها يمر بمر بمركز الدائرة ٠ ويسمى المستوى المار بالمماس من نقطة التماس المستوى المماس للمنحني ٠

بعض خواص المنحنيات عند اسقاطها :

واهم هذه الخواص هي : ــ

١ ــ لا تتغير درجة المنحني عند الاسقاط ، فالمنحني الذي من الدرجة الثانية يكون مسقطه على مستو من الدرجة الثانية ايضا ٠

٢ ــ اذا قطع مستقيم منحنيا في عدة نقاط فان مسقط ذلك المستقيم على مستو ما يقطع مسقط المنحني على ذلك المستوى في نفس العدد من النقاط والتي هي مساقط النقاط على المنحني ٠

٣ ـ مسقط المستقيم المماس لمنحن على مستو ما يمس مسقط المنحني في نقطة تناظر نقطة التماس •

السطوح :

تتكون السطوح من حركة مستقيم حسب قانون او نظام معينين ، فسطح الاسطوانة ينشأ من حركة مستقيم او دوران مستقيم آخر يوازيه يدعى محور الاسطوانة ، وسطح الدائرة يتولد من دوران مستقيم في مستو حول نقطة ثابتة • وسطح الكرة يتولد من حركة مستقيم في الفراغ حول نقطة ثابتة هي مركز الكرة وهكذا • ويمكن تعريف السطح بأنه مجموعة نقاط موزعة باتجاهين بينما نقاط المستقيم موزعة في اتجاه واحد ونقاط الاشكال الفراغية موزعة في ثلاثة اتجاهات •

وتنقسم السطوح الى قسمين : اولهما السطوح الهندسية وهي التي يمكن تحديد شكلها طبقا لقوانين رياضية خاصة كسطح الكرة والمخروط والسطوح الحلزونية وغيرها • وثانيا السطوح غير المنتظمة ، وهي التي لا تتبع قانونا او نظاما رياضيين في تحديد شكلها كالسطوح الطوبوغرافية التي تمثل قطعة ارض على الطبيعة وتظهر فيها الارتفاعات والجبال والبحيرات والوديان وغيرها •

وسنترك بحث السطوح الطوبوغرافية في فصل قادم ، اما السطوح الهندسية فتنقسم الى قسمين رئيسيين : ـ

١ ـ السطوح المسطرة وهي التي تتكون من حركة مستقيم يسمى الراسم المستقيم او الدليل •

٢ ـ السطوح المزدوجة الانحناء وتتكون من حركة خط منحن ، يسمى الراسم المحنى • ويقسم القسم الاول الى نوعين ايضا ، أولهما السطوح المسطرة القابلة للافراد (اي التي يمكن فتحها على سطح مستو) وثانيهما السطوح المسطرة الشمالية وهي التي يصعب افرادها •

وتقسم السطوح المسطرة القابلة للأفراد الى نوعين : النوع الاول، كثيرات السطوح وهي التي تكون اوجهها مستويات كالمنشور والهرم ومـوازي المستطيلات ، والنوع الثاني ، السطوح ذات الانحناء البسيط كالاسطوانـة والسطح المخروطي والسـطح الملتف القابـل للفتح أو الاستواء •

اما السطوح المسطرة الشمالية فتشمل السطح ذا الطية الواحدة والسطح الزائدي والسطح المكافيء الزائدي والسطوح اللولبية وغيرها، ويكون الراسم فيها في وضعين مختلفين غير متوازيين او متقاطعين بعكس الانواع الاخرى من السطوح اذ يجب ان يكون الراسـم في وضعين مختلفين ، إما متوازيين كالاسطوانة وسـواها او متقـاطعين كالمخروط واضرابه •

السطوح المزدوجة الانحناء ، ومن امثلتها الكرة والسطح الناقص والمكافيء الزائدي ذو الطيتين والسطح الحلقي وغيرهـا •

فالكرة تتكون مثلا من دوران دائرة حول احد اقطارها •

والسطح الناقصي يتولد من دوران القطع الناقص حول احـد محوريه ، فاذا كان حول المحور الكبير يتكون السطح الناقص المستطيل وهذا هو المعروف والشائع ، أما الثاني فينتج السطح الناقصي المفلطح•

ويتكون السطح المكافيء من دوران قطع مكافيء حول محوره •

ويتكون السطح الزائدي ذو الطيتين من دوران قطع زائد حول محوره •

وتتكون الحلقـة مـن دوران دائرة حول محور ليست متماثلة بالنسبة له •

ومن الصعب افراد هـذه السطوح بصورة نظرية ، وقد تستعمل بعض الطرق التقريبية اذا اريد فتحها •

اما السطوح اللولبية او الحلزونية فتتكون من حركة خط حلزوني حول مستقيم ثابت ، والحركة اللولبيـة هي حركة دوران حول محور ثابت اضافة الى حركة منتظمة باتجاه المحور (المستقيم الثابت) •

واخيرا ، السطوح الدورانيــة وهي التي تتكون مـن حركة خط (منحن او مستقيم) حول مستقيم ثات يسمى الدوران ، ويسمى الخط راسم السطح • ومن امثلة السطوح الدورانية : السطوح المستوية ، والسطوح ذات الانحناء البسيط ، السـطوح المعوجة والسطوح ذات الانحناء المزدوج وسنبحث في طرق اسقاط وبسـط السطوح المهمة في الفصول القادمة •

تمارين على الخطوط والمنحنيات والسطوح

١ ـ ارسم مخروطا ارتفاعه ٦ سم وقطر قاعدته ٤ سم • اقطع هـــذا المخروط بمستو افقي اولا ثم بمستو شاقولي ثم بمستو مائل فوق القاعدة • ماذا يتكون في كل من الحالات هذه ؟

٢ ـ ارسم المساقط الرئيسة للنصب التذكاري للجندي المجهول• مانوع سطوحه ؟ أي نوع من الخطوط يمكن رسمها على سطوحه ؟

٣ ـ المطلوب رسـم المساقط الرئيســية للملوية (الآثار الموجودة في سامراء) بمقياس مناسب •

٤ ـ ارسم قطعــا ناقصا طول محوره الكبير ١٤ سم ومحوره الصغير ٨ سم ، ثم جد مساحته • ما نوع السطح الناتج من دوران القطع هذا حول محوره الكبير ؟

٥ ـ اذا كانت النقطة أ واقعة على محيط دائرة نصف قطرها = ٣ سم وواقعة في مستو افقي يبعد ٨ سم عن المستوى الافقي للاسقاط ، فما هو السطح المتولد من حركة المستقيم ب أ اذا بقى موازيـا لنفسه في كل حالة من الحالات الآتيـة : ـ

١ ـ ب أ مستقيم في وضع عام •

٢ ـ ب أ مستقيم وجهي •

٣ ـ ب أ مستقيم شاقولي •

الفصل التاسع

الاجسام الهندسية

سنقتصر بحثنا في هذا الفصل على بعض الاجسام الهندسية ذات السطوح المستوية والمنحنية المنتظمة كالمكعب والمنشور والهرم والاسطوانة والمخروط • ان قسما من هذه الاجسام قد مر بنا ولو بصورة مختصرة سواء في الدراسة الثانوية أو في الاسقاط العمودي في الرسم الهندسي • لذا سنوجز الموضوع قدر المستطاع لضيق الوقت بالنسبة للطالب وتقسم هذه الاجسام الى قسمين : اولهما الاجسام ذات السطوح المستوية كالمنشور والثاني الاجسام ذات السطوح المنحنية البسيطة كالمخروط والاسطوانة اما الكرة فستبحث بصورة سريعة في القسم الثاني وسنحل قليلا من المسائل المتعلقة بها فهي من السطوح التي يكون افرادها صعبا نسبيا •

القسم الاول ـــ كثيرات السطوح المستوية

كثير السطوح : هو الجسم الذي يحده من جميع جهاته سطوح مستوية تسمى بأوجه الجسم وتتقاطع مع بعضها في مستقيمات تدعى احرف الجسم وتسمى نقط تلاقي ثلاثة اوجه او ثلاثة احرف برؤوس الجسم ويقال للزاوية المحصورة بين حرفين من اي وجه انها زاوية الوجه المستوية •

اما الزاوية المحصورة بين ثلاثة مستويات او اكثر فتدعى الزاوية المجسمة ومن المعلوم ان كل زاوية مجسمة يكون مجموع زوايا الاوجه فيها اصغر من اربع زوايا قائمة • ويكون الجسم قائما اذا كان محوره عموديا على قاعدته ومائلا اذا كان مائلا على القاعدة • اما ارتفاع الجسم فهو البعد العمودي المحصور بين القاعدتين في المنشور والاسطوانة مثلا

وبين الرأس والقاعدة كالمخروط .

كثيرات السطوح المنتظمة : وتكون اوجهها مضلعات منتظمة ومتساوية واهم هذه الاجسام هي : ـ

١ ـ كثير السطوح ذو اربعة الاوجه المنتظم وهو الهرم الثلاثي القائم واوجهه هي مثلثات متساوية الاضلاع .

٢ ـ كثير السطوح ذو ستة الاوجه المنتظم وهو المكعب ، واوجهه مربعات .

٣ ـ كثير السطوح ذو ثمانية الاوجه المنتظم واوجهه مثلثات متساوية الاضلاع .

٤ ـ كثير السطوح ذو الاثنى عشر وجها المنتظم واوجهه مخمسات منتظمة .

٥ ـ كثير السطوح ذو العشرين وجها المنتظم واوجهه مثلثات متساوية الاضلاع .

فمن الوجهة الهندسية يستفاد من النوعين الاولين وخاصة المكعب وخواصه اما الانواع الاخرى من كثيرات السطوح فيستفاد منها في خواص البلورات كما في الكيمياء وفي الجيولوجيا وغيرهما .

عدد الاحرف والزوايا في كثيرات السطوح

يمكن معرفة عدد الاحرف في كثير السطوح من المعادلة الآتية :

$$ح + ٢ = ر + جـ$$

حيث ان ح هي عدد الاحرف ، ر وعدد الرؤوس ، جـ عدد الاوجه. اما عدد الزوايا المستوية فيساوي ضعف عدد الاحرف وعدد الزوايا المجسمة فيساوي عدد رؤوس الجسم .

المنشور : ـ يتكون المنشور من حركة مستقيم يوازي نفسه وذلك بأن يكون احد طرفيه على مضلع . يسمى السطح الناتج من هذه الحركة بالسطح المنشوري ويسمى المستقيم بالراسم ، اما المضلع فيدعى

دليلا • ويحدد المنشور بمستويين متوازيين هما قاعدتاه ؛ وقـد يكون المنشور قائما او مائلا حسبما تكون احرفه ومحوره بالنسبة للقاعدة • ويسمى منتظمـا اذا كانت قاعدتاه مضلعين منتظمين • ويسمى المنشور اذا كانت كل من قاعدتيه متوازي اضلاع بمتوازي السطوح ، اما اذا كانت كل اوجه المتوازي السطوح قائمة على بعضها وكانت القاعدتان مستطيلين ، دعي بمتوازي المستطيلات ، امـا المكعب فهـو متوازي مستطيلات ذو اوجه مربعـة •

الهرم :— هو السطح المتكون من حركة مستقيم راسم بحيث يرتكز اثناء حركته على مضلع دليل ويمر هذا المستقيم بنقطة ثابتة تدعى رأس الهرم •

ويحدد الهرم مستو يقطع السطح الهرمي في قاعدة الهرم • ويمكن تصوره بأنه كثير السطوح قاعدته مضلع اما اوجهه الاخرى فهي مثلثات تلتقي في رؤوسها بنقطة واحدة واقعة خارج مستو المضلع • وتدعى اوجه الهرم بالاوجه الجانبية ، ويكون الهرم قائما منتظمـا اذا كانت قاعدتـه مضلعـا منتظما مركزه هو المسقط الشاقولي لرأس الهرم على القاعدة ويدعى الهرم ناقصا اذا قطع بمستو يوازي قاعدته ويحذف منه الجزء الذي يحتوي على رأس الهرم فيكون للهرم حينـذاك قاعدتـان متوازيتان •

امثلة على كثيرات السطوح

مثال ١ ـ المطلوب اظهـــار مســاقط هرم رباعي منتظم قائم بحيث ينطبق احد اوجهه الجانبية على المستوى الافقي : ـ

الحل : ـ

١ ـ نرسم مسقطي الهرم حيث تنطبق القاعدة على المستوي الافقي كما في الشكل (٤٦) •

٢ ـ ندور الجسم حول احد اضلاع القاعدة وليكن أ ب حتى ينطبق الوجه أ ب هـ على المستوى الافقي ومن ثم نأخذ المسقط الوجهي للمستوى المذكور الوضع المبين في الشكل المذكور •

٣ ـ يعين بعد ذلك المسقط الافقي للهرم لان ابعد المساقط الافقيـــة لرؤوس الشكل لم تتغير عن خط الارض بعد الدوران •

مثال ٢ ـ المطلوب تمثيل هرم سداسي منتظم قائم ، يميل احـــد اوجهه الجانبية ٣٠ درجة على الافق ويميل ضلع قاعدته بزاوية ٤٥ درجة على المستوى الجانبي •

الحل : ـ

١ ـ نرسم المسقطين الوجهي والافقي للهرم بشرط ان تقع قاعــدته في المستوي الافقي وهذه هي ابسط الاوضاع •

٢ ـ الان نسقط الهرم على مستو مساعد يكون ٣٠ درجة مع احـــد اوجهه الذي ظهر خطا مستقيما في المسقط الوجهي ، فنحصل على مسقط افقي مساعد ، يظهر فيه ميل الوجه •

٣ ـ ثم نسقط على مستو مساعد ثان يشكل ٤٥ درجة مع ضلع القاعدة الذي ظهر بطوله الحقيقي في المسقط المساعد الاول فيتعين المسقط الرأسي المساعد للهرم وهو التمثيل المطلوب •

مثال ٣ ــ المطلوب تمثيل منشور ثلاثي منتظم ، احرفـــه توازي المستوى الوجهي وتكون ٣٠ درجة مع الافق واحد اضلاع قاعدته يصنع ٤٥ درجة مع المستوى الوجهي •

الحل : ــ

لتمثيل المنشور في الوضع المطلوب تتبع الخطـوات التالية : ــ

١ ــ نجعل احد احرف المنشور في المسقط الوجهي يشكل ٣٠ درجة مع خط الارض (راجع تمثيل المستقيم الوجهي) ونرسم خطا عموديا عليه يمثل اتجاه المسقط الوجهي لقاعدة المنشور •

نعتبر ذلك الاتجـاه مستقيم تقاطع مستو مساعد عمودي على المستوى الوجهي •

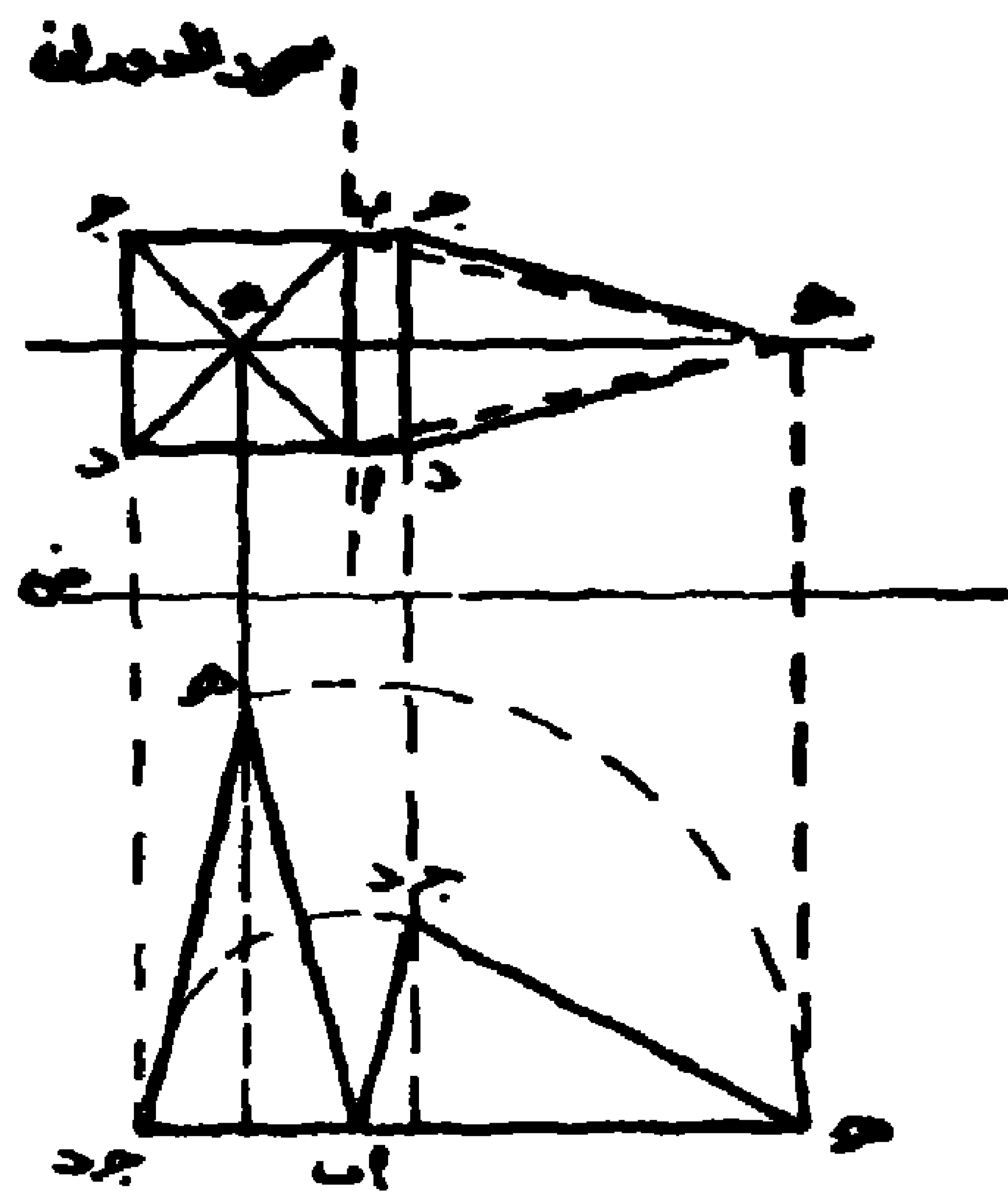
٢ ــ لو اسقطنا القاعدة على المستوي المساعد الاول لظهر مسقطها شكلا حقيقيا لها ، أي مثلثا متساوي الاضلاع ، نرسم هذا المثلث بحيث يصنع احد اضلاعه ٤٥ درجة مع مستقيم تقاطع المستويين (المساعد والوجهي) •

٣ ــ نرسم من رؤوس المثلث اعمدة على مستقيم التقاطع المذكور فتكون هذه الاشعة هي الاتجـاه الذي سيحدد المسـاقط الرئيسية للاحرف •

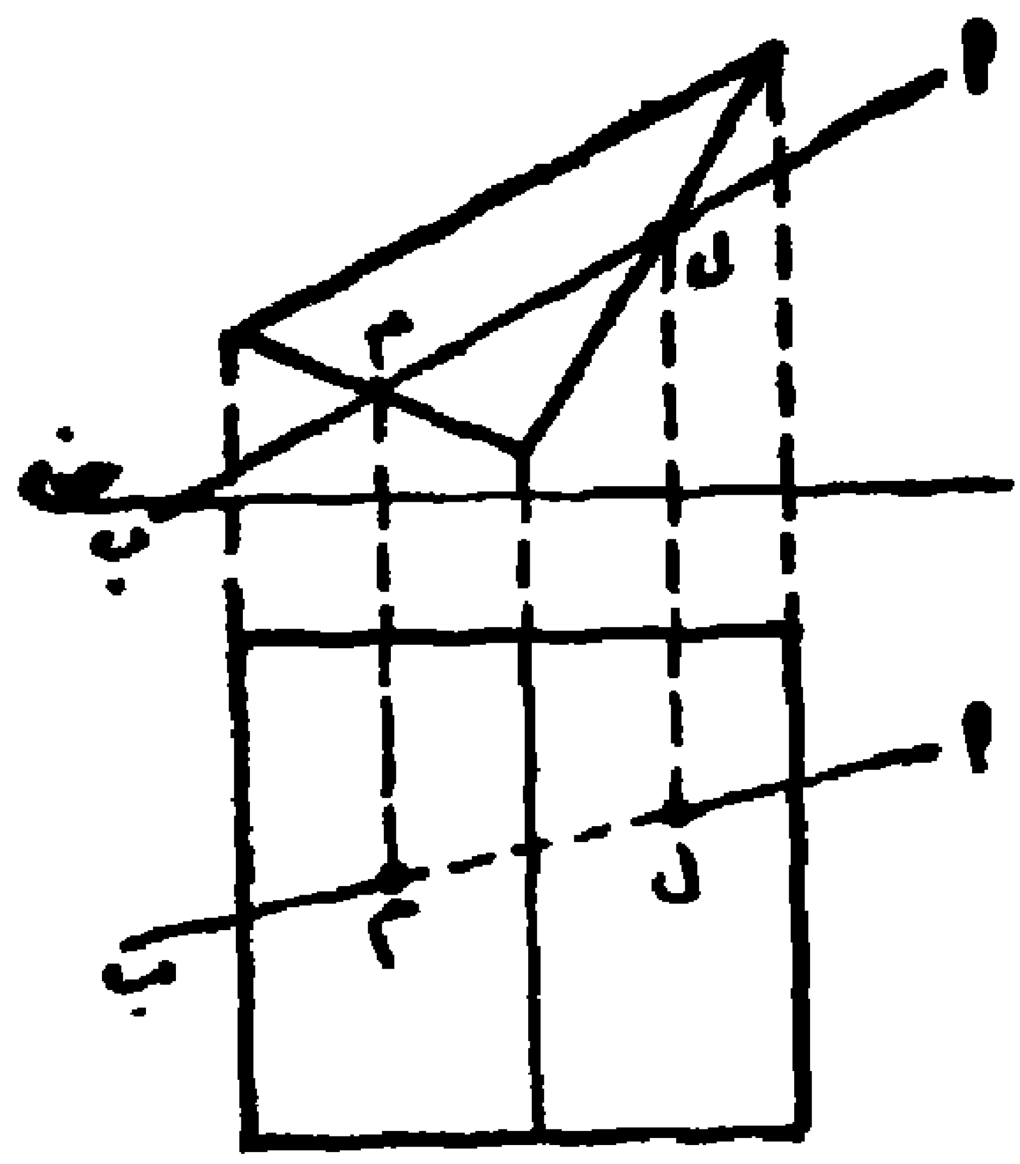
ان المسـاقط الافقيـة لهذه الاحرف تكون موازية لخط الارض • وتبعـد عنه بمقدار المسافات الشاقولية بين رؤوس المثلث والمستوي المسـاعد •

نقطتا تقاطع مستقيم مع كثير السطوح

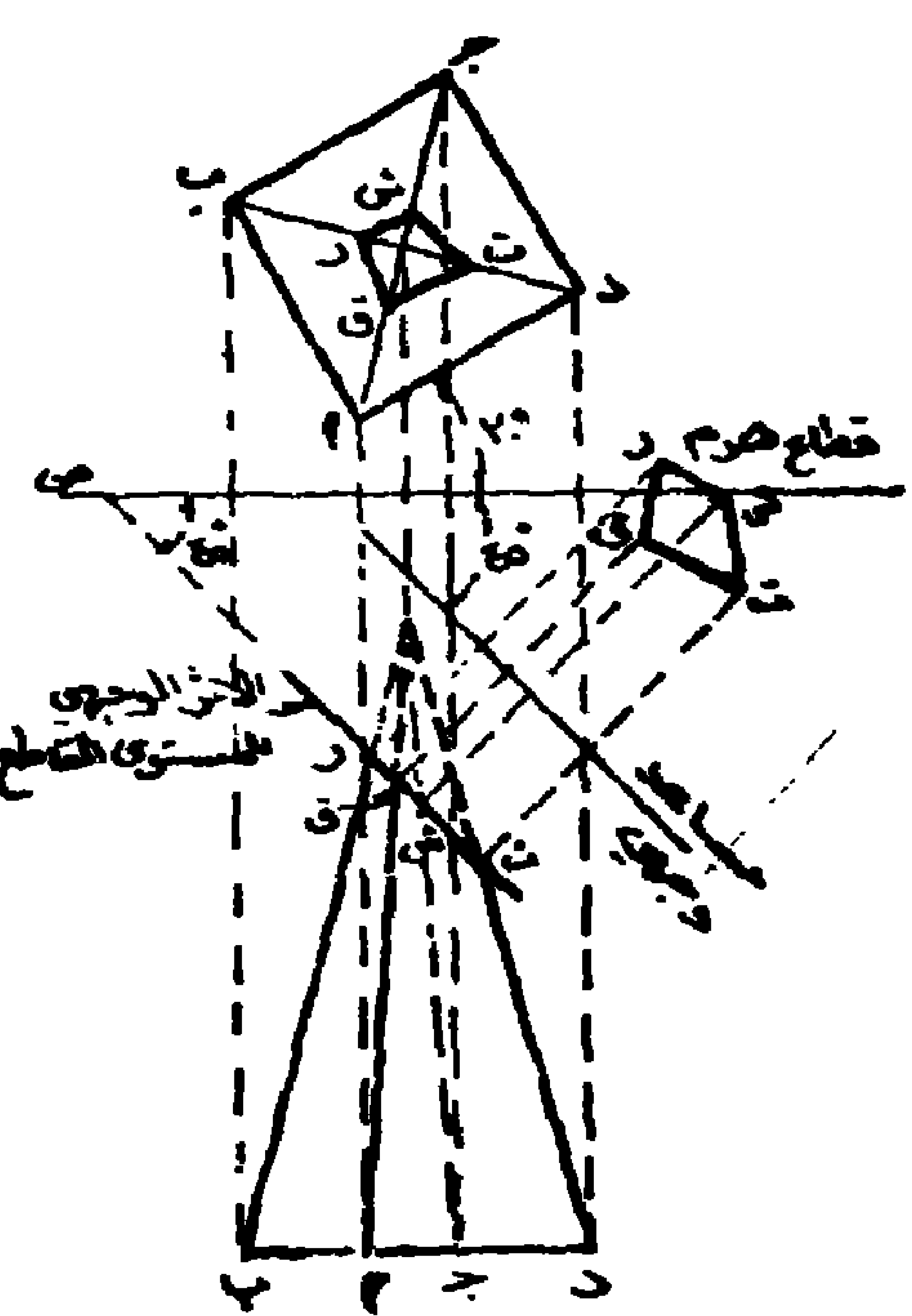
لتعيين نقطتي تقاطع مستقيم معلوم مع كثير السطوح ، نمرر مستويا مساعدا بالمستقيم فيقطع هذا المستوي الجسم المعلوم في مضلع • وتكون نقطتا تقاطع المستقيم مع محيط المضلع هما النقطتان المطلوبتان •• مـن الاحسن ان يكون المستوي المساعد افقيا او شاقوليا قدر المستطاع •



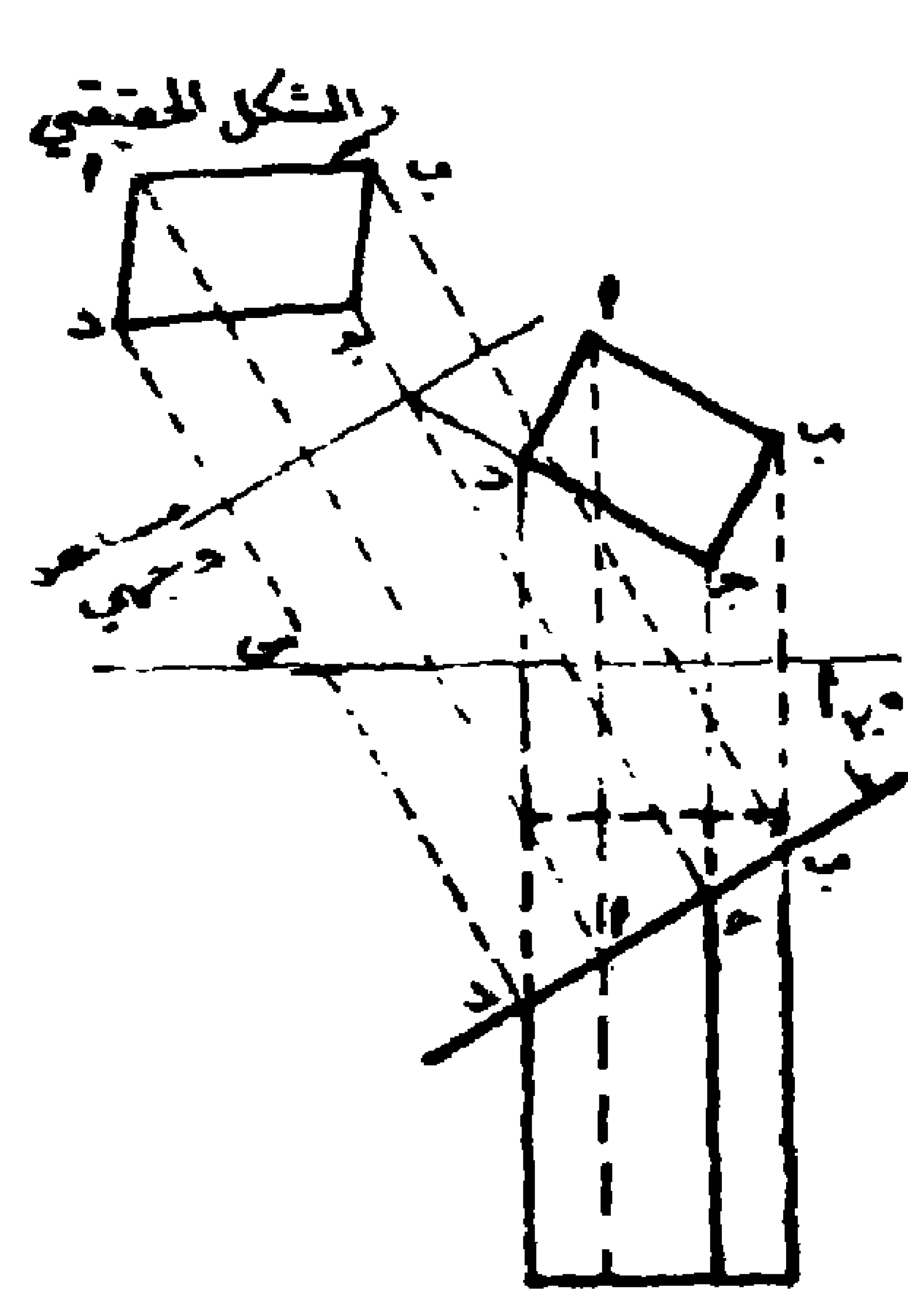
شكل (٤٦) تمثيل هرم رباعي منتظم.



(أ) مستقيم يقطع منشوراً ثلاثياً.



شكل (٤٨) اظهار قطاع هرم
شكله الحقيقي.



(ب) القطاع الناتج من قطع منشور
بمستوى مائل على الافق ٣٠ درجة

شكل (٤٧) مسائل على المنشور

ففي حالة تقاطع مستقيم معلوم مع منشور نمرر بالمستقيم مستويا مساعدا بحيث يوازي احرف المنشور وفي الحالة يقطع هذا المستوي سطح المنشور في رأسين وتكون نقطتا تقاطعهما مع المستقيم المعلوم هما النقطتان المطلوبتان .

مثال : ـ المعلوم منشور ثلاثي منتظم قائم ومستقيم بمسقطيه ، والمطلوب وجود نقطتي تقاطع المستقيم بالمنشور .

ففي الشكل (٤٧ أ) ، نأخذ مستويا شاقوليا مساعدا يمر بالمستقيم المعلوم فينطبق اثره الافقي على المسقط الافقي للمستقيم المعلوم . ان الاثر الافقي لهذا المستوى المساعد يقطع قاعدة المنشور ، في مسقطها الافقي ، بنقطتين هما المسقطان الافقيان لراسين شاقولين ، وان هذين الراسمين يقطعان المسقط الوجهي للمستقيم المعلوم في المسقطين الوجهيين للنقطتين المطلوبتين ، اما مسقطاهما الافقيان فينطبقان على المسقطين الافقيين الراسمين ، والنقطتان هما ل ، م .

القطاعات المستوية في الاجسام

اذا قطع جسم ما بمستو فان السطح الناتج من القطع والواقع في المستوي القاطع يسمى قطعا مستويا . واذا قطع الجسم بمستو افقي فان الشكل الحقيقي للقطاع يظهر في المسقط الافقي للجسم وكذلك اذا قطع الجسم بمستو وجهي فان الشكل الحقيقي للقطاع يظهر في المسقط الوجهي للجسم وكذلك اذا قطع بمستو جانبي فان مسقط شكله الحقيقي يظهر في المستوى الجانبي للاسقاط .

واذا كان المستوى القاطع عموديا على احد مستويات الاسقاط ومائلا بالنسبة للاثنين الاخرين ، فانه من السهل معرفة مساقط القطاع وتعيين شكله الحقيقي باسقاط القطاع على مستو مساعد يوازيه ويوازي القاطع .

واذا كان المستوي القاطع مائلا على مستويات الاسقاط فيمكن

الحصول على مساقط القطاع وذلك بتعيين نقطة تقاطع المستوي المائل في الوضع العام مع احرف الجسم ، ثم نصل بين هـذه النقطة فيتكون محيط القطاع ، او قد نستعين بمستو مساعد عمود على المستوي القاطع فيظهر مسقط القطاع خطـا مستقيما وبواسطته يمكن الحصول على المساقط الاخرى والشكل الحقيقي • راجع الشكل (٣٩) في الفصل السـابع •

مثال : ـ المعلوم متوازي مستطيلات قائم وقاعدته افقية ، المطلوب رسم مساقطه والشكل الحقيقي للقطاع الناتج من قطع الجسم بمستو عمودي على المستوي الوجهي ، ويكون ٣٠ درجة مع الافق •

الحل : ـ

ففي الشكل (٤٧ ب) تتبع الخطوات التالية : ـ

١ ـ نرسم المسقطين الوجهي والافقي للمنشور ، او الوجهي والجانبي•

٢ ـ يلاحظ انطبـاق المسـقط الوجهي للقطـاع على الأثر الوجهي للمستوي •

٣ ـ نأخذ مستويا مساعدا يوازي المستوي القاطع ويبعد عنـه بعـدا مناسبا •

٤ ـ نسقط على هذا المستوي المساعد فيظهر القطاع بشكله الحقيقي وهو في هذه الحالة متوازي اضلاع •

مثـال : ـ المطلوب تعيين المسقطين الوجهي والافقي لمنشور رباعي منتظم قاعدته افقية • اقطع المنشور بمستو في وضع عام ثم عين الشكل الحقيقي للقطاع •

ولحل هذه المسألة نعين اولا نقاط تقاطع المستوي مع كل من احرف المنشور الاربعة وهي في هذه الحالة شاقولية • ان المسقط الافقي للقطاع ينطبق على المسقط الافقي للمنشور وهو مربع في هذه الحالة ، ولتعيين المسقط الوجهي للقطاع فاعتبر النقاط الاربعة للتقاطع واقعة في المستوى

القاطع ومساقطها الافقية معلومة فيسهل تعيين المساقط الوجهية لهذه النقاط ، وبايصالها بخطوط مستقيمة نحصل على المسقط الوجهي . ولوجود شكل القطاع الحقيقي فارجع الى موضوع المستويات المساعدة الثانوية لاكمال حل المسألة .

مثال : هرم سداسي منتظم قائم قاعدته افقية واحد اضلاع القاعدة مستقيم وجهي ، قطع الهرم بمستو افقي على بعد ثلاثة ارباع الارتفاع عن القاعدة . ارسم المساقط الرئيسية للهرم وعين مساقط القطاع .

ولحل المسألة هذه يجب اتباع الخطوات الاتية : ـ

١ ـ ارسم المساقط الرئيسية للهرم الكامل ليظهر مسقطه الافقي مسدسا منتظما واقطاره موصولة بنقطة تمثل رأس الهرم .

٢ ـ بما ان المستوى القاطع افقي فان المسقط الافقي للقطاع يكون مسدسا منتظما .

٣ ـ يظهر في المسقط الوجهي أثر القطاع على ارتفاع ثلاثة ارباع الارتفاع عن القاعدة، ان هذا الاثر او المستقيم هو المسقط الوجهي للقطاع .

٤ ـ تنزل من نقاط تقاطع هذا الاثر مع احرف الهرم الظاهر في المستوي الوجهي مستقيمات تناظر لتعيين المساقط الافقية لنقاط تقاطع المستوى القاطع مع احرف الهرم .

٥ ـ نصل بين هذه المساقط فيتعين المسقط الافقي للقطاع .

٦ ـ ان المسقط الافقي هو نفسه الشكل الحقيقي للقطاع .

مثال : ـ هرم رباعي منتظم قائم قاعدته افقية واحد اضلاع القاعدة يشكل ٣٠ درجة مع المستوي الوجهي ، قطع الهرم بمستو عمودي على المستوي الوجهي للاسقاط ويكون ٤٥ درجة مع الافق ، والمطلوب رسم المسقطين الوجهي والافقي للهرم مع اظهار مسقطي القطاع وشكله الحقيقي .

فلحل المسألة انظر الشكل (٤٨) ، فنلاحظ ان المسقط الوجهي للقطاع ينطبق على الاثر الوجهي للمستوي القاطع . ولتعيين المسقط الافقي ترسم خطوط تناظر من مساقط النقط الوجهية الى المستوى الافقي كما في المسألة السابقة ، ولوجود الشكل الحقيقي للقطاع ،استعن بمستو مساعد اولي وفي هذه الحالة المستوي القاطع هو نفسه يمكن اعتباره مستويا مساعدا اذ نسقط عليه الشكل الرباعي المنحرف الذي يمثل المسقط الوجهي للقطاع وذلك بنقل ابعاد النقاط الاربعة عن المستوي الوجهي الى المستوي المساعد فنحصل على المسقط المساعد للقطاع وهو نفسه الشكل الحقيقي المطلوب .

تمارين على القسم الاول من الاجسام الهندسية

١ ـ المعلوم ثلاثة مستقيمات بمساقطها ، اثنان منها افقيان • المطلوب تعين الزوايا الزوجية المحصورة بين كل مستويين من المستويات الثلاثة التي تتكون من كل مستقيمين •

٢ ـ المعلوم مستقيمان في وضع عام والمسقط الافقي للزاوية التي بينهما والزاوية التي يصنعها كل من المستقيمين مع المستوى الوجهي • المطلوب وجود الزاوية بين المستقيمين •

٣ ـ المعلوم مثلث واقع في مستو افقي ويبعد ٣سم عن المستوى الافقي للاسقاط • المطلوب وجود نقطة خارج المستوى بشرط اذا وصلت برؤوس المثلث ينتج زاوية مجسمة ثلاثية وجميع زواياها الزوجية قائمـة •

٤ ـ المطلوب تمثيل مكعب ضلعه يساوي ٥ سم واحد اوجهـه افقي ، واحد اوجهه الاخرى يكون ١٥ درجة مع المستوي الوجهي ، مثل المكعب المذكور اذا علمت ان احد اوجهه واقع في المستوى الوجهي وتبعد احدى نقاطه عن المستوى الجانبي ٦ سم ، وان القـاعدة السفلى للمكعب تبعد ٨ سم عن المستوى الافقي للاسقاط •

٥ ـ المطلوب تمثيل المكعب الذي طول ضلعه يساوي ٥ سم اذا علمت ان احد اقطاره مستقيم جانبي • ما طول قطره ، ومقدار مسـاحته الجانبية وحجمه ؟

٦ ـ المعلوم منشور رباعي قائم ارتفاعه يساوي ٦سم وطول ضلع مربع القاعدة يساوي ٣سم وقاعدته تميل ٣٠ درجة عن الافق • المطلوب قطع المنشور بمستقيم وجهي اولا ، ثم بمستقيم شاقولي ثانيا •

٧ ـ منشور ثلاثي منتظم قائم طول ضلع قاعدته يساوي ٤ سم وارتفاعه ٦ سم ، ويقع احـد اوجهه الجانبية على المستوي الافقي وتميل احرفه ٣٠ درجة عن المستوي الجانبي للاسقاط ، واقرب نقطة في

المنشور من المستوي الجانبي هي ٢ سم • قطع المنشور بمستو وجهي في منتصف المحور ، المطلوب رسم المساقط الرئيسية للمنشور الكامل ، ثم المساقط الخاصة بالقطاع •

٨ ـ المطلوب رسم المساقط الرئيسية لمنشور سداسي منتظم قائم قاعدته السفلى افقية وتبعد عن المستوي الافقي ٩سم ، اما اضلاع قاعدته تساوي ٣سم واطوال حرف من احرفه بعد القطع يساوي ٨سم • ما هي مساحة القطاع ؟ والمساحة الجانبية للمنشور المقطوع ؟ وما حجم المنشور قبل القطع وبعده ؟

٩ ـ اذا فرضنا في المسألة السابقة ان ثلاثة احرف من احرف المنشور طولها يساوي ٨ سم واقصرها يساوي ٣ سم ، فما هي التغييرات التي تطرأ على مساقط المنشور اولا وعلى شكل القطاع ثانيا وعلى حجم المنشور المقطوع اخيرا ؟

١٠ ـ منشور سداسي منتظم قائم محوره يوازي المستوي الجانبي ويشكل ٣٠ درجة مع الافق قطع المنشور بمستو معلوم بأثريه الوجهي والافقي اللذين يكونان مع خط الارض ٣٠ درجة ، ٤٥ درجة على التناظر • المطلوب تمثيل المنشور واظهار مساقط القطاع ، ثم وجود الشكل الحقيقي للقطاع •

١١ ـ المطلوب تمثيل منشور ثماني منتظم قائم وتقع قاعدته على المستوي الجانبي للاسقاط قطع المنشور بمستو شاقولي يكون ٤٥ درجة مع المستوى الوجهي ، ويمر بنقطة بعدها عن القاعدة = ضعف بعدها عن رأس الهرم •

١٢ ـ اذا قطع المنشور في التمرين السابق بمستو عمودي على المستوي الوجهي وكانت الزاوية بينه وبين الافق ٣٠° بدلا من المستوي القاطع المذكور ، فعين المساقط الرئيسة للمنشور المقطوع •

١٣ ـ المطلوب تمثيل هرم رباعي قاعدته مستطيل (٤سم×٦سم) • اذا علمت ان القاعدة تميل ٣٠ درجة على الافق ومحوره يوازي المستوي الوجهي ويبعد عنه ٥ سم ، واحد اوجهه الجانبية يميل

١٥٠ درجه على الافق •

١٤ ـ هرم رباعي قاعدته افقيــة والمطلوب تعيين نقطتي تقاطع مستقيم مع سطح الهرم في كل من الحالات التالية : ـ

١) المستقيم افقي •

٢) المستقيم جانبي •

٣) المستقيم في وضع عام •

١٥ ـ هرم رباعي منتظم قاعدته افقية • قطع بمســتو معلوم بائريــه الافقي والوجهي اللذين يصنعان مع خط الارض ٣٠ درجة ، ٦٠ درجة على التوالي • المطلوب رسم المساقط الرئيسية للقطاع ، ثم وجود شكله الحقيقي بطريقــة تقاطع الاحرف اولا ثم بالاستعانة بمستو مساعد ثانيا •

١٦ ـ هرم سداسي منتظم قائم طول ضلع قاعدته ٣ سم وارتفاعه ٥سم ، قاعدته تبعد عن المستوى الافقي ٢ سم واحد اضلاع القــاعدة يوازي خط الارض • قطع هذا الهرم بمستو شــاقولي ويصنع مع المستوى الجانبي ٣٠ درجة ، ويبعد عن محور الهرم ١ سم • ارسم المسقطين الوجهي والافقي للهرم وضع عليهمــا مسقطي القطاع الناتج •

١٧ ـ حل المسألة السابقة اذا كان بعــد المســتوي القاطع عن المحور يساوي ٢ سم مع بقاء المعلومات الاخرى ثابتة •

١٨ ـ بين المساقط الرئيسية الثلاثة للهرم المقطوع بمستو عمودي على المستوى الوجهي في المسألة رقم (١٦) ويصنع ٣٠ درجة مع الافق ويبعد عن قاعدةالهرم ٣ سم في محوره •

١٩ ـ المطلوب تمثيل الهرم السداسي المنتظم اذا علمت ان ارتفاعهيساوي ٧ سم وقطر قاعدته ٥ سم • وتقع قاعدته في مستو يصنع ٣٠درجة مع المستوي الافقي ٤٥، درجة مع المســتوي الوجهي • امــا المعلومات الاخرى فللطالب التصرف بفرضها مثلما يشاء •

٢٠ ـ المطلوب تمثيل هرم ثلاثي منتظم قائم طول ضلع قاعدته يساوي

٣ سم وطول كل من احرفه يساوي ٣٠ سم • وينطبق رأس الهرم على نقطة الاصل ويصنع احد اوجه الهرم ٣٠ درجة مع المستوى الوجهي ، ٩٠ درجة مع المستوى الافقي ، اما احد حرفي ذلك الوجه فيصنع ١٥ درجة مع المستوى الافقي للاسقاط •

٢١ ــ هرم رباعي قائم قاعدته توازي المستوي الافقي وتبعد عنه ١سم ، ورأس الهرم يبعد عن المستوي الافقي ٥ سم ، ويميل احد اضلاع قاعدة الهرم ١٥ درجة على المستوى الوجهي • مثل الهرم بمساقطه الرئيسة الثلاثة اذا كان طول ضلع قاعدته يساوي ٣ سم •

٢٢ ــ مكعب قاعدته العليا أ ب حـ د والسفلى هـ و ز ح ، ويقع احد احرفه وهو (أ هـ) في المستوي الجانبي ويبعد ٢ سم عن المستوى الوجهي • اما احداثيات الضلع ب حـ فهي ب ($\frac{١}{٥}$ ، ٥ ، ٢) وجـ ($\frac{١}{٥}$١ ، ٣ ، ٤) • قطع المكعب بمستو عمودي على المستوى الوجهي ومارا بنقطة الاصل ويشكل ٤٥ درجة مع خط الارض والمطلوب : ــ

١ ــ تمثيل المكعب (قبل القطع وبعده) بمساقطه الرئيسة الثلاثة •

٢ ــ وجود الشكل الحقيقي للمقطع الناتج وحساب مساحته •

٢٣ ــ المطلوب تمثيل هرم سد سي منتظم قائم ويميل مستوى قاعدته على المستوى الافقي ٣٠ درجة ، ورأس الهرم هو النقطة ل (١،٥،٢) وارتفاعه يساوي ٦ سم ، وطول ضلع قاعدته يساوي ٢ سم •

الاسطوانة والمخروط والكرة

الاسطوانة :

هي سطح اسطواني محدود بمستويين يقطعان راسم السطح ويحددان قاعدتي الاسطوانة ، واذا كانت القاعدة دائرة نحصل على الاسطوانة الدائرية . والسطح الاسطواني يتكون من حركة مستقيم في حالة بقائه موازيا لنفسه في كل الاوضاع وثبوته في حركته مرتكزا على منحن معلوم . ويسمى المستقيم المولد للسطح الاسطواني راسما او مولدا والمنحني دليلا . اما محور الاسطوانة فهو المستقيم الواصل بين مركزي قاعدتيها . والارتفاع هو البعد العمودي المحصور بين قاعدتي الاسطوانة .

وتكون الاسطوانة قائمة اذا كان محورها عموديا على القاعدتين ففي هذه الحالة يتساوى طول المحور وارتفاع الاسطوانة . وتكون مائلة اذا كان المحور مائلا بالنسبة لمستويي قاعدة الاسطوانة واذ ذاك يكون الارتفاع اقصر من المحور . وفيما يلي اهم صفات الاسطوانة القائمة : ـ

١ ـ سطح الاسطوانة القائمة (الدائرية) هو المحل الهندسي لجميع النقاط التي تبعد بعدا ثابتا عن مستقيم معلوم هو محور الاسطوانة والبعد الثابت هو نصف قطر الاسطوانة .

٢ ـ جميع المستقيمات الموازية للمستقيم المعلوم ، وتبعد عنه بعدا ثابتا هي عبارة عن رواسم اسطوانة قائمة ومحورها المستقيم المعلوم .

٣ ـ كافة المستقيمات المماسة لسطح اسطوانة دائرية قائمة تبعد بعدا ثابتا عن محور الاسطوانة يساوي نصف قطرها .

٤ ـ المسقط العمودي للمماسات المذكورة على مستوى القاعدة هو مستقيمات مماسة لمحيط تلك الدائرة (المسقط الافقي للاسطوانة)

٥ ـ المسقط العمودي لاي رأس على مستوى القاعدة والعمودي على محور الاسطوانة او اي مستو مواز له هو نقطة واقعة على محيط الدائرة (المسقط) •

المخروط :

يتولد السطح المخروطي من حركة مستقيم على منحن معلوم،واقع في مستو ، يمر بنقطة ثابتة ليست في مستوى المنحني ، ويسمى المستقيم المتحرك راسما والمنحني دليلا والنقطة الثابتة رأس المخروط • فاذا قطعت رواسم السطح المخروط بمستو فان هذا المستوى يحدد قاعدة السطح المخروطي والجسم المتكون من هذه القاعدة والرواسم المارة بالرأس يسمى المخروط ، واذا كانت القاعدة دائرة سمي المخروط دائريا •ويسمى المستقيم الواصل بين رأس المخروط ومركز قاعدته المحور ، اما المستقيم العمودي على القاعدة والنازل من رأس المخروط فهو ارتفاع المخروط • ويدعى المخروط قائما اذا كان المحور عموديا على القاعدة والا كان المخروط مائلا بخلاف ذلك ، ومن اهم خواص المخروط ما يلي : ـ

١ ـ تصنع الرواسم نفس الزوايا مع المحور ، وتكون كلها متساوية في الطول •

٢ ـ تصنع الرواسم نفس الزوايا مع مستوى القاعدة ، ونصف زاوية الرأس تكمل هذه الزاوية •

٣ ـ تلتقي جميع المستويات المماسة لسطح المخروط برأسه ، ويحوى كل منها راسما واحدا •

٤ ـ جميع المستويات المماسة لسطح المخروط تصنع نفس الزاوية مع مستوى القاعدة وهذه الزاوية تتمم نصف زاوية رأس المخروط •

الكرة :

هى المحل الهندسي لنقطة متحركة في الفراغ ، بحيث يكون مدها عن نقطة اخرى ثابتة ثابتا لا يتغير ، وتدعى النقطة الثابتة مركز الكرة والبعد الثابت هو نصف قطر الكرة • او هي السطح المتكون من دوران

دائرة حول قطرها . فلمعرفة اية كرة او اسقاطها يجب ان نعلم مركزها ونصف قطرها . وكل مستو يمر بمركز الكرة يقطع سطحها في دائرة قطرها يساوي قطر الكرة وتدعى هذه الدائرة بالدائرة العظمى ، وكل دائرة تنتج من قطع الكرة بمستو لا يمر بمركزها تدعى دائرة صغرى .

ويسمى المستوى الذي يمس سطح الكرة في نقطة واحدة فقط بالمستوى المماس ، ويكون بعده عن مركز الكرة مساويا لنصف قطر الكرة .

المخروط المغلف للكرة :

إذا اخذنا نقطة خارج الكرة ورسمنا منها عدة مستقيمات مماسة لسطح الكرة كانت اطوالها جميعا متساوية ، وتكون عبارة عن رواسم مخروط يمس الكرة في دائرة تدعى دائرة التماس ويسمى المخروط حينذاك مخروط التماس ، او المخروط المغلف للكرة ، ومحور هذا المخروط يمر بمركز الكرة .

تمثيل الاسطوانة :

تكون الاسطوانة معلومة اذا علم منها اتجاه الراسم ومنحنى الدليل، ولتمثيلها يكفي رسم مسقطين منها ويكون الثالث للتحقيق اي بعبارة اخرى رسم مسقطين لدليلها واخذ رواسمها . ويهمنا من الاسطوانة النوع الدائري وهو المألوف في معظم الاحيان ، ويقسم النوع الدائري الى قسمين : اولهما النوع الدائري القائم ، والثاني الدائري المائل ، ويتحدد الوضع الاول بتحديد مستوى قاعدتها او وضع محورها وحجمها يتحدد بمعرفة قطرها وارتفاعها او طول محورها . واما النوع الثاني فيجب معرفة نصف قطر الاسطوانة ومحورها وميله عن مستويات الاسقاط . وفي جميع اوضاع الاسطوانة (بالنسبة لوضع محورها)تكون المسافة بين الراسمين المتطرفين المحددين لاي مسقط من مساقط الاسطوانة مساويا لقطر الاسطوانة .

اوضاع الاسطوانة :

تنحصر اوضاع الاسطوانة بصورة عامة وبالنسبة لمحورها في الوضعيات التالية : ــ

١ ــ محور الاسطوانة في وضع عام اي يميل عن كل من مستويات الاسقاط الرئيسة بزاوية معلومة .

٢ ــ محور الاسطوانة عمودي على احد مستويات الاسقاط الرئيسة .

٣ ــ محور الاسطوانة يوازي احد مستويات الاسقاط الرئيسة .

ففي الوضعية الاولى نستعين بمستويات مساعدة وذلك بعد رسم مساقط المحور . ثم اظهار الاسطوانة على مستو مساعد عمود على احد المستويات الرئيسية .

اما في الحالة الثانية حيث يكون المحور عموديا على احد المستويات الرئيسية ، كما في الشكل (٤٩) تظهر المساقط الرئيسية لاسطوانة ذات محو شاقولي ، وقاعدتها افقية . واية نقطة تقع على سطح الاسطوانة يجب ان يقع مسقطها الافقي على المسقط الافقي للاسطوانة (اي الدائرة التي قطرها يساوي قطر الاسطوانة) . واذا كان محور الاسطوانة موازيا لخط الارض أي عموديا على المستوى الجانبي للاسقاط فيكون المسقط الجانبي للاسطوانة دائرة قطرها يساوي قطر الاسطوانة امـا مسقطاها الآخران فهما عبارة عن مستطيلين طول كل منهما هو ارتفاع الاسطوانة وعرضه يساوي قطر الاسطوانة . واية نقطة تقع على سطح الاسطوانة يجب ان ينطبق مسقطها الجانبي على الدائرة التي تمثل المسقط الجانبي للاسطوانة .

اما اذا كان محور الاسطوانة موازيا لاحد مستويات الاسقاط الاصلية كما في الشكل(٥٠) فتكون المساقط الرئيسية للاسطوانة كما يلي : ــ

١ ــ مسقطها على المستوى الذي يوازيه محور الاسطوانة مستطيل طوله بقدر ارتفاع الاسطوانة وعرضه يمثل قطرها ويمثل ميل

مسقط مستقيم قاعدة الاسطوانة على خط الارض الزاوية التي يصنعها مستوى القاعدة مع المستوى الآخر .

٢ ـ اما مسقطاها الآخران فيظهر فيهما مسقطا القاعدتين وتظهر كل من القاعدتين قطعا ناقصا .

مثال : لتعيين نقطتي تقاطع مستقيم معلوم مع اسطوانة مائلة معلومة بمسقطيها .

نأخذ نقطة على المستقيم كيفما اتفق ونرسم منها مستقيما موازيا لمحور الاسطوانة ثم نعين المستوي المار من المستقيم الموازي المرسوم والمستقيم المعلوم . ان هذا المستوى يوازي المحور ويقطع الاسطوانة في راسمين . ان هذين الراسمين يتقاطعان مع المستقيم المعلوم في النقطتين المطلوبتين . ان المستقيم الواصل بين هاتين النقطتين يكون مخفيا في كل من المساقط الرئيسة فيظهر حينئذ منقطا .

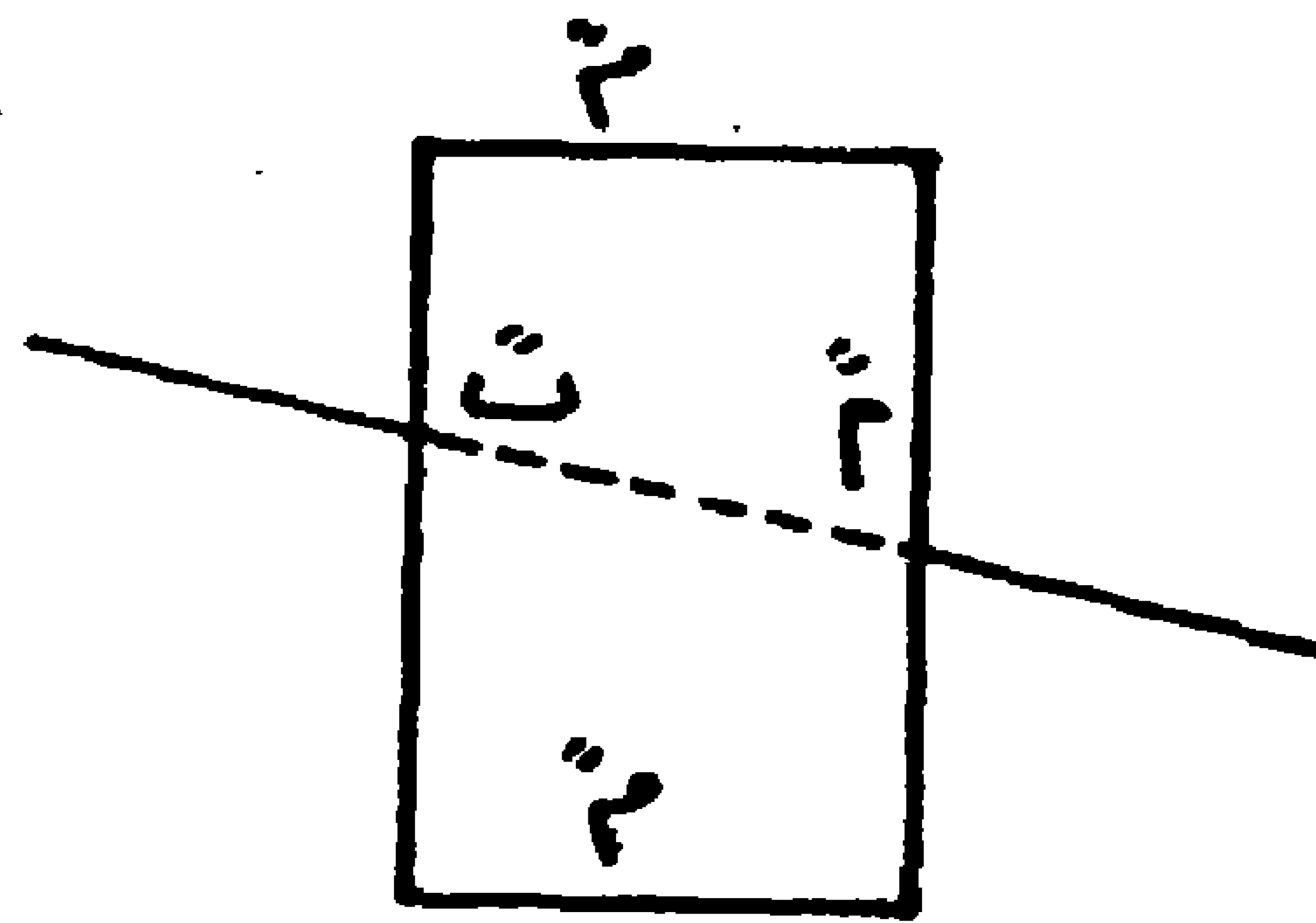
تمثيل المخروط القائم :

لتمثيل المخروط القائم يقتضي تعيين مسقطين لكل من دليله ورأسيه وبعد هذا يكون من السهل تمثيل اي راسم على سطح المخروط وذلك بتوصيل رأس المخروط بالنقطة التي يرتكز فيها هذا الراسم على الدليل.

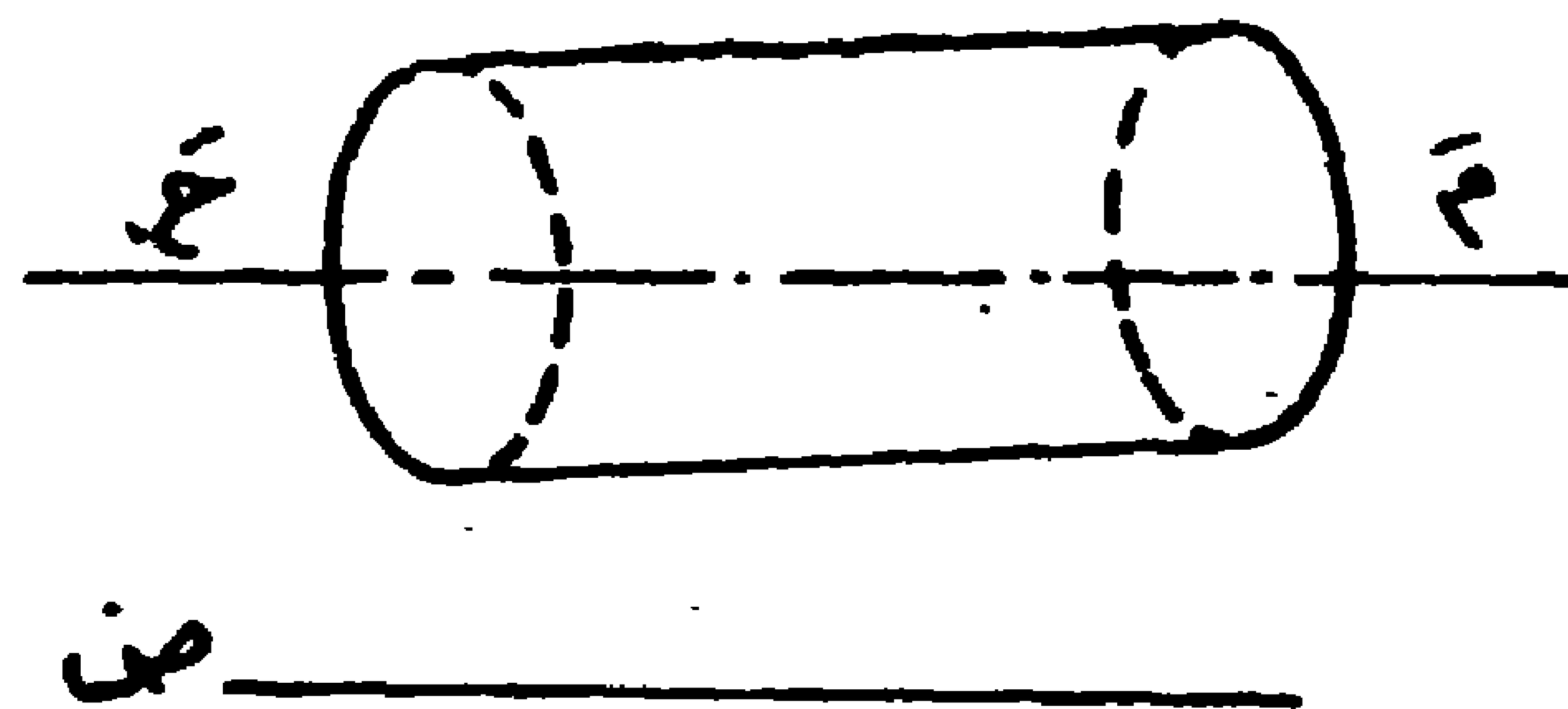
ففي الشكل (٥١) يلاحظ المسقط الوجهي والمسقط الافقي لمخروط دائري قائم وقاعدته تقع في مستو افقي ، ورأسه النقطة م. فاذا علم المسقط الافقي لنقطة على سطح المخروط وطلب تعيين مسقطها الوجهي فيكون ذلك باتباع احدى الطريقتين التاليتين : اولاهما هي ان

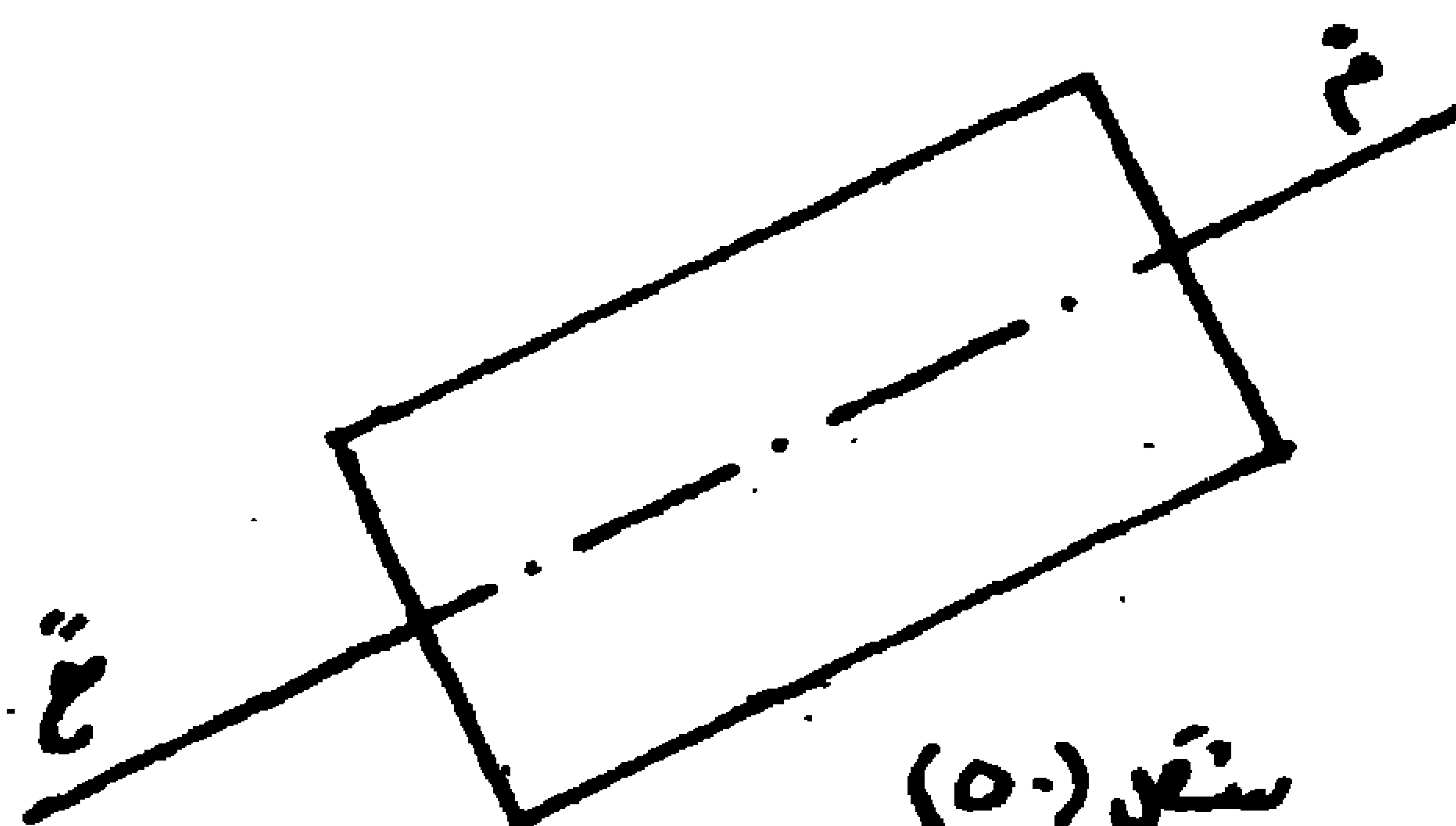
نصل الراسم ر س فيكون المسقط الافقي له . وحتى نكون المسقط الوجهي لهذا الراسم حيث يقع المسقط الوجهي لنقطة ا عليه ، ننزل شعاعا من نقطة ا بحيث يتعامد مع خط الارض. ان المسقط الوجهي المطلوب سيقع على هذا الشعاع . وكذلك نعين المسقط الوجهي لنقطة س ونصل ر س حيث يقطع الشعاع الاول المرسوم من نقطة ن فيكون





شكل (٤٩) اسطوانه دائريه
قائمة





شكل (٥٠)
أسطوانه دائريه محورها
مستقيم وجهي

مسقط (ن) الوجهي المطلوب • والطريقة الثانية هي ان نمر مستويا افقيا بالنقطة ن فيقطع المخروط في دائرة وتسقط دائرة على المستوى الافقي للاسقاط اي على المسقط الافقي للمخروط ، ويكون المسقط الافقي لنقطة ن على محيطها •

ونلاحظ ان للنقطة ن وضعين احداهما يمثل وضع النقطة في القسم الامامي المنظور من المخروط والاخرى في الوجه الخلفي للمخروط • اي ان هذين الوضعين يقعان في مستو جانبي • ونلاحظ ان المسقط الوجهي للنقطتين هو واحد ولكن المسقط الافقي هو الذي يقرر فيما اذا كانت النقطة في احدى الوضعيتين اما في النصف الامامي ام في النصف الخلفي لسطح المخروط •

ملاحظة هامة :

قد لا يكون المستقيم والمخروط متقاطعين ونعلم ذلك فيما اذا كان الاثر الافقي للمستوى المار بالمستقيم ورأس المخروط غير قاطع للمسقط الافقي للمخروط ، أي لا يقطع الدائرة التي مركزها م ، وقد يمس الاثر هذه الدائرة في نقطة واحدة فقط فيكون المستقيم مماسا للمخروط • وقد يكون المستقيم قاطعا للمخروط بنقطتين •

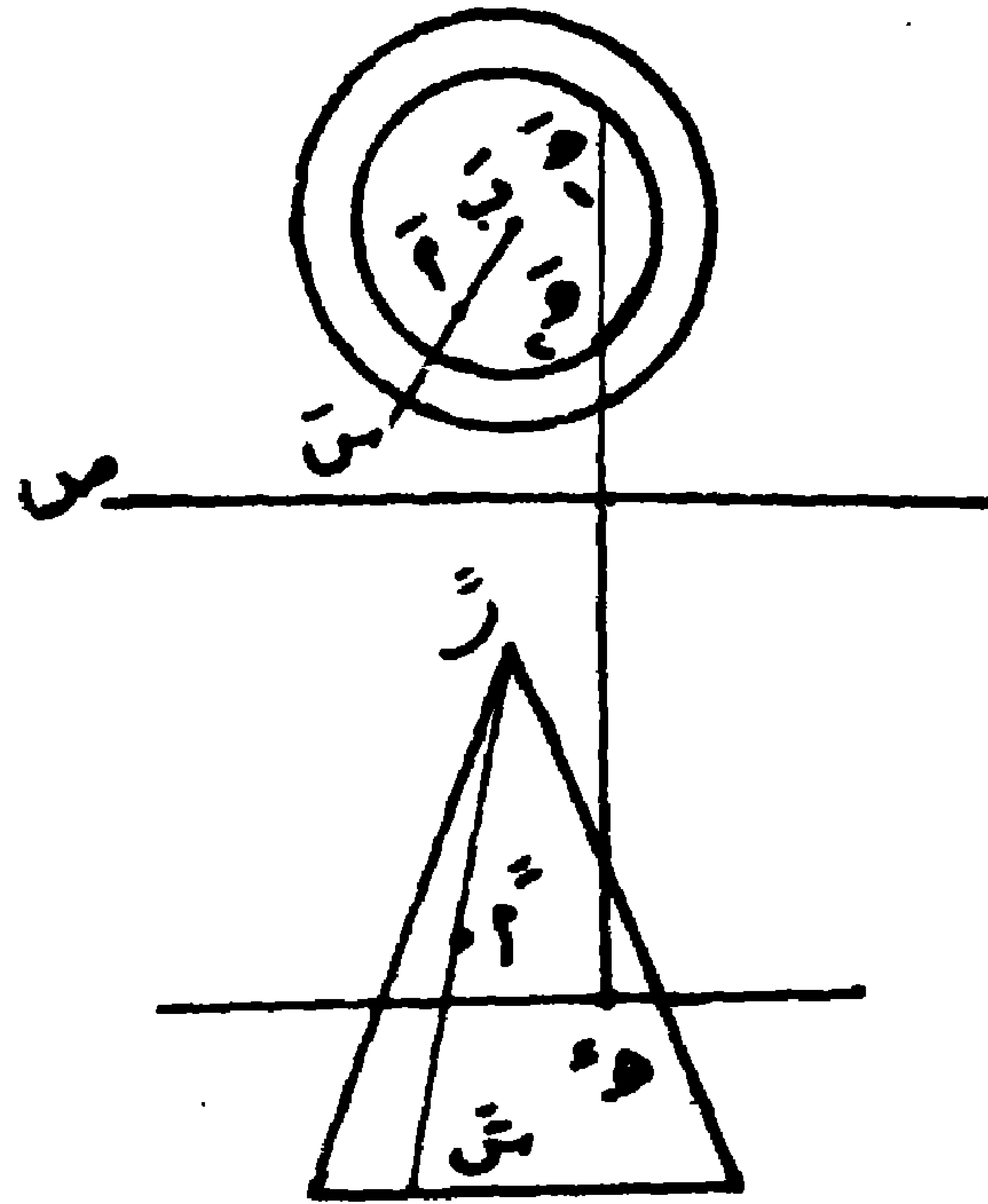
قطاعات المخروط الدائري القائم

اذا قطع مستو مخروطا دائريا قائما لاختلف شكل القطاع باختلاف وضع المستوي القاطع بالنسبة لمحور المخروط وبالنسبة للقاعدة ، واهم اوضاع التقاطع هي : —

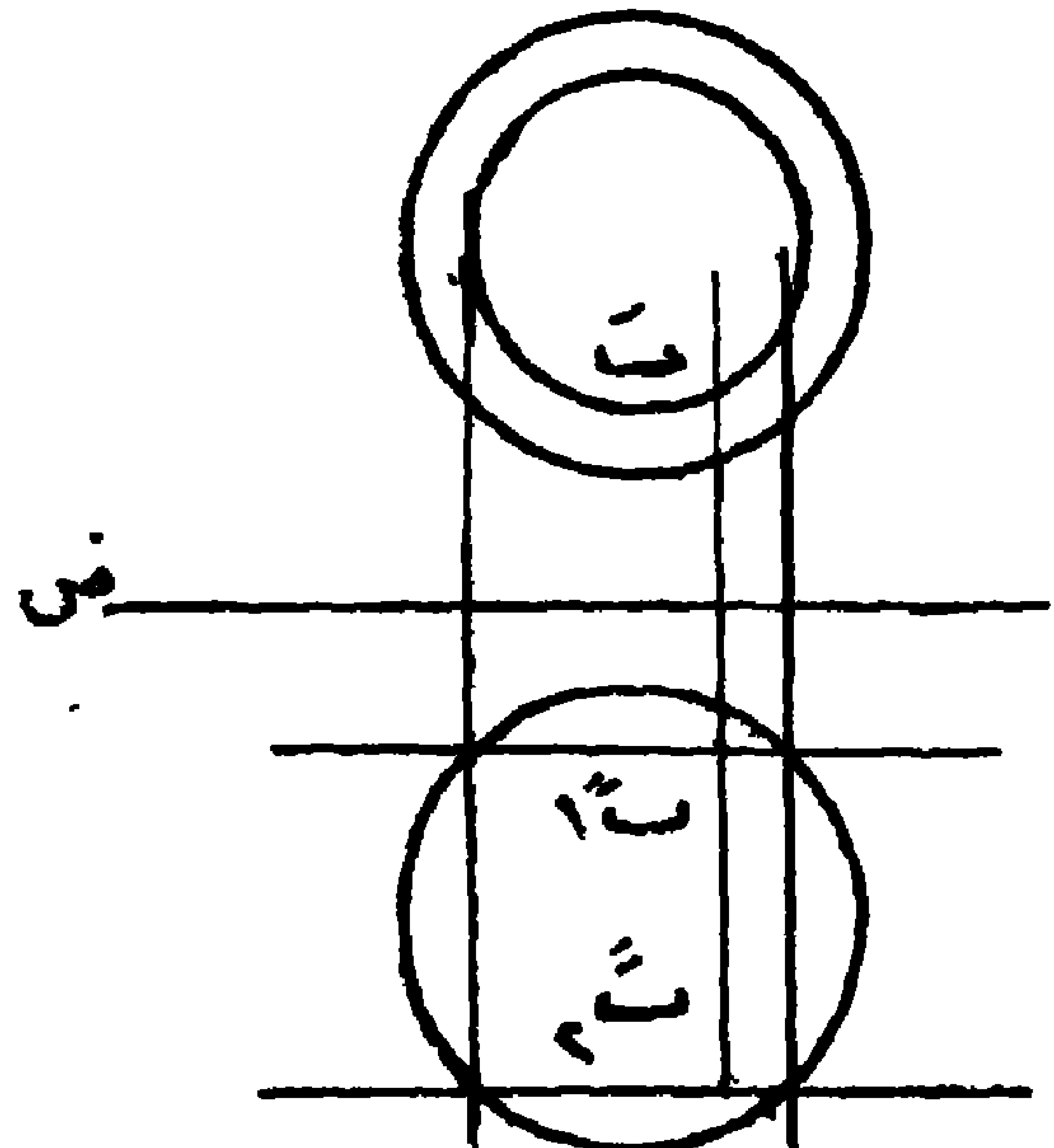
اولا — المستوى القاطع عمود على المحور أي يوازي القاعدة، فينتج من هذا القطع دائرة •

ثانيا — اذا كانت الزاوية بين المحور والمستوى القاطع اكبر من نصف قاعدة الرأس فيكون القطاع حينذاك قطعا ناقصا (على ألا يقطع المستوى قاعدة المخروط) •

ثالثا — اذا كانت الزاوية التي يصنعها المحور مع المستوى القاطع



شكل (٥١) نقطة على سطح
مخروط دائري قائم



شكل (٥٢) نقطة على سطح
كرة

مساويا لنصف قاعدة الرأس فيكون القطاع قطعا مكافئـــا وهو من الاشكال الرياضية الهامة •

رابعا ــ اما اذا كانت الزاوية اصغر من نصف زاوية الرأس فينتج قطع زائد •

خامسا ــ اذا كان المستوى القاطع مارا من رأس المخروط اي قاطعا سطح المخروط في راسمين فيكون شكل القطاع مثلثا متساوي الساقين•

واهم انـــواع القطاعات هـــي القطع الزائد والمكافيء والناقص وتسمى بصورة خاصـــة القطاعات المخروطيـــه (Conic Sections) ولها خواص وطرق هندسـية ورياضية لرسمها وتطبيقاتها المختلفة في معظم الفروع الهندســية وفي علم الفيزياء كما في موضوع العدســـات وبؤرتها وفي موضوع الصوت وغيره •

تمثيل الكرة والنقاط الواقعة على سطحها :

ان مساقط الكرة الثلاثة هي عبارة عن دوائر متساوية ، وقطرها يساوي القطر الحقيقي للكرة ، أي ان هذه المساقط هي الدوائر العظمى الواقعة على سطح الكرة وقد اسقطت بالاتجاهات الرئيسة للاسقاط • واهم ما يجب معرفته في تمثيل الكرة هو موقع مركزها ثم طول قطرها ، لذلك يمثل احيانا مع محيط الدائرة مسقط احد اقطارها •

مثــال :

المعلوم كرة بمسقطيها الافقي والوجهي والمسقط الافقي لنقطــة واقعة على سطحها • والمطلوب تعيين مسقطها الوجهي •

ففي الشكل (٥٢) المعلوم هو المسقط الافقي لنقطــة ب ومسقطا الكرة التي مركزها (م) وللحصول على مسقطها الوجهي يمرر بالمنطقة مستويا وجهيا او افقيا يقطع الكرة (ويجوز ان يمرر بها مستو جانبي ولكننا في هذه الحالة لا نريد اطالة المسألة لانه يجب حينــذاك تعيــين المسقط الجانبي ايضا للكرة حيث بواسطته تسهل عملية وجود المسقط الآخر للنقطة او مسقطها) ولنمرر بالنقطة ب في هذا المثال بالذات مستويا

افقيا يقطع سطح الكرة في (دائرة صغرى) • ان المسقط الافقي لهذه الدائرة هو دائرة مركزها م ونصف قطرها المسافة بين م ، ب في المسقط الافقي اما المسقط الوجهي لهذه الدائرة فهو مستقيم يوازي خط الارض ويظهر كأنه وتر في دائرة • ان هــذا المســقط هو ايضا الاثر الوجهي للمستوى القاطع المار بالنقطة ب ، لذلك سيقع عليـه المسقط الوجهي لنقطة ب ويكون هو المسقط المطلوب • ولا ننسى ان للمسألة حلا آخر وهو ان تقع النقطة في القسم السفلي من سطح الكرة •

مثـال :

المعلوم قطر كرة أ ب بمسقطيه والمطلوب تمثيل الكرة •

لنفرض ان قطر الكرة مستقيم في وضـع عام • فيجب قبـل كل شيء ان نعين الطول الحقيقي للقطر أ ب باحدى الطريقتين : إما بطريقة الدوران او بطريقة المستوى القاطع او المساعد • ثم ننصف هذا الطول الحقيقي للقطر ليتمثل بعـد نصف القطر الحقيقي • ومـن منتصفات المسقطين للمستقيم المعلوم نرسم دائرتين بنصف قطر الكرة الذي اصبح معلوما ، وتمثل هاتان الدائرتان مسقطي الكرة ، وهو المطلوب •

مثـال :

المعلوم كرة بمسقطيها والمطلوب تمثيل القطاع الناتج من قطع الكرة بمستو شاقولي لا يمر بمركزها •

ان المسقط الافقي للقطاع هو دائرةفعلا سينطبق علىالاثر الافقي للمستوى الشاقولي القاطع وسيظهر كأنه وتر للدائرة فـي المسـقط الافقي ويميل عن خط الارض بنفس الزاوية التي يصنعهـــا المستوى الوجهي • ان منتصف هذا الوتر يمثل المسقط الافقي للمحور الكبـير للقطع الناقص الذي هو المسقط الوجهي لدائرة (للقطاع) ومن نقطتي تقاطع الوتر المذكور مع محيط الدائرة نرسم مستقيمي تناظر للحصول على طول المحور الصغير للقطع الناقص •والمسافة بين النقطتينالمذكورتين

تمثل او تساوي طول المحور الكبير للقطع الناقص . ان المستوى القاطع يقطع الدائرة الوجهية العظمى وخط تقاطعهما مستقيم شاقولي مسقطه الافقي هو نقطة تقاطع الاثر الوجهي للمستوى مع قطر الكرة الذي يوازي خط الارض ، ومسقطه الوجهي يحدد نقطتي التماس بين القطع الناقص والدائرة في المسقط الوجهي للكرة .

تمارين على القسم الثاني من الاجسام الهندسية

١ ــ المطلوب تمثيل اسطوانة دائرة قائمة ارتفاعها ٨ سم وقطر قاعدتها ٥ سم ومحورها افقي ويبعد عن المستوى الافقي للاسقاط ٤ سم ويصنع مع المستوى الوجهي ٣٠ درجة •

٢ ــ اسطوانة قائمة ارتفاعها ٧ سم وقطرها يساوي ٤ سم ومحورهـــا عمود على المستوى الوجهي ويبعد ٥ سم عن المستوى الوجهي ، ٤ سم عن المستوى الافقي • قطعت هذه الاسطوانة بمستو شاقولي يكون ٦٠ درجة مع المستوى الجانبي • المطلوب تمثيل قطـــاع الاسطوانة وشكلها الحقيقي •

٣ ــ المطلوب تمثيل الاسطوانة قائمة علم قطرها بمسقطين رئيسين واحد رواسمها الواقع في المستوى الوجهي والذي يصنع ٣٠ درجة مــع المستوى الجانبي •

٤ ــ المطلوب تمثيل الاسطوانة القائمة التي يمر محورها مــن نقطـة الاصل ويشكل نفس الزاوية مع مستويات الاسقاط الرئيسية اذا علمت ارتفاعها يساوي ٥سم وقطر قاعدتها يساوي ٣سم •

٥ ــ المطلوب تعيين نقطتي تقاطع مستقيم معلوم مع اسطوانة قائمة اذا كان محورها شاقوليا والمستقيم في وضع عــام •

٦ ــ المعلوم اسطوانة قائمة محورها مستقيم وجهي • والمطلوب تمثيل المستويين المماسين لها والعموديين على المستوى الجانبي •

٧ ــ المطلوب تعيين خط تقاطع اسطوانتين محور احداهما وجهي ومحور الاخرى افقي •

٨ ــ المطلوب تمثيل المخروط الدائري القائم الذي طول قطر قاعدتـه ٣ سم ومحوره مستقيم وجهي ويبعد عنه ٤ سم ، ويميل على الافق ٦٠ درجة ، ورأس المخروط واقع في المستوى الافقي للاسقاط •

٩ ــ المطلوب تمثيل مخروط دائري قائم يمس المستوى الوجهي بأحد رواســـمه •

١٠ ــ المطلوب تمثيل مخروط قائم محوره مستقيم جانبي ويصنع ٣٠ درجة مع المستوى الافقي ، اذا علمت زاوية رأسه ، وعلمت ان الرأس يقع في المستوى الوجهي ويبعد ١سم عن المستوى الافقي.

١١ ــ المعلوم مخروط قائم ، قاعدتـه عمودية على المستوى الوجهي وتصنع ١٥ درجـة مع المستوى الأفقي ومسـتقيم في وضع عام مسقطيه . والمطلوب وجود نقطتي تقاطع المستقيم والمخروط المعلومين .

١٢ ــ المعلوم مخروط دائري قائم ، محوره مستقيم وجهي ، بحيث يصنع ٣ درجة مع الافق . والمطلوب تعيين مساقطه الرئيسة .

١٣ ــ المطلوب تمثيل كرة تمر بثلاث نقاط واقعة في المستوى الوجهي .

١٤ ــ المطلوب تمثيل كرة تمر بثلاث نقاط في الفراغ،ومركز الكرة واقع في المستوى الافقي .

١٥ ــ المطلوب تمثيل كرة نصف قطرها يساوي ٣ سم ومركزها نقطـة م (٤ ، ٣ ، ٧) ، عين نقطة على سطحها تبعد ٩ سم عن المستوى الجانبي و ٤سم عن المستوى الوجهي .

١٦ ــ المطلوب تمثيل كرة مركزها معلوم وتمس مستويا شاقوليا يصنع ٣ درجة مع المستوى الوجهي .

١٧ ــ المعلوم كرة بمسقطيها الوجهي والجانبي ومستو بأثريه الافقي والوجهي . هل يتقاطع المستوي والكرة ؟

١٨ ــ كرة قطرها يساوي ٥سم ومركزها م (٦ ، ٤ ، ٣) قطعت بمستو مواز لخط الاض يصنع ٣٠ درجة مـع الافق ، وكان بعـد المستوي عن المركز ١ سم اولا ثم ٢سم ثانيا . والمطلوب تعيـين مساقط الدائرة المتولدة في المستوى القاطع في كل من الحالتين .

١٩ ــ المعلوم كرة ومستقيم وجهي ، جد نقطتي تقاطعهما .

٢٠ ــ المعلوم نقطتان ومستقيم . جد نقطة على المستقيم المعلوم تكـون نسبة بعديها عن النقطتين المعلومتين = ١ : ٢ .

الفصل العاشر

افراد السطوح

افراد السطوح او استواؤها هو فتح هذه السطوح وجعلها تنطبق على مستوى الورقة • فرواسم الاسطوانة او مولداتها تكون متوازية عند افرادها بينما مولدات المخروط تكون ملتقية في نقطة • ولا تنسى ان السطوح المستوية والسطوح المنحنيــة البسيطة هي قابلة للافراد ، وبعض الاشكال او السطوح يمكن افرادها بصورة تقريبية بالاستعانة بالمثلثات المتجـاورة والمتصــلة والتي تمثل السطح • ويجب ان تكون الاوجه الداخلية للسطح او الشكل المراد افراده مقــابلة للخارج علــى مستوى الورقة ، والعكس بالعكس ، وذلك لان اكثر الصفائح المعدنية لاجزاء المكائن عند فتحها تظهر بعض الاوجه الداخلية في الداخل •

وبصورة عامة فان اقصر الرواسم يعتبر افضلها من حيث سهولة استعماله ليكون في الخارج ، لانه يحتاج للحيم اقل او ربط بالبراغي او غيرها من وسائل التثبيت • وفي بعض الاحيان تؤخذ بنظر الاعتبار نقــاط اخرى لاختيار مولد او راسم آخر غير الاقصر • فاذن لافراد السطح هي ان تثبت جزءا منه وتفرد جميع الاجزاء الاخرى لتصبــح في مستو واحد مع ذلك الوجه وتكون متصلة بها اتصالا متسلسلا حتى اذا دورناها وجعلناها باتجاه عكس الافراد الاول نحصل على السطح الاصلي للجسم ، ويجب ان تتذكر ان كل وجه او مستقيم من اوجــه الجسم بعد الافراد ، يبقى محافظا على شكله ومساحته الحقيقية وتكون مساحة السطح المفرد مساويا للمساحة السطحية •

وتكون الاجسام قابلة للافراد اذا كان باســتطاعتنا فتح جميع أجزاء او اوجه سطحها على مستوى واحد دون حدوث تشقق او تمدد او تقلص في اوجهها ، وتشمل كثيرات السطوح المستوية كالمنشـــور

والسطوح المنحنية البسيطة كالمخروط والسطوح المسطرة القابلة للافراد كالسطح الملتف .

والسطوح غير القابلة للافراد بصورة سهلة وصحيحة مائة بالمائة تشمل السطوح الدورانية وهي التي تتكون من دوران منحن معين حول محور وذلك كالكوة والحلقة وفيهما لا يمكن رسم مستقيم واحد على سطحها فيصعب افرادها الا ان بعض المحاولات والطرق التقريبية تستعمل في افرادها . ومن السطوح غير القابلة للافراد ايضا هي السطوح المسطرة المعوجة كالسطح الزائد الدوراني المتولد من حركة مستقيم حول محور ثابت حين يرتكز المستقيم المتحرك على دائرتين متوازيتين فيمس دائما دائرة توازي الدائرتين تدعى دائرة الحلق .

ولافراد السطوح فوائد عملية هامة يستفاد منه في اعمال الحدادة وصنع اجسام الصواريخ والمركبات الفضائية والطائرات والسيارات وفي صنع بعض النماذج للاجسام الموضوحة لبعض المشاريع العمرانية وقص الالواح وربطها في مختلف الصناعات . والطريقة العملية هي افراد السطح او الجسم بمقياس كامل او بمقياس مصغر على ورق الرسم او على السطح المستوى للالواح المعدنية مباشرة . واذا كان الجسم المطلوب صنعه مكررا ، فيجب ان تكون الافرادات على المستوى لتستهلك اقل مادة ممكنة من اللوح حتى يكون العمل اقتصاديا ، ويجب ان تظهر على السطح المفرد كافة الخطوط التي تثنى او تقص او تحفر او تقوس او غير هذا حتى يكون السطح النهائي الذي بعد ثني اوجهه نحصل على الجسم المطلوب ، وذلك بلحم الخطوط المتجمعة ، أو باستعمال براغ او غيرها من المثبتات او بترك زيادات في الاطراف المتجمعة او غيرها من الطرق .

يختلف افراد كل سطح بطريقة فتحه عن غيره ، وهنالك اربع مجموعات من الاجسام المختلفة في طرق الافراد : —

١ — افراد الاجسام ذات المستقيمات المتوازية وتستعمل في المنشور والاسطوانة وفي متوازي المستطيلات وغيرها أي كلما يكون فيها

مولدان متجاوران متوازيين ، وفي مستو واحد •
٢ ـ افراد الاجسام ذات المستقيمات المتلاقية وتستعمل في الهرم والمخروط •
٣ ـ الافرادات المثلثية وذلك بتقسيم السطح الى مجموعات مثلثية •
٤ ـ واخيرا افراد الاجسام بصورة تقريبية وذلك لان سطوحها المزدوجة الانحناء لا تسمح باتباع نوع من انواع الافراد الثلاثة المذكورة•

وسنأخذ بعض الامثلة على الافراد وخاصة للسطوح المألوفة الشكل •

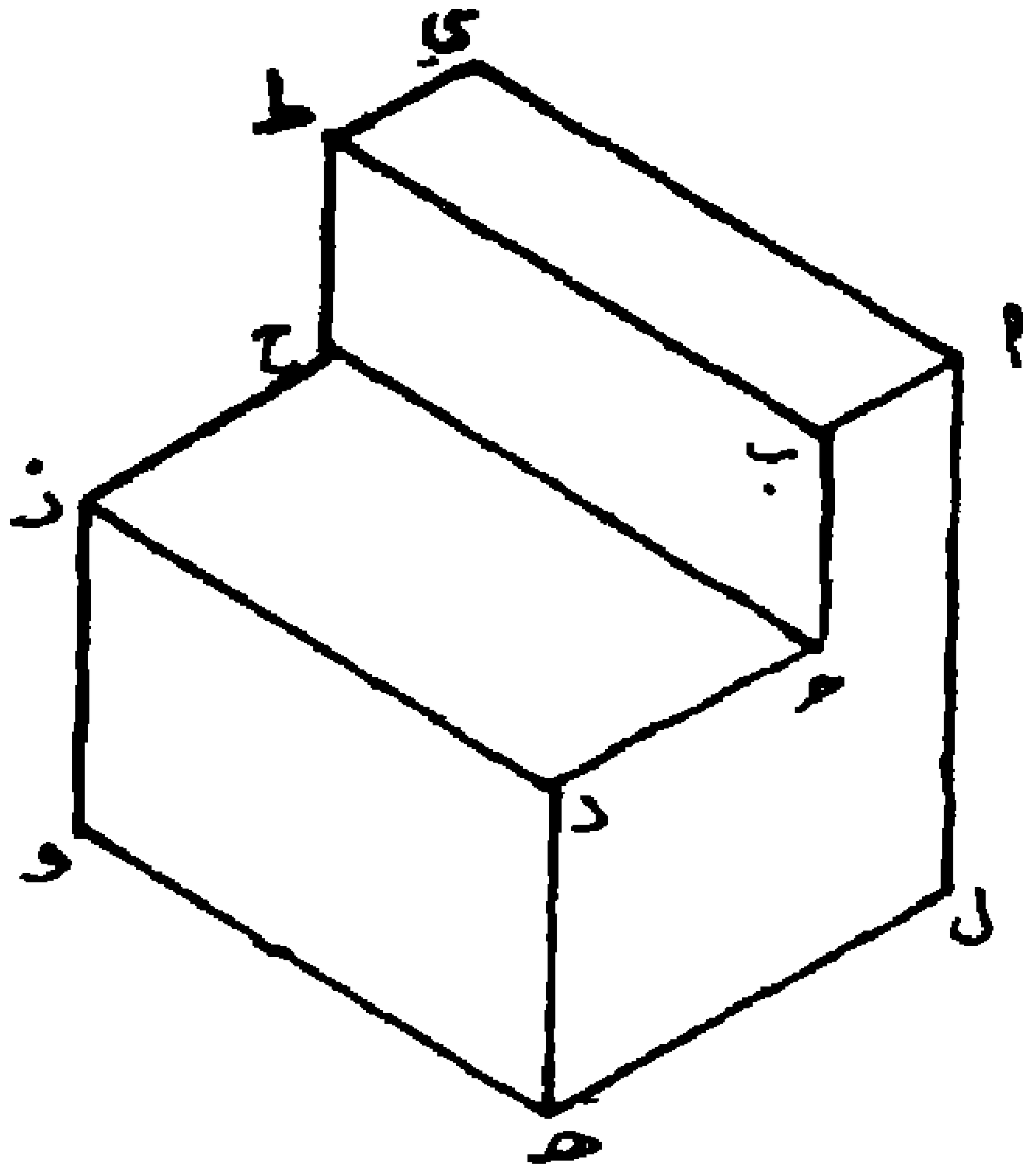
مثال :

المطلوب افراد الشكل المجسم ذي المستويات المتوازية المبين في الشكل (٥٣) • ففي هذا الشكل ينطبق المستوى الخلفي ي أ ل ك على مستوى الورقة ثم يفتح او يقص الشكل من المستقيمات (او المستقيم المنكسر) أ ب حـ د هـ ل فيطوي هذا المستوى على المستوى الاولي ل أ ك وعلى مستوى الورقة ثم يقص ب ط ي ويطوي المستوى أ ب ط ي على مستوى الورقة ثم يقص الشكل من المستقيمات ط ح ، ح ذ ، و هـ و ك فتفتح المستويات ي ط ح ز و ك ، ز و هـ د ، ز د حـ ح ، ح حـ ب ط على مستوى الورقة ايضا واخيرا يبقى مستو القاعدة حيث يطوى ويبقى متصلا بالمستوى الخلفي أ ي ل ك بالمستقيم ل ك • ان مساحة هذه الاوجه المفردة تساوي مساحة السطح المفرد أي المساحة السطحية للشكل المعلوم •

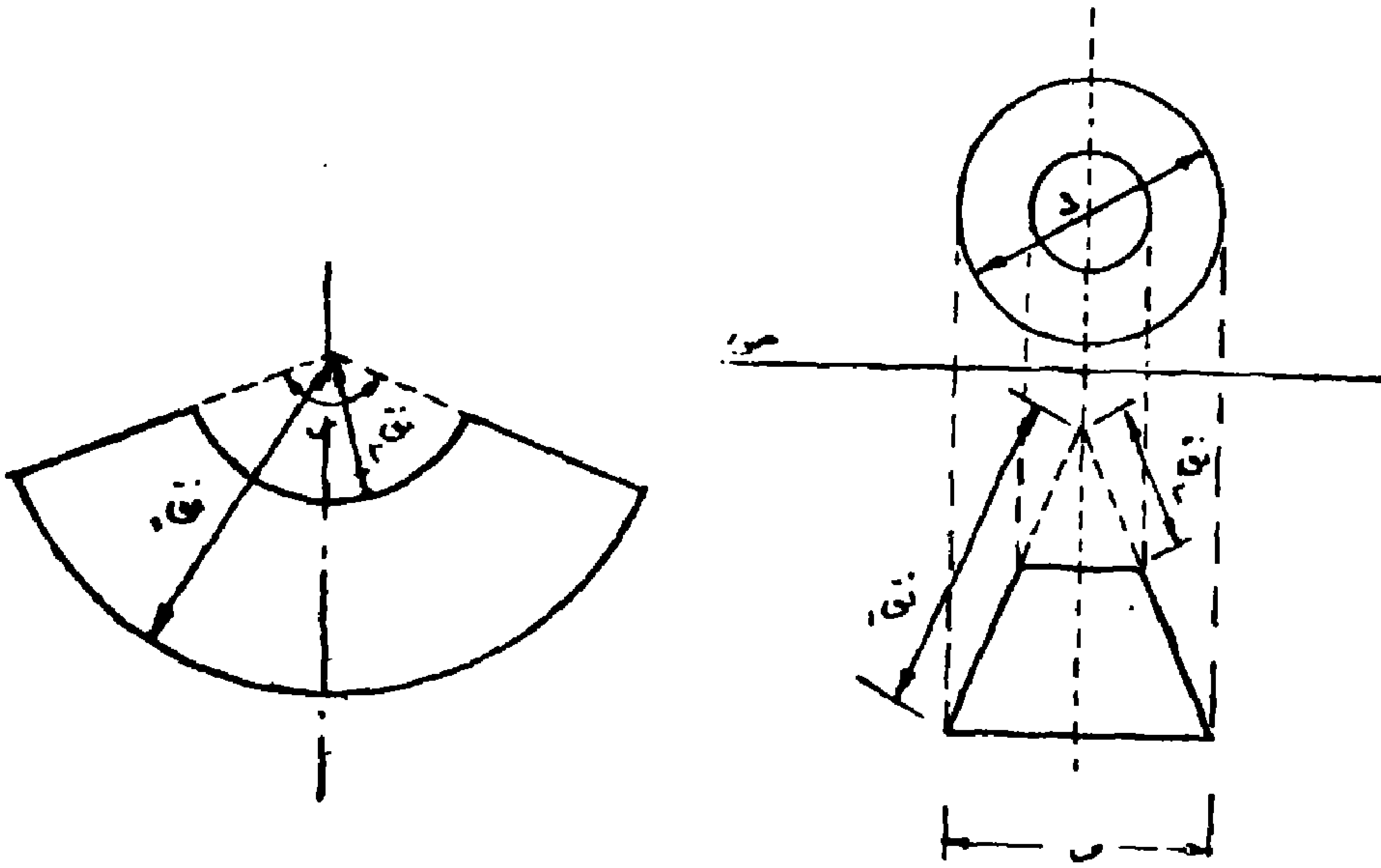
مثال :

المطلوب افراد المخروط الدائري القائم المعلوم بمسقطيه الوجهي والافقي :

ففي الشكل (٥٤) يظهر طول مولد المخروط الحقيقي في المسقط الوجهي ويرى المخروط ناقصا وارتفاع مولد القسم المقطوع مبينا في الرسم ايضا ويشاهد ان السطح الذي يمثل بسط المخروط هو قطاع



مشكل (٥٢) جسم كثير السطوح المستوية.



مشكل(٥٤) افراد مخروط دائري قائم قطع مستو افقي.

دائرة نصف قطرها يساوي مولد المخروط (ن ق١) وزاوية القطـــاع المركزية (ر) تتوقف على قطر قاعدة دائرة المخروط (د) ويمكن وجود (ر) من المعادلة التالية : ـ

$$ر = ٣٦٠ \text{ درجة} \times \frac{\text{نصف قطر قاعدة المخروط}}{\text{الطول الحقيقي للمولد}}$$

وطول القوس المقابل للزاوية المركزية ر يساوي د ط حيث ط هي النسبة الثابتة ، ط د هو محيط قاعدة المخروط •

وبنفس الطريقة يلاحظ افراد المخروط الناقص الذي قطع بمستو افقي أي بعد اظهار المساقط الرئيسية ووجود الطول الحقيقي للمولـد للجزء المقطوع والذي سيكون نصف قطر القطاع الصغير والمرسوم من نفس المركز السابق • اما الزاوية المركزية ر فيلاحظ انها هي نفسها في حالة المخروط الكامل او الناقص •

واذا اريد اضافة القاعدة بالنسبة للمخروط الكامل او القاعدتين بالنسبة للمخروط الناقص فيكون ذلك من السهل ، باعتبـــار ان افراد القاعدتين هو دائرتان •

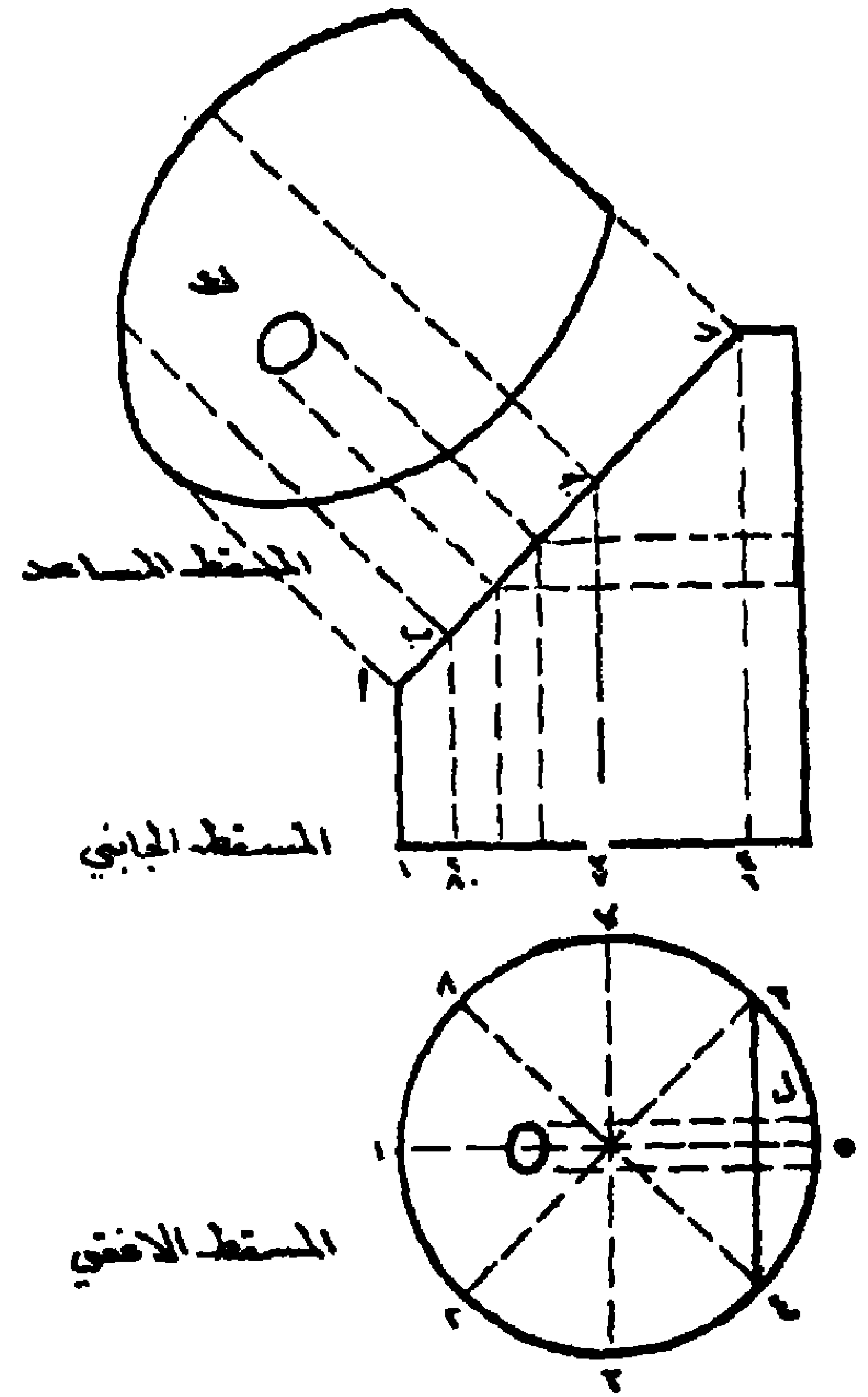
ولوجود مساحة القطـــاع الذي زاويته المركزية ر نصف قطره يساوي طول المولد (الراسم الحقيقي) •

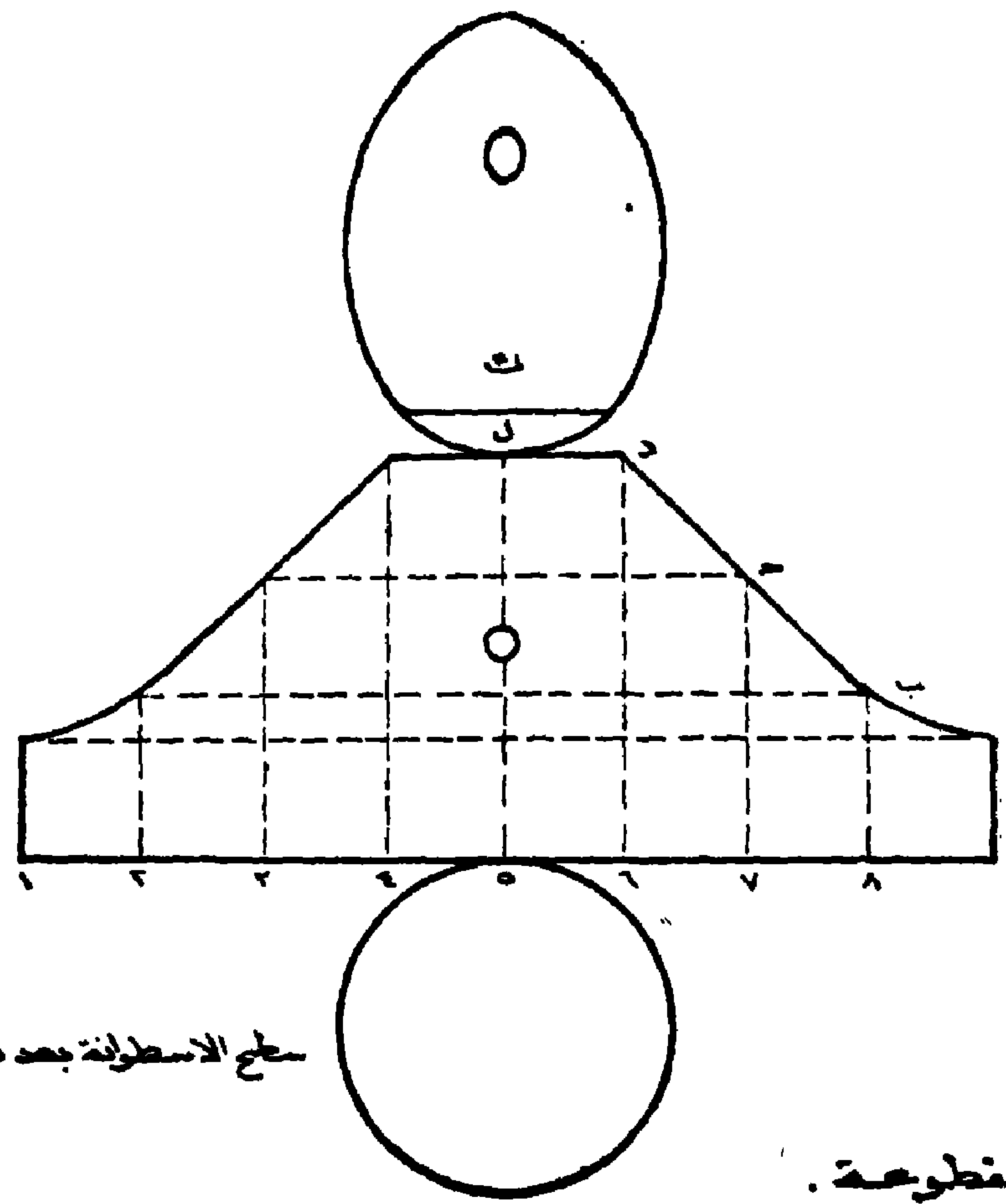
$$\text{مساحة القطاع} = \frac{ط\ ر}{٣٦٠} \times \text{مربع طول المولد}$$

مثـال :

المطلوب افراد الاسطوانة الدائرية المقطوعة بمســتو عمودي على المستوي الجانبي •

ففي الشكل (٥٥) يرسم مسقطان اصليان وفي هـــذه الحالـة المسقط الجانبي والمســقط الافقي ، ثم يرسم المسقط المساعد لوجود الشكل الحقيقي للقطاع ، ثم تفتح الاسطوانة ، وفي هذه الحالة فتحتمن اقصر راسم وهو المه في الجهة اليسرى من المسقط الجانبي • وبعـد





شكل (٥٥) افراد اسطوانة مقطوعة.

ذلك يضاف القطاع والقاعدة السفلى الى السطح المفرد الذي يمثل السطح الجانبي للاسطوانة •

فالشكل (٥٥) يمثل اسطوانة مفتوحة ، وقد قطعت بمستو عمودي على المستوى الجانبي ويصنع ٤٥ درجة مع المستوى الوجهي وقد اخترق الاسطوانة ثقب دائري قطره ١سم اتجاه عمودي على المستوى الوجهي •

مثال :

المطلوب افراد سطح هرم ثماني منتظم • قطع بمستويين متوازيين وعموديين على المستوى الوجهي بحيث يصنعان ٤٥ درجة مع الافق • واحدهما يقطع القاعدة •

ففي الشكل (٥٦ أ) تظهر مساقط الهرم الرئيسة والشكل الحقيقي للمستويات المائلة وفي الشكل (٥٧ ب) يظهر افراد السطح على مستوى الورقة حيث يظهر هذا الشكل المتناظر بالنسبة الى محور واحد او مستقيم تناظر يقسم السطح الى قسمين متساويين •

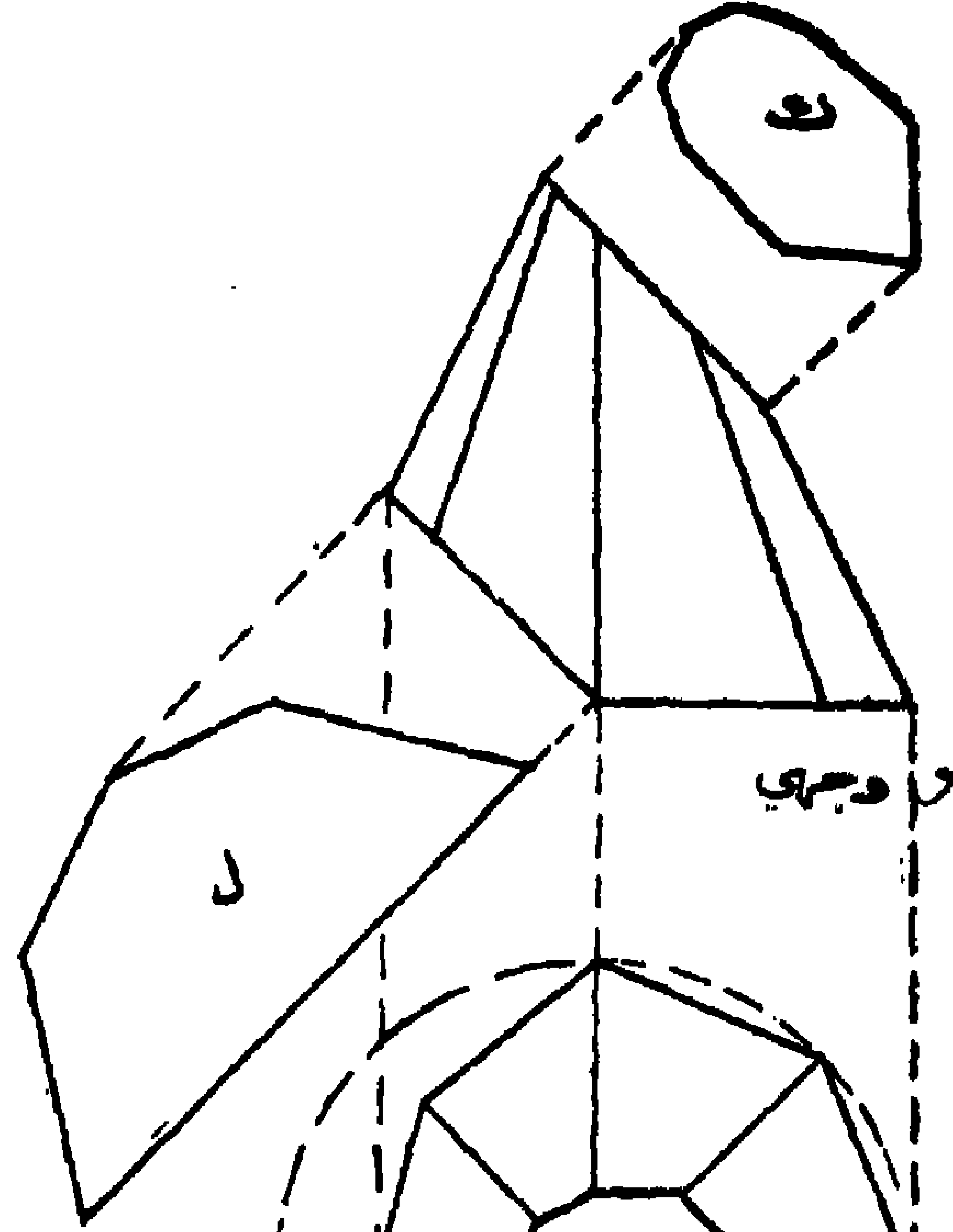
مثال :

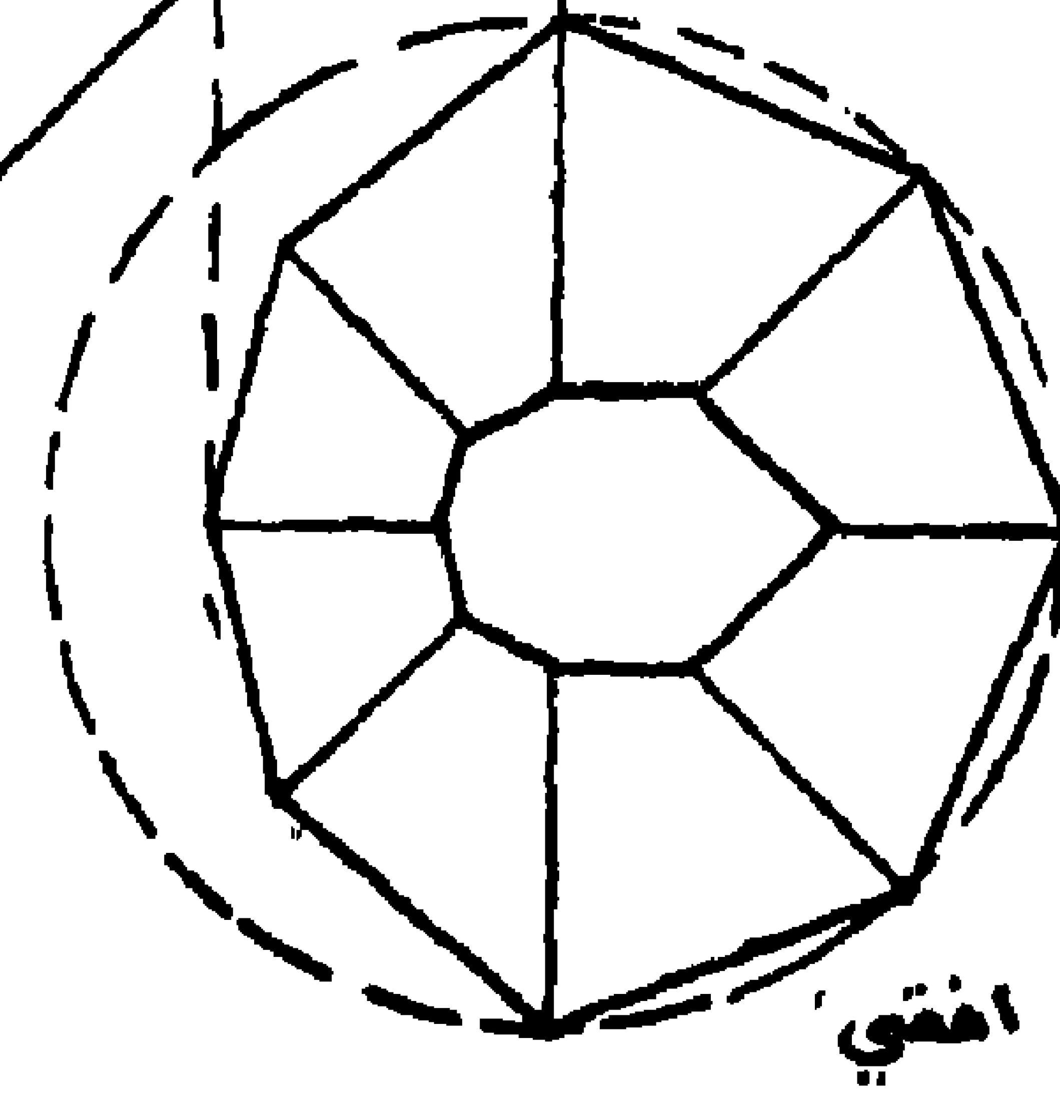
المطلوب افراد سطح مخروط دائري قائم قطع بمستو شاقولي لا يمر برأس المخروط •

ففي الشكل (٥٧) تظهر المساقط الرئيسية الثلاثة للمخروط المقطوع ، ويظهر القطاع الذي هو في هذه الحالة قطع زائد حيث يظهر هذا القطاع بشكله الحقيقي في احد المساقط الثلاثة ، وفي افراد سطح هذا المخروط وضع سطح القطاع مع سطح قاعدة المخروط •

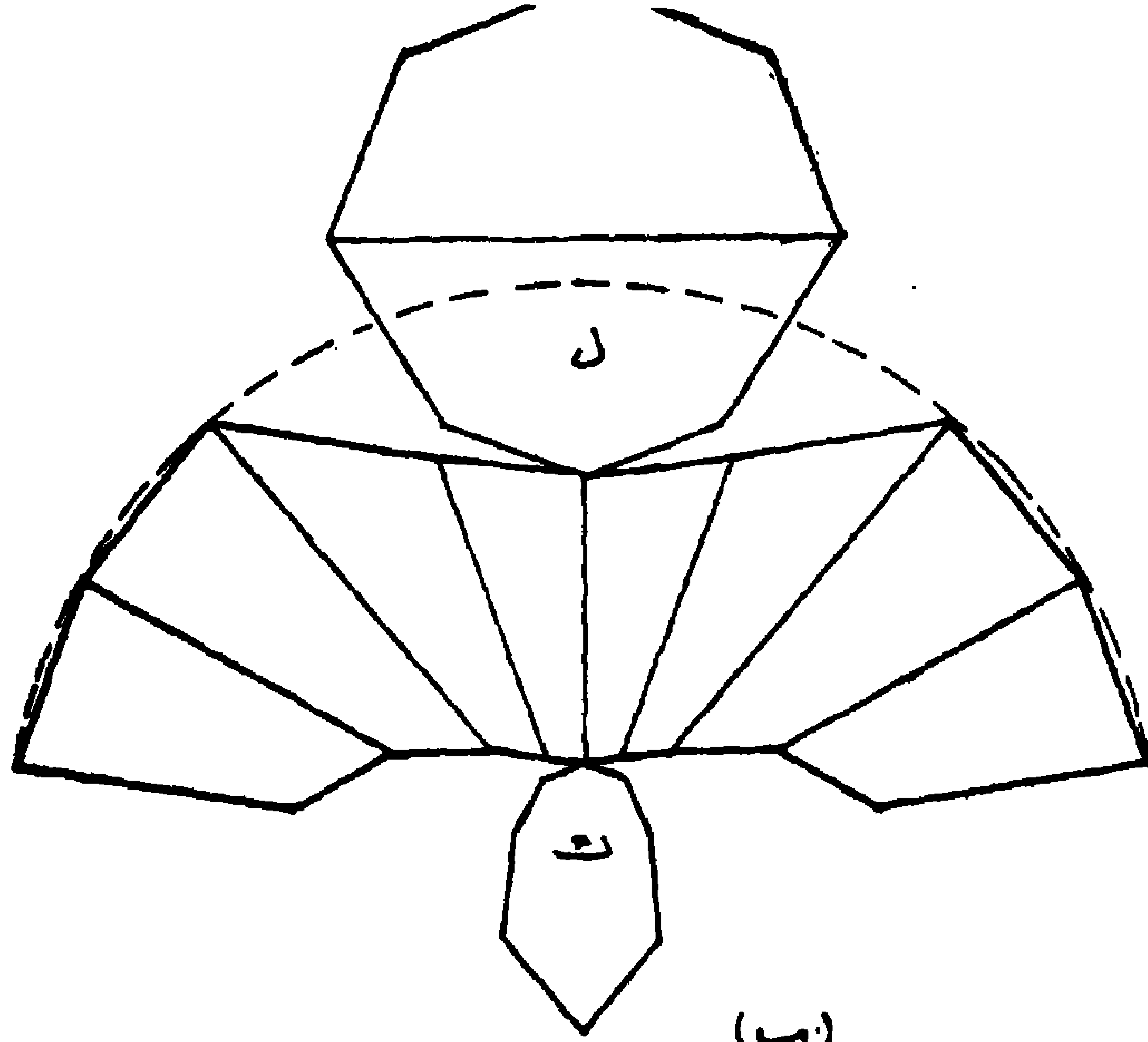
مسألة :

المعلوم كرة بمسقطيها الوجهي والافقي ، المطلوب فتح سطحها على مستوى الورقة •





(أ)



(ب)

شكل (٥٦) أ . هرم ثماني منتظم مقطوع بمستويين متوازيين
ب . افراد سطح الهرم المقطوع .

الحـل :

سنقسم الكرة الى قسمين متساويين ، وسنأخذ النصف الاعلى منها ونحاول فتحه ، والنصف الثاني سيكون منطبقا على الاول لان سطح الكرة يتناظر بالنسبة الى أي مستو قاطع للكرة ويمر بمركزها • تعتبر الكرة من السطوح التي يصعب افرادها ، لذا سنتبع الخطوات التاليـة لحل المسألة حلا تقريبيا : —

١ — تقسم السطح العلوي من الكرة الى عدد من المناطق الكروية ولتكن في هذه الحالة ثلاثا •

٢ — نعتبر كل منطقة من المناطق الثلاث سطحا مخروطيا قائما •

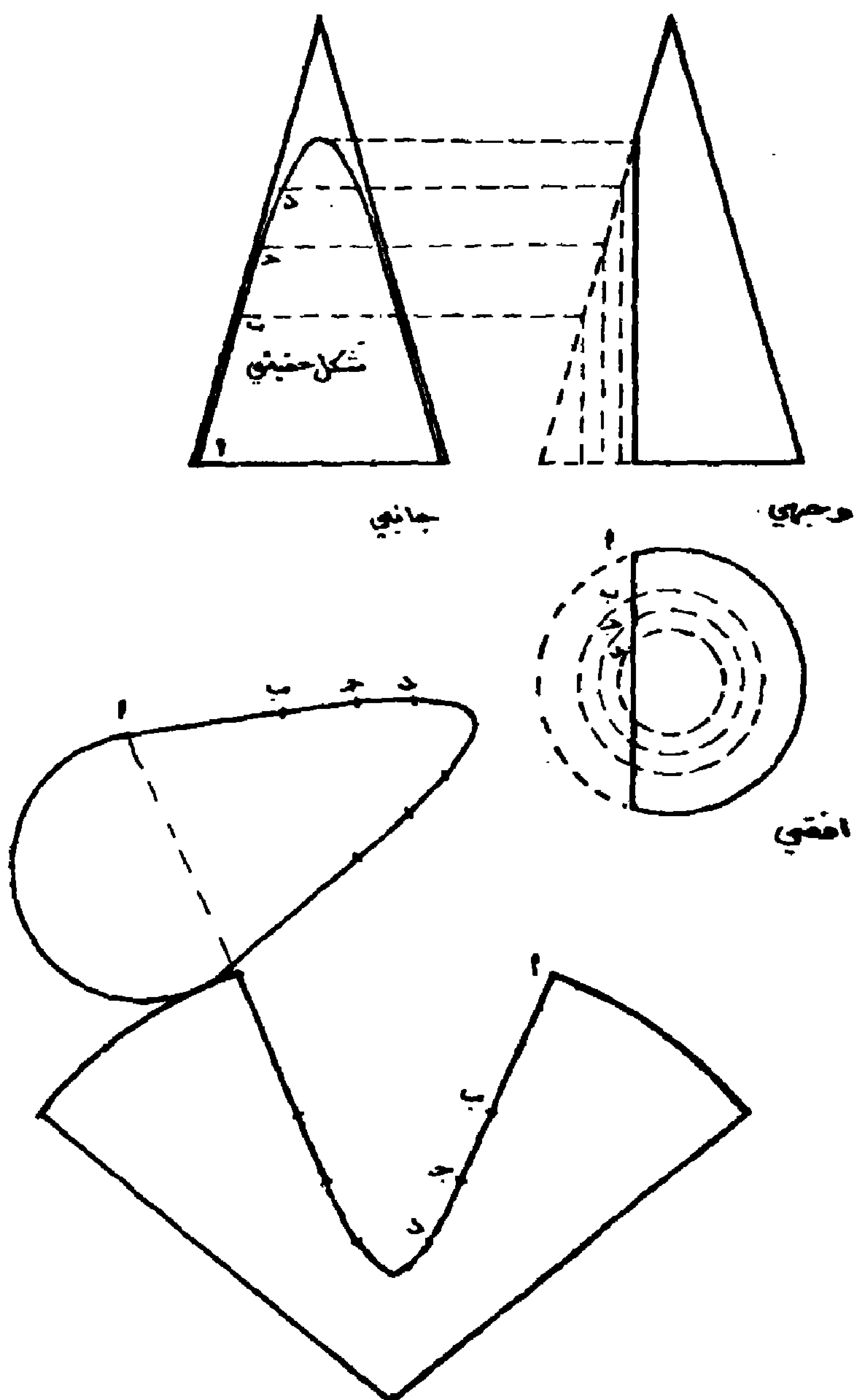
٣ — يلاحظ ان قاعدة كل مخروط هي دائرة ، ويلاحظ ان المخروط الاول هو مخروط كامل وكل من الاثنين الآخرين عبـارة عـن مخروط ناقص •

٤ — من ملاحظة الشكل (٥٨ أ) يمكن اعتبار دليل المخروط الاول أ س والثاني ب ف (بالنسبة للمخروط الكامل) والثالث حـ ق (بالنسبة للمخروط الكامل الذي قاعدته هي الدائرة العظمى في الكرة) ، وكذلك فان قطر قاعدة المخروط الاول هو س ع والثاني ف ص والثالث ن ر ؛

٥ — ومن معرفتنـا لفتح سطح المخروط كامل (بالنسبة للقسم الاول) ولسطح مخروط ناقص (بالنسبة للقسم الثاني والثالث) نرى في الشكل (٥٨ ب) فتح السطح الكروي الاعلى باعتبار أ ، ب ، جـ هي رؤوس المخاريط الثلاثة الكاملة واطوال الرواسـم تظهر في المسقط الوجهي للكرة وهي على التناظر أ س ، ب ف ، جـ ف ، جـ ق •

٦ — وبنفس الطريقة يمكن فتح النصف الاسفل للكرة •

ويمكننا حل المسألة ايضا بتقسيم الكرة الى عشـرة اقسام او اثني عشر قسما بواسطة مستويات قاطعة للكرة وتمر من مركزها وفتح



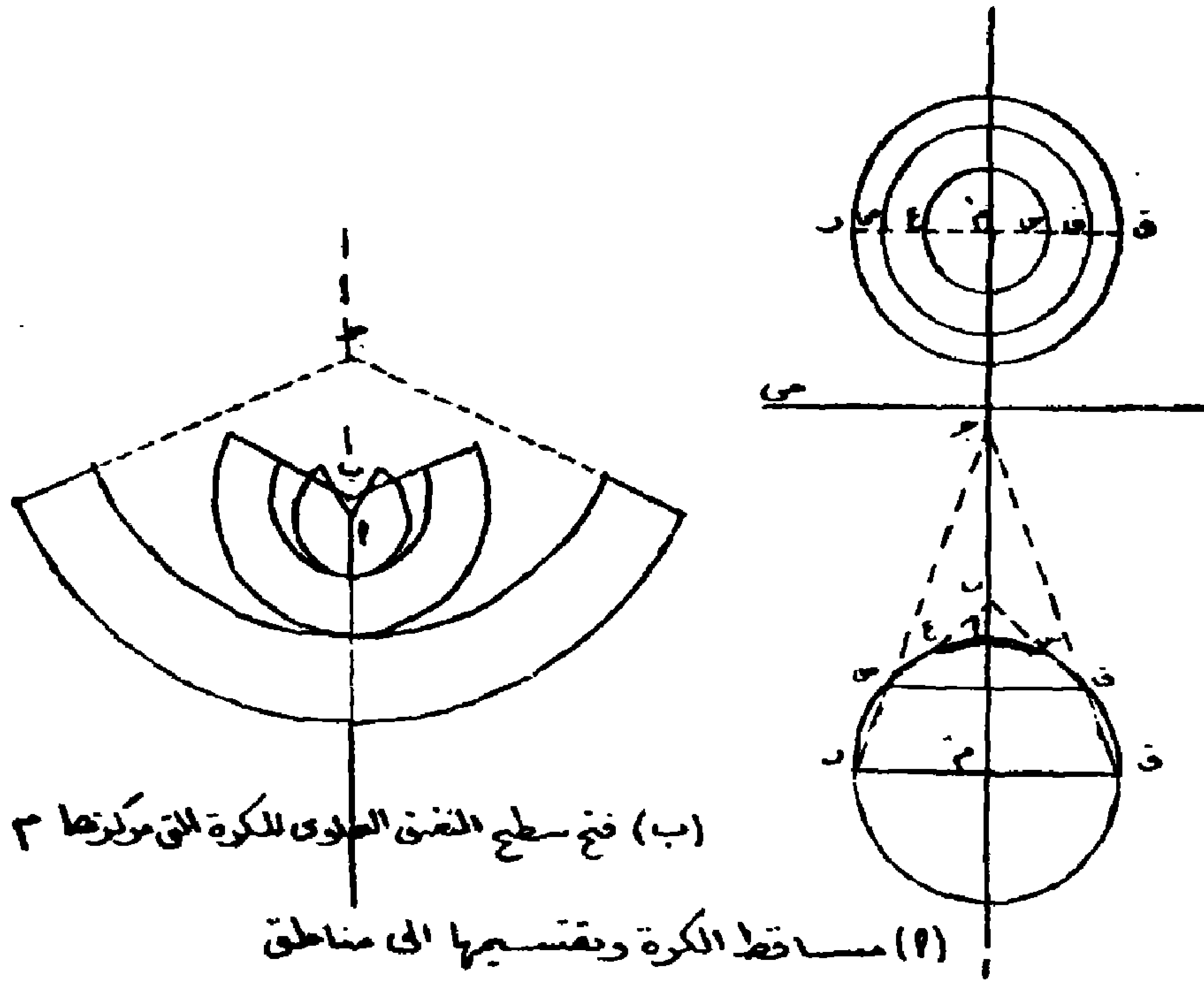
مشكل (٥٧) افراد سطح مخروط قائم قطع بمستو شاقولي

كل قسم من هذه الاقسام الهلالية الشكل على حدى ، فيكون السطح المفرد كما في الشكل (٥٨ ب) •

مثـال :

المطلوب افراد مخروط مائل قطع بمستو •

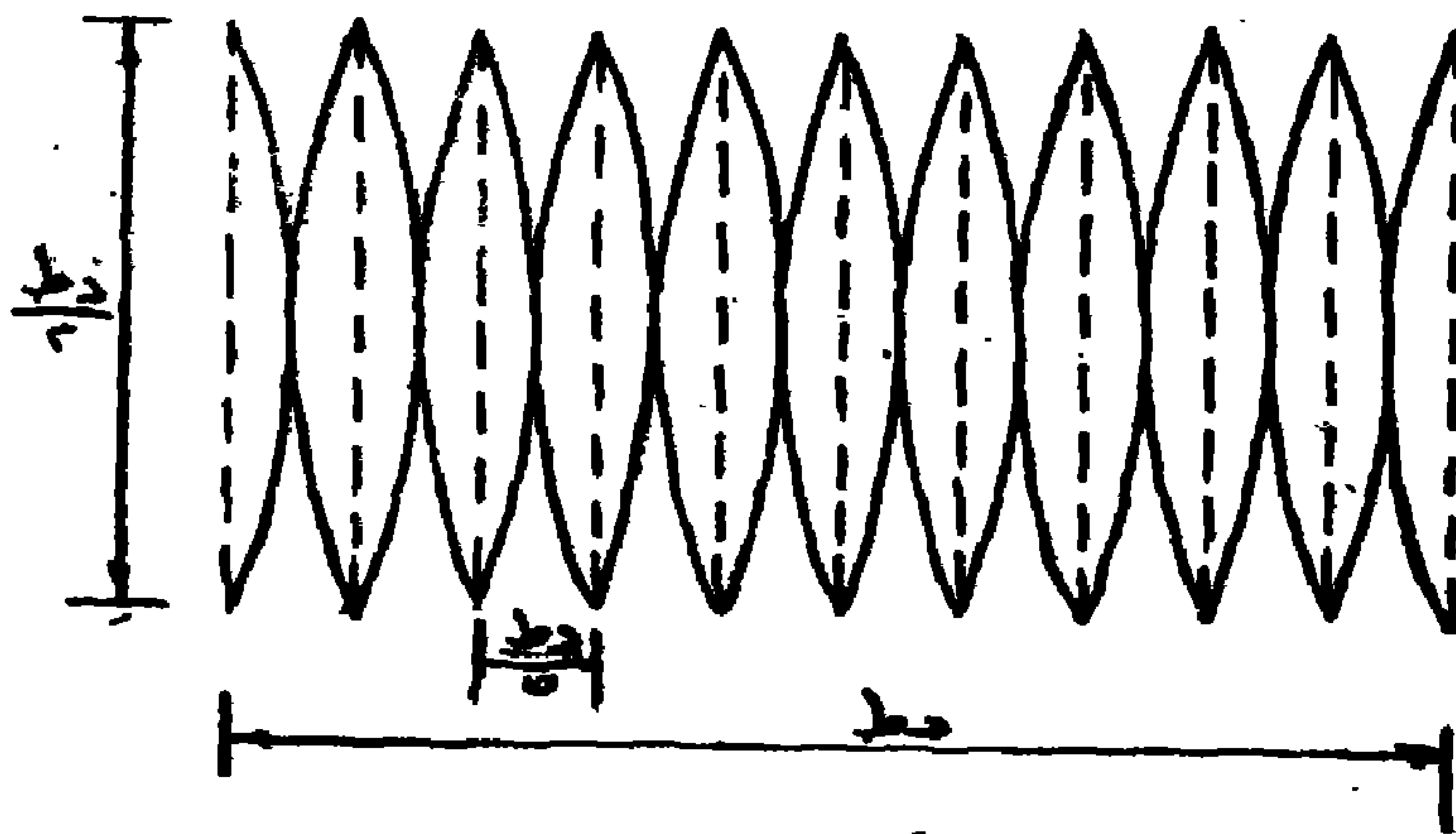
لحل المسألة نرسم افراد المخروط باعتباره كاملا ثم نوجد الاطوال الحقيقية لاقسام المولدات الضرورية وخاصة المتطرفة والتي تظهر بعـد القطع • ونرسم شكل الأفراد للجزء المقطوع من المخروط فوق الشكل الكامل للمخروط فنحدد خط افراد قاعـدة المخروط المقطوع ومنحني افراد قاعدة المخروط الكامل جزء الافراد للمخروط المائل المقطوع •



(ب) فتح سطح النطاق العلوى للكرة التى مركزها م

(أ) مساقط الكرة وتقسيمها الى مناطق

شكل (٥٨ أ) افراد سطح كرة بتقسيمها الى اجزاء مخروطية.



شكل (٥٨ ب) افراد الكرة بتقسيمها الى عدد من الاهلة.

تمارين على فتح السطوح

المطلوب افراد سطوح الاشكال التالية ، وحساب المساحة السطحية لكل منها .

١ ــ مخروط ارتفاعه ٦ سم ، وقطر قاعدته ٥ سم قطع بمستو شاقولي على بعد ١سم من مركز المخروط .

٢ ــ مكعب ضلعه ٤ سم ، يخترق قاعدتيه ثقب اسـطواني قطره ١سم محوره شاقولي .

٣ ــ اسطوانة ارتفاعها ٨ سم وقطر قاعدتها ٤ سم ، قطع بمستو عمودي على المستوي الوجهي ويصنع ٣٠ درجة مع الافق بحيث يبقى في الاسطوانة مولد واحد بطول ٨ سم .

٤ ــ مخروط قائم ارتفاعه ٧ سم وقطر قاعدته ٥ سم ، قطع بمستويين شاقوليين متعامدين على بعضهما من رأس المخروط .

٥ ــ منشور سداسي منتظم ارتفاعه ٩سم وقطر قاعدته ٦سم . قطـع بمستو يوازي خط الارض ويصنع ٦٠ درجة مع الافق في حالـة قطعه القاعدة العليا اولا ثم في حالة عدم قطعه اياها .

٦ ــ منشور ثلاثي قائم ارتفاعه ٧ سم وضلع قاعدته ٣ ســم . قطـع بمستويين عموديين على المستوى الوجهي فشكلا ٣٠ درجة ، ١٥٠ درجة مع الافق علما بان احد احرف المنشور يبقى بطول ٧ سم .

٧ ــ هرم رباعي منتظم قائم ارتفاعه ٨ سم وطول ضلع قاعدته=٣ سم . قطع بمستو عمودي على المستوى الوجهي ويميل ٣٠ درجة على الافق ومن نقطة ترتفع عن القاعدة ٥سم .

٨ ــ هرم سداسي منتظم قطع بمسـتو يصنع ٣٠ درجة مع الافق . بأحد اضلاع قاعدته .

٩ ــ اسطوانتان متقاطعتان يصنع محوراهما ٤٥ درجة . احداهما ذات محور شاقولي وقاعدتاه افقيتان ، ومحور الثانية يوازي المستوى الجانبي للاسقاط .

١٠ ــ نصف كرة قطرها ١٠ سنتمترات ، حل المسألة بطريقتين .

الفصـــل الحادي عشـــر

الخوارط الطوبوغرافية والخطوط البيانية

الخوارط الطوبوغرافية هي الواسـطة الوحيـدة التي تظهر عدم انتظام سطح الارض الطبيعي من انخفاضات وارتفاعات وعدم استواء بصورة تخطيطية او بيانية وذلك على مسقط واحد وهو المسقط الافقي أي ان هذه الخوارط هي خلاصة المساقط والاعتماد على المسقط الافقي فقط • ان هذه الخوارط تهيأ وتستعمل من قبل المهندس المدني والمساح ومهندس التعدين والجيولوجي والقائد العسكري وغيرهم •

وفكرة المسقط الافقي او الاسقاط العمودي على مستو افقي هي ان نعين موقع النقاط الفراغية على مسقطها الافقي (راجع تمثيل النقطة) ويوضع مع النقطة دلالة او رمز او رقم يبين ارتفـاع النقاط بالنسبة الى بعضها او بالنسبة الى مستوى افقي كمرجع لارتفاع النقط عنـه • ويؤخذ عادة سطح البحر ويعتبر ارتفاعه صفرا • فاذا وضع رقم ٣٠ م بجانب نقطة معينة في خارطة طوبوغرافية ، فان معنى هـذا ان ارتفـاع النقطة الشاقولي عن مستوى سطح البحر هو ٣٠ مترا • وكذلك اذا قلنا ان نقطة ما واقعة في وادي الثرثار وهي اخفض من مستوى سطح البحر ٣ امتار فانه يعبر عنها هكذا (ـ٣ متر) في مسقطها الافقي •

وتؤخذ عادة في الخوارط الطوبوغرافية مجموعات من النقاط ذات الارتفاع الواحد عن سطح البحر او عن اي مستوى للمنسوب حيث يمكن ربط هذه النقاط بخط يدعى بالخط الكونتوري او الكنتوري • فالخط الكونتوري اذن هو خط وهمي ذو ارتفاع ثابت ، وواقع في سطح الارض ويمكن تصور هذا الخط بانه خط تقاطع مستوى سطح مـاء راكد مع الارض الطبيعية او هو الاثر الذي يتركه الماء عند نزوله وعلى سطح الارض • ومن اهم خصائص الخطوط الكنتورية هي : —

١ ــ تتناسب المسافة بين الخطوط الكنتورية تناسبا عكسيا مع انحــدار الارض •

٢ ــ عندما يكون انحدار الارض ثابتا تقريبا تكون المسافة بين الخطوط الكنتورية متساوية تقريبا ، ولذلك فعنـــــدما تكون الخطوط الكنتورية مستقيمة ومتوازية فأنها بدون شك تمثل ارضا مستوية تماما ومائلة •

٣ ــ لا تمس الخطوط الكنتورية بعضها بعضا ولا تتقاطع مع بعضهــا مطلقــا •

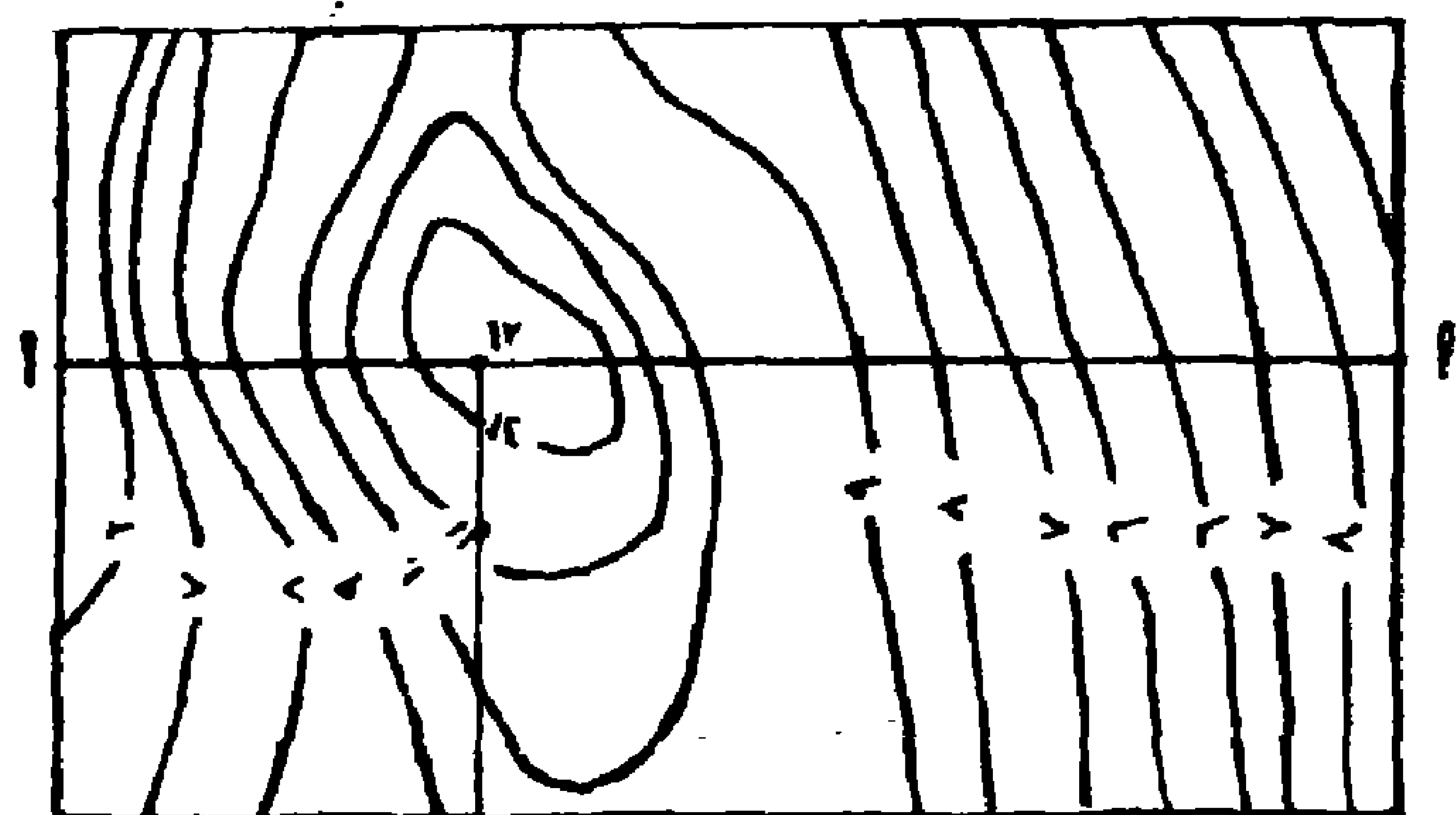
٤ ــ لا يمكن ان يقع خط كنتوري واحد بين خطين لهما نفس الارتفاع سواء أعلى منه او اقل منه •

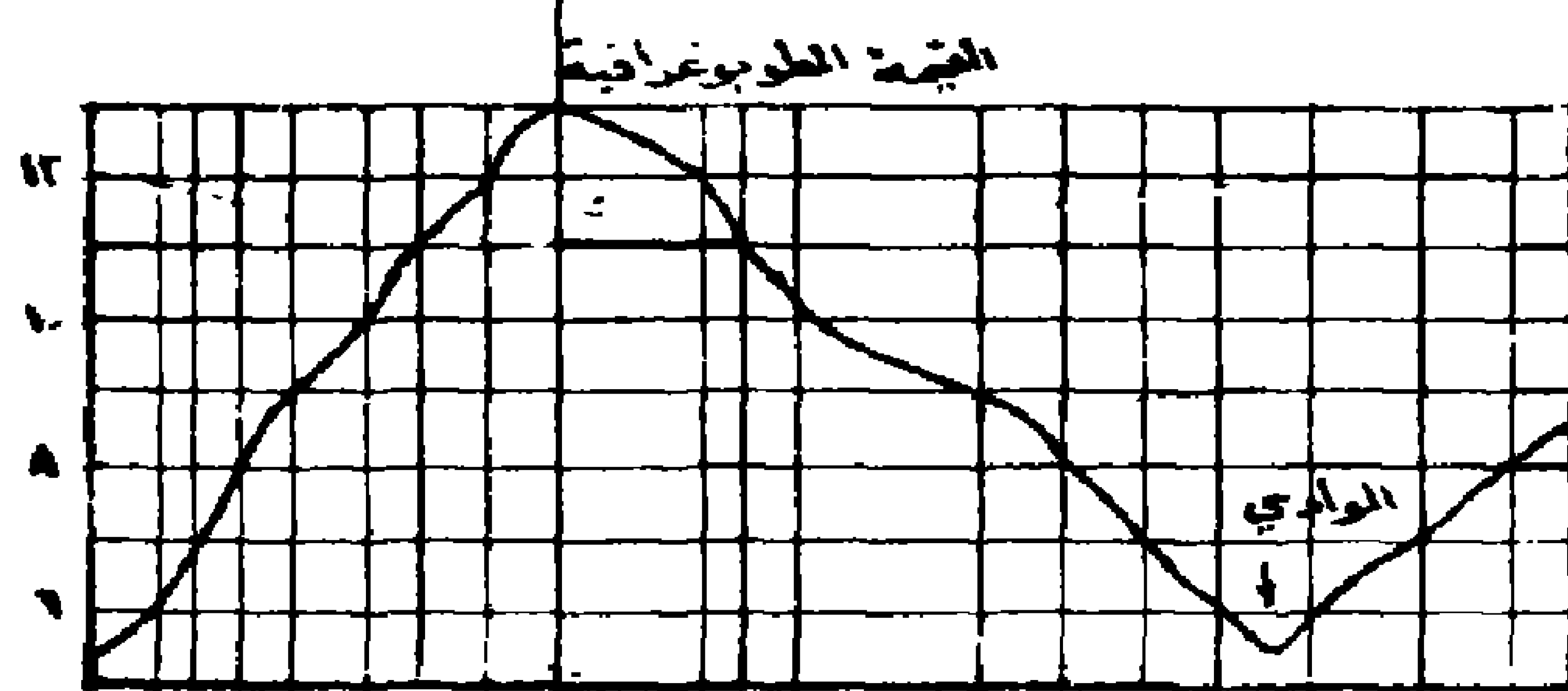
٥ ــ يجب ان تكون الخطوط الكنتورية مغلوقة ســـواء ضمن حدود الورقة او خارجها • أي لا يوجد خط كنتوري منتــه او منقطع انظر الشكل (٥٩) •

٦ ــ واخيرا فان الخطوط الكنتورية تكــون عمودية على خط الوادي (Valley Line) وخط القمة (Ridge Line) وذلك لان الخطوط الكنتورية هي خطوط ذات نفس الارتفاع فهي عمودية على اكبر انحدار ، أي الخطين المذكورين •

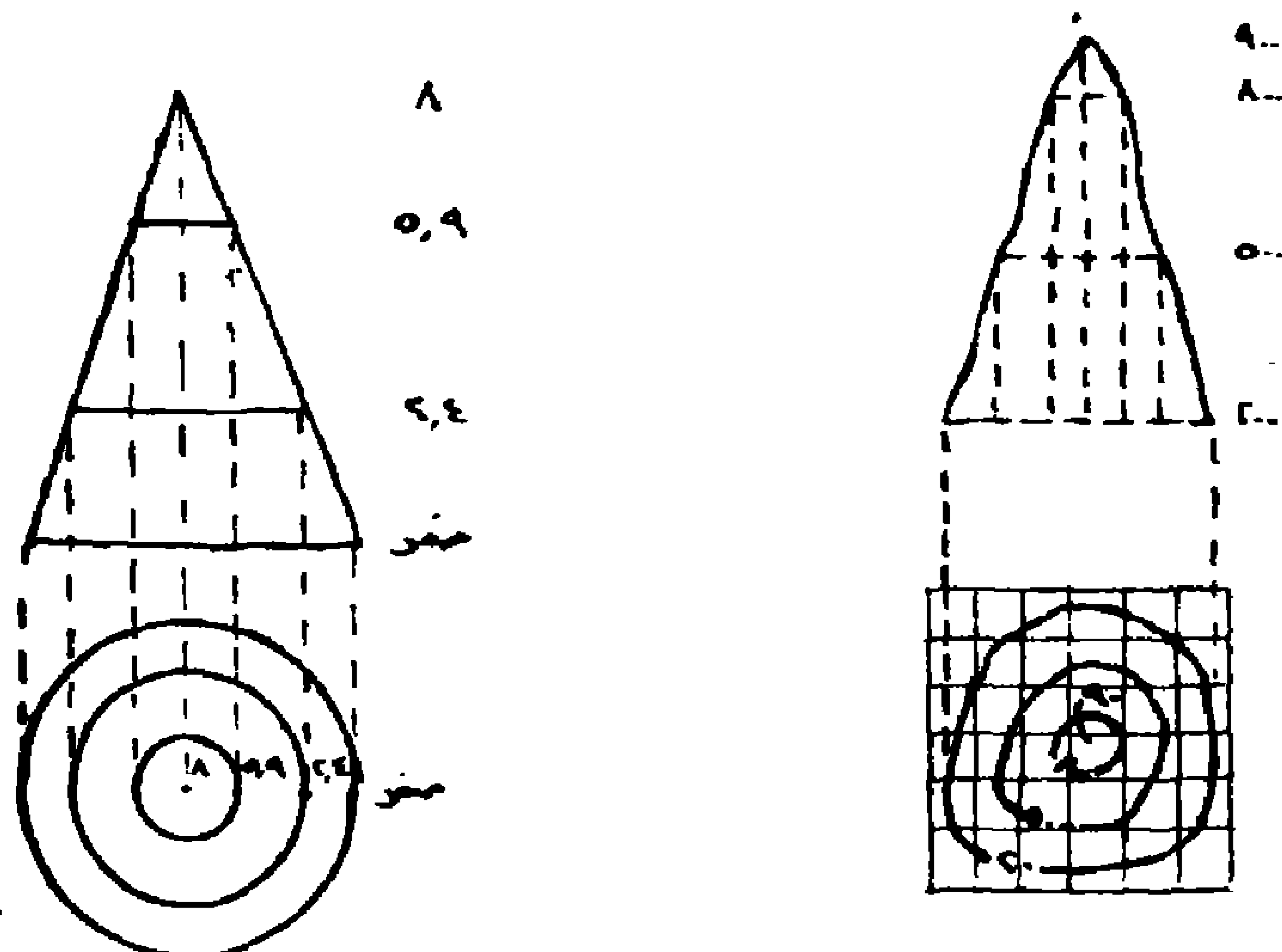
وفي الشكل (٥٩) يلاحظ المقطع أ ــ أ وتظهر فيه الانحدارات الشديدة والقليلة ، وبمقارنة المقطع بالمسقط الافقي للخطوط الكنتورية نرى ان الخطوط القريبة تعني انحدارا شديدا في المنطقــة والخطوط المتباعدة تعني انحدارا قليلا •

ومن ملاحظة المخروط المبين في الشكل (٦٠) ومسقطه الافقي نجد ظهور مسقط الدوائر او القطاعات الافقية في المخروط الناتجة من قطعه بمستويات افقية • ويقابل رأس المخروط هنا القمة الطوبوغرافيــة (Topographic Crest) حيث ان المخروط هو شكل منتظم بينما الارض الطبيعية ليست منتظمة ، وقلما يكون في الطبيعة خط مستقيم او ارض مستوية تماما •





مشكل (٥٩) خارطة طوبوغرافية ومقطع طولي نموذجي



شكل (٦٠) مقارنة بين مساقط القطاعات الافقية في مخروط منتظم ومرتفع طبيعي.

كيفية عمل الخوارط الكنتورية :

ان أهم الطرق المستعملة لرسم الخطوط الكنتورية هي : اولا ــ المسح بالاشعة ، ثانيا ــ المسح بالمربعات ويسمى بالمسح الشبكي أو التضليعي ، ففي الطريقة الاولى كما في الشكل (٦١ أ) تؤخذ من نقطة واحدة (وقفة) على سطح الارض عدة مستقيمات اشعاعية وباتجاهات متنوعة ، ثم تقرأ الارتفاعات على موقع واحــد في كل شعاع أو اكثر من موقع واحد مع قراءة المسافة التي تقابل كل ارتفاع وذلك بطريقــة الـ (Stadia)التي تدرس في موضوع المساحة ، وبعد الحصول على عدة نقاط من النقطة الاصلية (الوقفة) وتكون هذه النقاط الآن معلومــة البعد والارتفاع ، فسيمكننا بكل ســهولة تعيين الخطوط الكنتوريــة باختيار انتقال مناسب (Interval) كأن يكون كل متر أو اثنين أو خمسة أو عشرة او قــد يكون كل نصف أو ربع متر ، ويختلف هــذا باختلاف المنطقة الطوبوغرافية من جهة فكلما كانت الارض منبسطة أكثر كلما قل الانتقال بين الخطوط الكنتورية الضروريــة لتوضيح الارض موضوعة البحث والعكس بالعكس ، ومن جهة اخرى تختلف متطلبات الخطوط الكنتورية بالنسبة للمشاريع التي هي في دور المسح والتصميم، كأن تكون لغرض الاصلاح الزراعي او لتنظيم قنوات الري والبزل او لانشاء مدرسة او ثكنة او سدة ترابية او سد خرساني لخزن الماء او جسر او لتهيئة خارطة جيولوجية أو غيرهــا . فيقال عن الخوارط التي تزداد ارتفاعات خطوطها الكنتوريــة كل مترين مثلا انها ذات أنتقــال مترين 2 Meter Interval وذات انتقال عشرة أقدام 10 feet Interval وهكذا . ففي الشكل (٥٩) نجد ان الانتقال بين الخطوط الكنتورية هو متر واحــد .

وفي الطريقة الثانية والمبينة في الشكل (٦١ ب) تؤخذ الارتفاعات في كل نقاط التقاطع ثم تربط المضلعات بعضها مع ملاحظة غلق المضلعات وتحقيق المضلعات المتجاورة بعضها ببعض وتصحيحها ، وليس في نطــاق موضوعنا الآن ان نشرح كيفية تصحيح خطأ الغلق .

ويلاحظ في الشكل (٦١ ب) اننا استعنا بأقطار المضلع وهذه هي الطريقة الدقيقة في رسم الخطوط الكنتورية •

بعض الاصطلاحات المستعملة في الجيولوجيا والطوبوغرافيا

ميل الطبقة الصخريـة (Dip) : وهو ميل مستو معلوم أو الزاوية التي يصنعها المستوي مع مستوي الاسقاط الافقي ، ويعبر عن ميل مستو بقيمة عددية تبين مقدار الزاويـة المذكورة ويعقبها اتجـاه المستوي بالنسبة للاتجاهات الاربعة فمثلا يقال ٣٥ درجة ش ق(*) أو ٤٣ درجة ج ق وهكذا •• وفي الشكل (٦٢) نجد ان زاوية الميل تساوي ٤٥ درجة ش ق •

اتجاه الطقبـة (Strike) : ويقصد باتجـاه الطبقة ، انحراف مستقيم افقي في مستوى الشمال ، فيقال مثلا ش ٢١ درجـة ق أو ش ٤٧ درجة غ وهكذا •• وفي الشكل (٦٢) نرى اتجاه الطبقة هو ش ٦٠ درجة غ ، ويدعى المستقيم المذكور بخط الاتجاه (Strike Line) ويسمى اتجاه مسقط المستقيم الافقي انحرافا (Bearing)

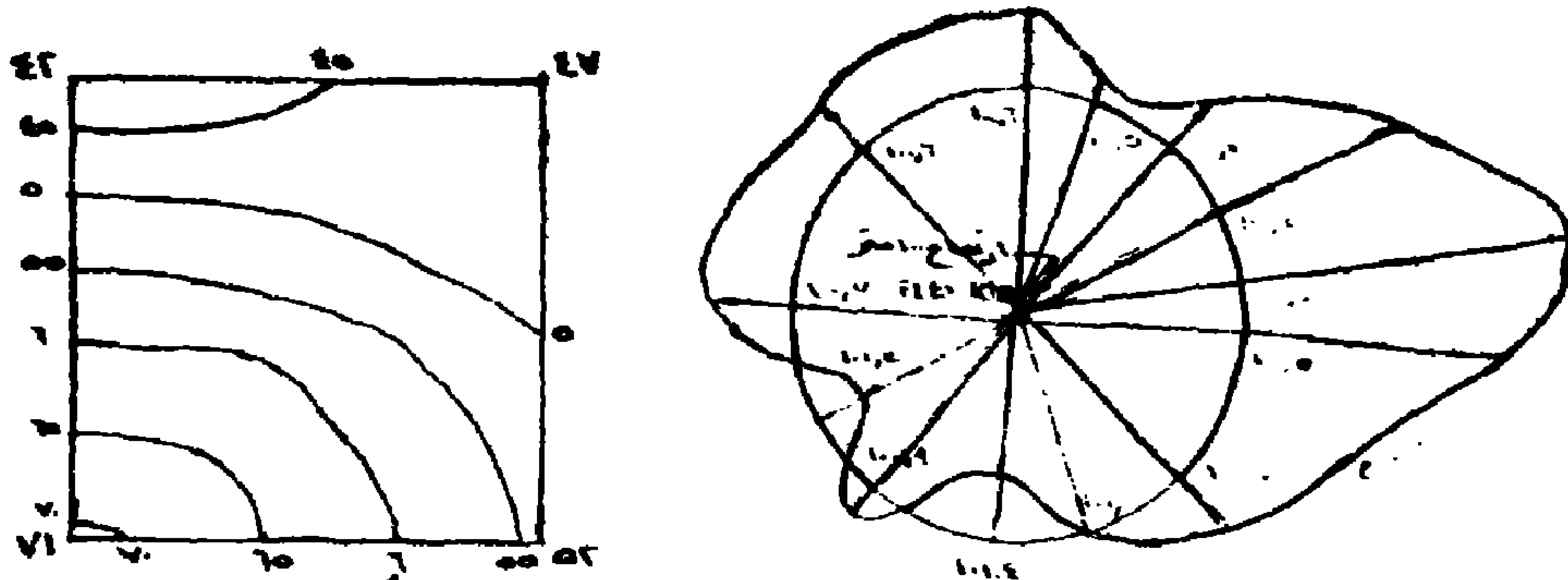
سـمك الطبقة Thickness of Vein : ان كل طبقـة صخرية محددة بمستويين متوازيين على الاكثر ، فالمساحة العموديـة بين هذين المستويين هي سمك الطبقـة ، ويسمى المسـتوى الاعلـى حائطا معلقـا (Hanging Wall) والمستوى الأسفل بالقدم (Foot Wall)

بروز الطبقـة (Outcrop) : وهو خط تقاطـع مستو مع سطح الارض •

الحفر او القطع او القص (Cut) : هو السـطح الناتـج من اخراج التربة من تحت مستوى الارض الاصلي بنظام معين •

الدفن او المليء (Fill) : هو السطح الناتج من وضع التربة

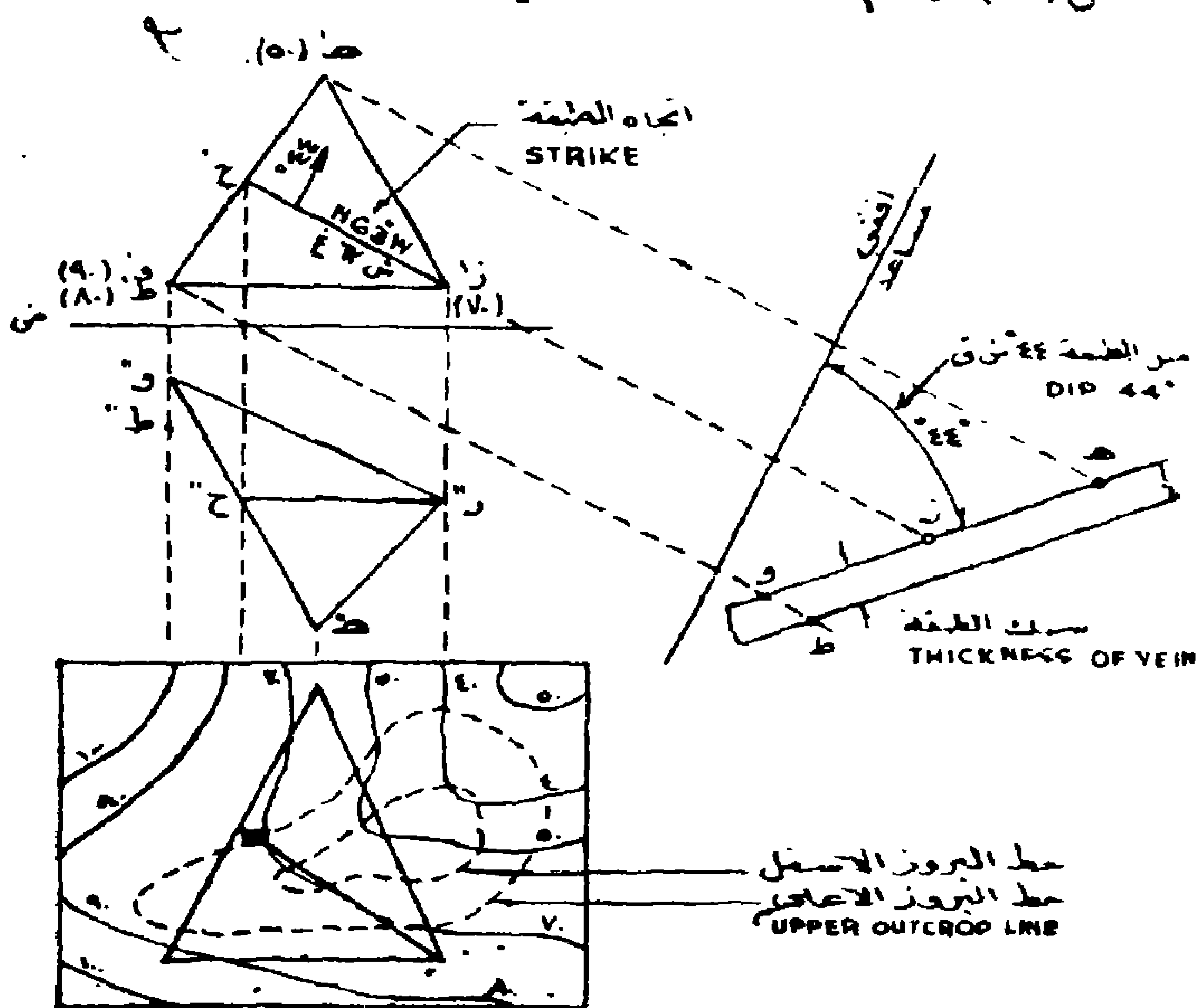
(*) يرمز للاتجاهات الاربعة وهي الشرق والجنـوب والغـرب والشمال بالحروف العربية ق ، ج ، غ ، ش وفي الانكليزية N'W'S'E على التوالي •



(ب) الطريقة الشبكية

(أ) الطريقة الشعاعية

شكل (٦١) رسم الخطوط الكنتورية

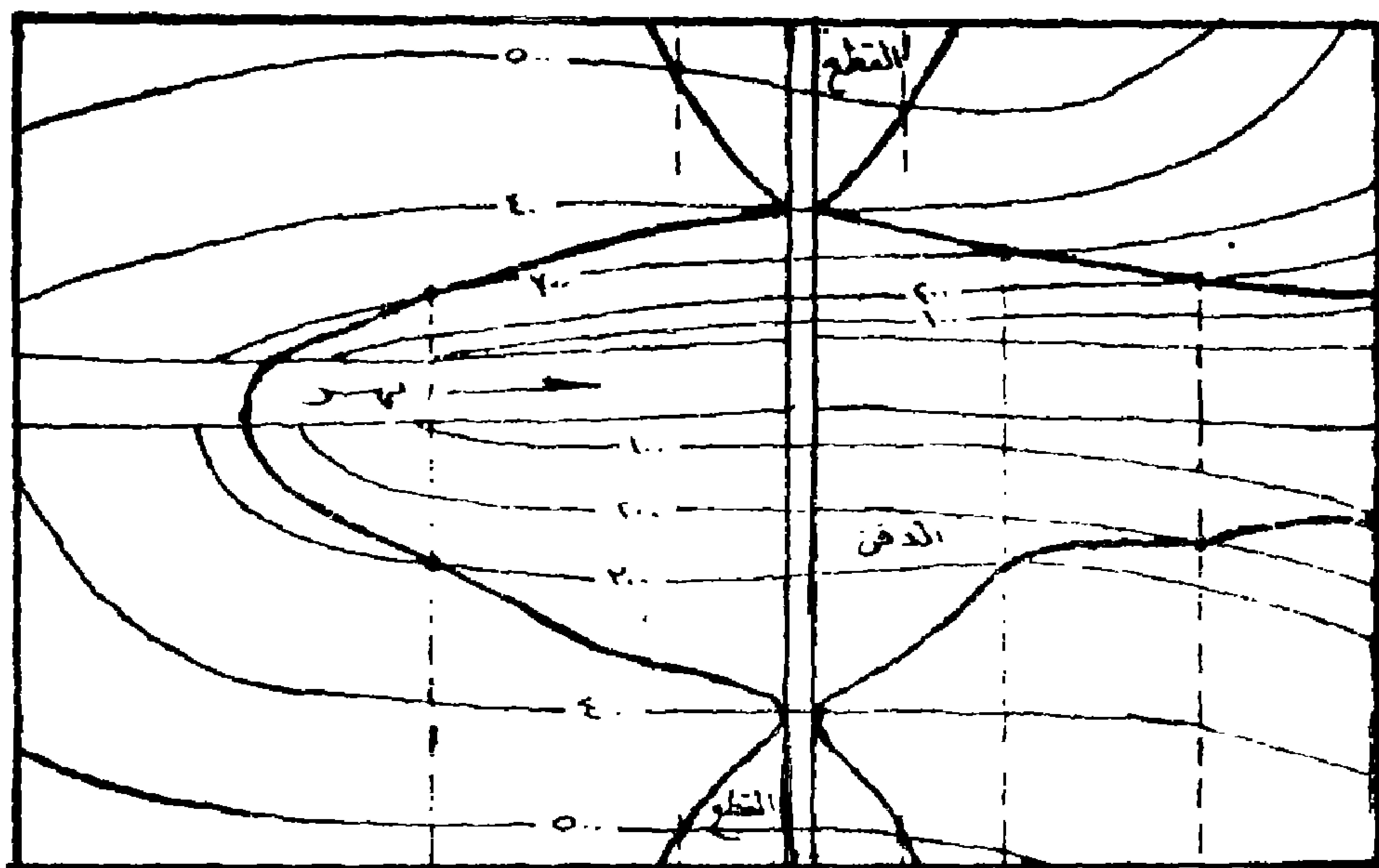


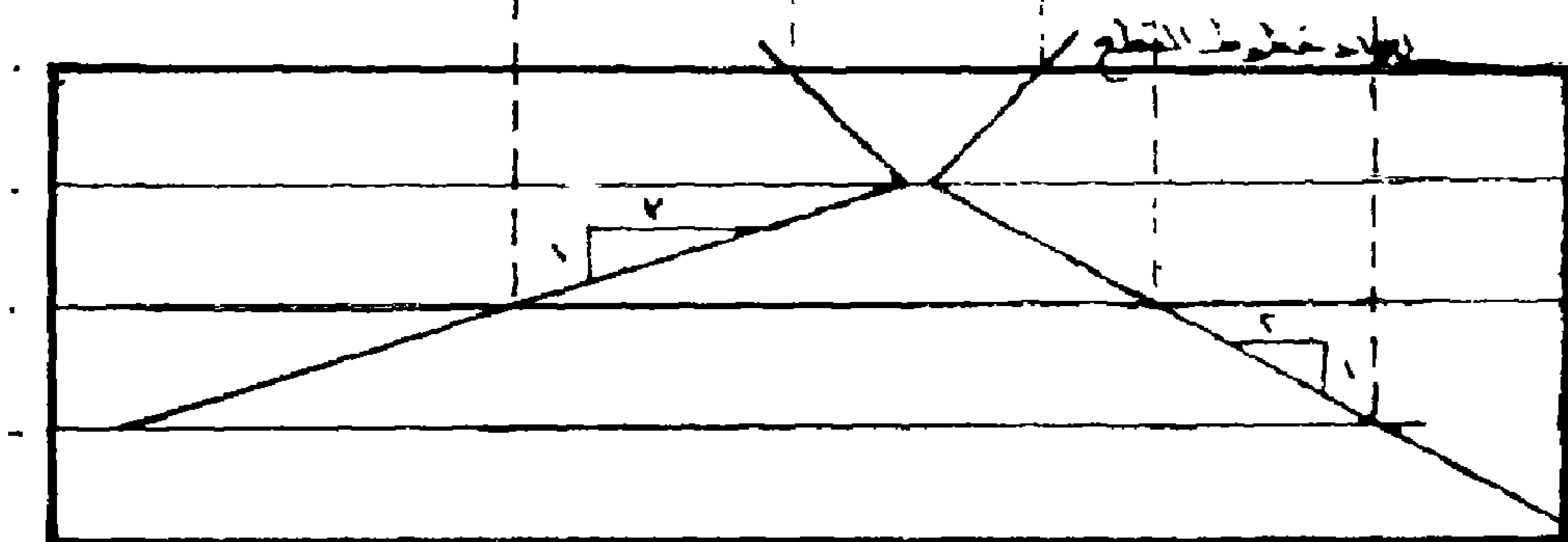
شكل (٦٢) (أ و ب) مصطلحات جيولوجية

فوق الارض الطبيعية بنظام معين •

خطوط الحفر والدفـــن (Dump Lines) : هي عبـــارة عن خطوط تقاطع مستويات القطع او الدفن مع سطح الارض ، ويستفاد منها كثيرا في شق الطرق والقنوات وفي تصميم الســدود وغيرهــا •• فكلما كانت المسافة كبيرة بين هذه الخطوط كلما كان الحفر أو الدفن كبيرا والعكس بالعكس • انظر شكل (٦٣) •

المرات الشاقولية (Shafts) : وهي عبـــارة عن حفــر شاقولية أو آبار ، وقــد تستعمل في حفر الانفاق أو في المناجم لتصل بين النفق والفضاء على سطح الارض أو للوصول الى قعر المنجــم أو للتهويــة أو النقل أو غيرها •





شكل (٦٢) خطوط الدفن والقطع

الخطوط البيانيــة

الخط البياني هو الخط الذي يبين العلاقــة بين دالتين أو متغيرتين أو أكثر ، ويستعمل في كافة مجالات العلوم الهندسية والرياضيــة وفي وجود عدد سكان منطقة ما أو سكان العالم بعد ٢٠ سنة أو اكثر ، اذا ما علمنا عدة احصائيات سابقة لسنين مختلفة • وكذلك معرفة النســبة المئوية للرطوبة الموجودة في تربة معينة ، بحيث تعطي أكبر كثافة للتربة، اذا علمنا عدة نقاط تمثل العلاقة بين وزن التربة الجافة والرطوبــة التي تقابل هذا الوزن ، ومن فوائد الخط البياني ايضــا التنبؤ عن كميــة التصريف في نهر ما وعلاقته بارتفاع الماء في منطقة معينــة أو لوجــود العلاقة بين حجم غاز وضغطه في ظروف معينة وأمثلة عديدة يمكن أن تجابهنا في حياتنا العملية وفي مختلف مجالات العلوم والبحوث •

والخط البياني نوعــان :

اولهما ، الخط البياني الرياضي ، والذي يرسم بعد معرفة المعادلة الرياضيـــة •

وثانيهما ، الخط البياني الهندسي او العملي ، والذي يمكن وجوده بعد معرفة عدة نقاط أو علاقات بين المتغيرات •

وفيما يلي الفرق بين الاثنين : ـــ

الخط البياني النظري (الرياضي)	الخط البياني العملي
١ ـ له معادلة رياضية يسير بموجبها مثل س = $ص^{٣}$ ـ ١٢ أو غيرها .	ليست له معادلة رياضية في أول الامر ولكن يمكن ان نوجد أو نستنتج معادلة رياضية له فيما بعد .
٢ ـ صحيح ١٠٠ بالمائة ، ويمكن رسمه بدقة متناهية باستعمال أدوات الرسم الهندسي المختلفة .	لا يمكن اعتباره صحيحا ١٠٠ بالمائة ، ولكن تتوقف درجة ضبطه على الدقة في الرسم والمنطق الصحيح والخبرة .
٣ ـ يكون الخط البياني هو الخط الوحيد الذي يمثل العلاقة بين المتغيرات .	قد يوجد أكثر من حل واحد للمسألة ، وقد يعتبر كل منها صحيحا الى درجة ما .
٤ ـ يمكن مد الخط الى أي حد نريده بحيث ان كل نقطة من نقاطه تحقق المعادلة .	لا يمكن مده أكثر من منطقة محدودة : أكثر من الارقام الكبيرة بقليل ، وأقل من الارقام الصغيرة بقليل أيضا .
٥ ـ تقع كل النقاط على المنحني ولا يجوز اعتبار نقطة خارجة عنه ، صحيحة في أي حال من الاحوال .	ليس من الضروري ان تقع كل النقاط على الخط وقد يحدث أن لا يمر الخط ولو بنقطة واحدة ولكنه طبعا يمر بالقرب من معظمها .
٦ ـ لا يمكن التصرف بالخط البياني أي لا يستطيع المهندس أو الباحث ان يكيفه حسب ما يراه مناسبا .	يمكن ان يرسم بتصرف حسب المنطق والمعلومات والظروف التي تخص العلاقة بين المتغيرات .

مثـال ١ :

ارسم الخط البياني للمعادلة الرياضية ص = ٣ + س^{٢} •

الحـل :

نفرض عدة قيم ل (س) ونجد القيم التي تقابلها لـ (ص) ، ثم نرتب القيم في جدول كما يلي ، وبعده نصل بين النقاط للحصول على الخط البياني المطلوب • انظر الشكل (٦٤) •

س	١	٢	٣	٤	صفر	ـ١	ـ٢	ـ٣
ص	٤	٧	١٢	١٩	٣	٤	٧	١٢

مثـال ٢ :

اوجد الخط البياني الذي يربط العلاقة بين حجم غاز وضغط مع ثبوت درجة حرارته اذا اعطيت الارقام المختبرية التالية :

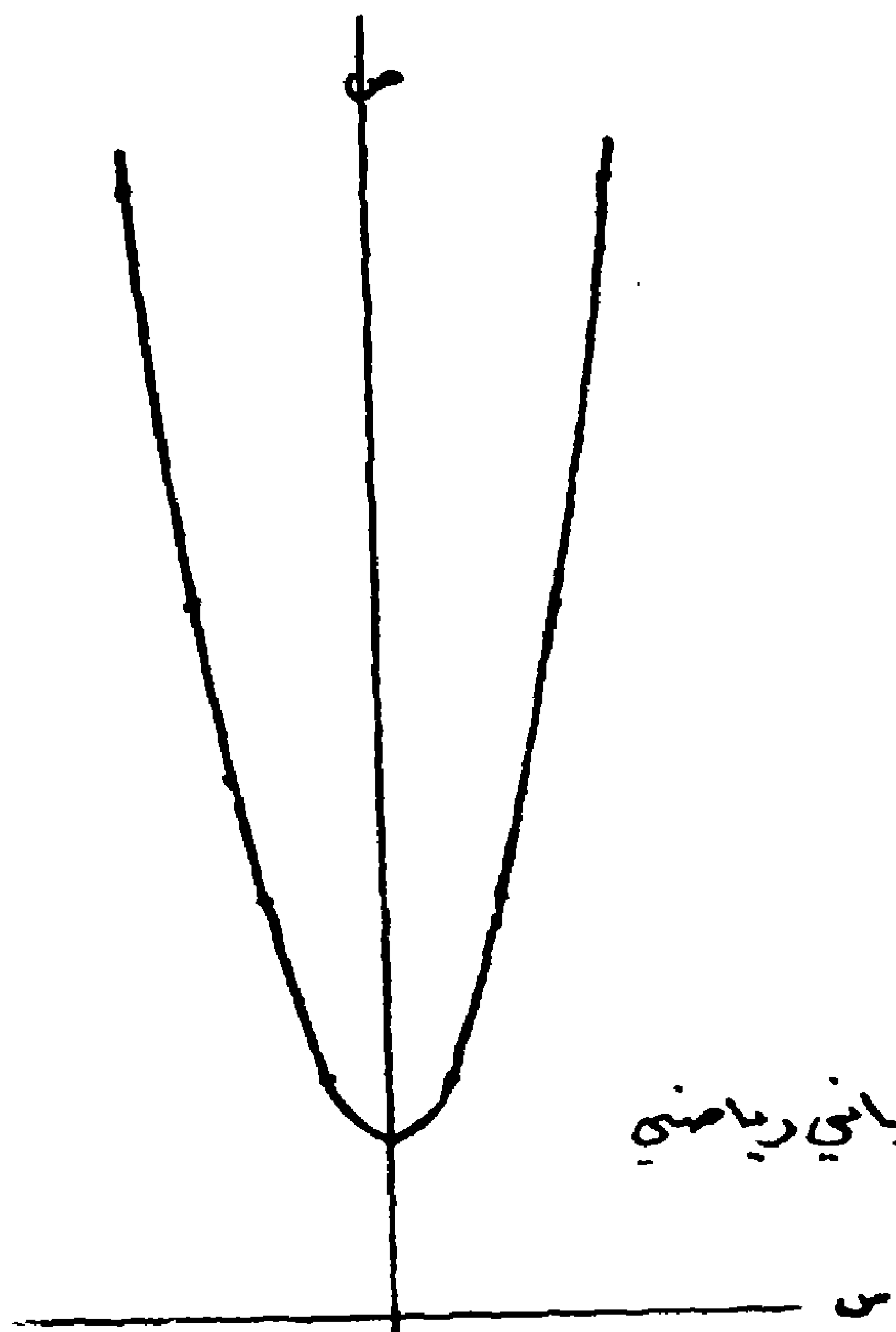
حجم الغاز (سم^{٣})	٤٠٠٠	٢٨٠٠	٢٦٠٠	١٨٠٠	٨٠٠	٦٠٠	٤٠٠	٤٠٠
ضغطه (سم زئبق)	٥	٥	١٠	٢٠	٢٠	٤٠	٥٠	٧٠

الحل :ـ

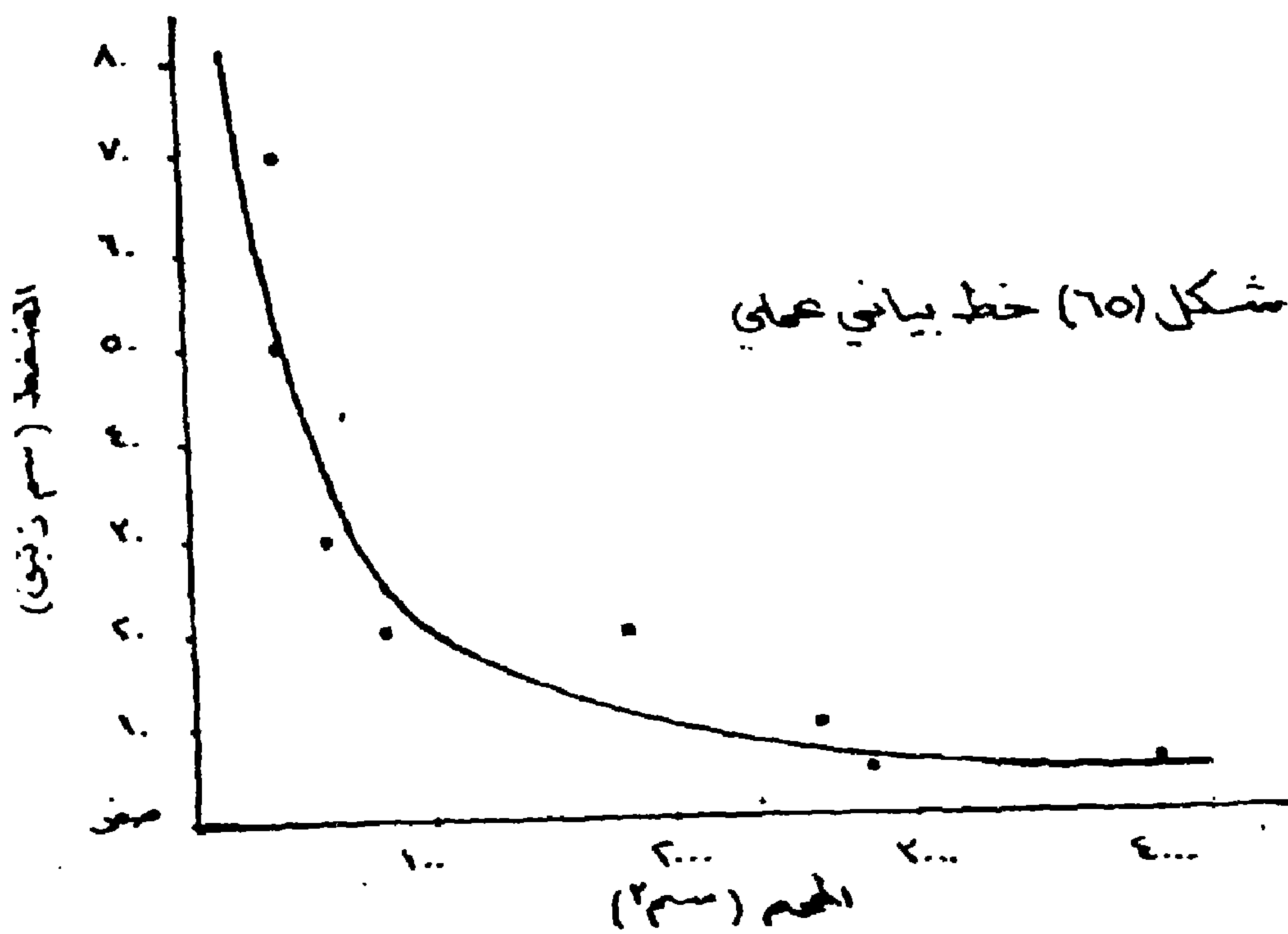
نرسم النقاط المعلومة على ورق المربعات ، بحيث يكون المحور الافقي ممثلا للحجم مثلا والمحور الشاقولي للضغط • ثم نختار خطا مناسبا كما في الشكل (٦٥) •

ومن ملاحظة الشكل (٦٥) نجد ان الخط المرسوم هو أحسن اختيار ، بالرغم من بعد قسم من النقاط منه • ومنـه يمكن استنتاج المعادلـة •

ح × ض = ث (حيث ان ح هي الحجم ، ض الضغط ، ث مقدار ثابت) •



شكل (٦٤) خط بياني رياضي



شكل (٦٥) خط بياني عملي

تمارين على الخوارط الطوبوغرافيــة والخطوط البيانيـــة

١ ــ المعلوم نقـاط ذات ارتفاعات مبينة في الجدول الذي في أدناه ، والمسافة بين كل نقطتين هو ٢٠٠ متر .

	أ	ب	جـ	د	هـ	و	ز
١	٣٨	٤٨	٥٦	٦٥	٧٢	٧٥	٦٤
٢	٤٩	٦٠	٦٦	٧٦	٨٢	٨٦	٨٣
٣	٥٢	٦٤	٧٤	٨١	٨٦	٩٩	٩١
٤	٥٨	٦٨	٧٢	٨٣	٨٩	٨١	٧٥
٥	٥١	٦٢	٦٦	٧٢	٧٦	٧١	٦١
٦	٥٨	٦٦	٧٧	٧٤	٨٦	٨٠	٦٥
٧	٦١	٧١	٧٩	٧٧	٨٩	٧٧	٦١

أ ــ المطلوب رسم الخطوط الكنتورية بانتقال ٥ أمتار ، وبمقياس ١ : ١٠٫٠٠٠

ب ــ ارسم مقطعا يمر بالنقطة أ ــ ١ والنقطة ز ــ ١ ، ثم عـين القمة الموجودة في هذا المقطع .

جـ ــ ارسم مقطعا يمر بالنقطة أ ــ ٢ ، و ــ ٦ وبين ملاحظاتك .

د ــ ارسم مقطعا طوليا على خط منحن (قوس دائرة) مركزهـا نقطة و ــ ١ ونصف قطرها يساوي ٨٠٠ مترا .

٢ ــ ارسم الخطوط الكنتورية ذات الانتقال الذي يســاوي ٢ متــر وبمقياس ١ : ١٠٠٠ فلو فرضنا ان طريقـا عرضـه ٢٠ مترا وذا انحدار ٥٪ ويمر بين د ــ ١ ، د ــ ٦ فعين خطوط تقاطع سطوح الانحدارات والارض (مستويات القطع والدفع) اذا كان الانحدار الجانبي يساوي ١ : ١

٣ ــ بين خطوط القطع في المسألة الثانية اذا فرضنا قناة تمر بين النقطة

أ ــ ٦ ، ز ــ ٦ وارتفاع قعر القناة يساوي ٥٠ مترا عن سطح البحر وعرضها يساوي ١٠ أمتار وانحدار جوانبها يساوي ٣٠ درجة ، اهمل الانحدار الطولي لمجرى القناة .

٤ ــ جد الرطوبة بالنسبة المئوية والموجودة في نموذج من مزيج التربة والسمنت ، التي تعطي الكثافة العظمى للتربة ، اذا علمت النسب التالية من الرطوبة النسبية والتي تقابل وزن التربة الجافة بالباونات لكل قدم مكعب .

الرطوبة الموجودة (بالمائة)	٩	١٢	١٦	٢٠	٢٣
وزن التربة الجافة (با/قدم٣)	٨٠	٦٥	١٢٥	١٢٠	١٠٣

٥ ــ ارسم الخط البياني لسرعة الماء في مجرى ارتفاعه ٦ أمتار ، ثم جد السرعة العظمى وموقعها بالنسبة للعمق ، اذا علمت ان سرعة الماء هي بالامتار بالثانية والعمق مأخوذ من سطح الماء والى الاسفل .

السرعة (متر/ثا)	٫	٣٫٥	٥	٥	٤	٣٫٥	٣
العمق من السطح (متر)	٫	١	٢	٣	٤	٥	٥٫٥

٦ ــ في السؤال السابق ، ما هو معدل سرعة الماء بالامتار بالثانية ؟ وما هي سرعة الماء على السطح بعد الرسم ؟ ما هي نسبة السرعة على السطح الى السرعة العظمى ؟

٧ ــ كم يصبح عدد نفوس العالم في سنة ٢٠٠٠ ميلادية اذا علمت عدد السكان في السنوات المبينة هي كما يلي :

عدد السكان بالملايين	١٤٠٠	١٦٧٠	١٩٠٠	٢٣٠٠	٢٨٠٠
السنة ــ ميلادية	١٨٥٠	١٩٠٠	١٩٤٠	١٩٥٠	١٩٦٢

٨ ــ كم يصبح عدد نفوس العراق في سنة ١٩٩٠ ميلادية اذا علمت عددهم في السنين المقابلة كما يلي :

العدد بالملايين	١ر٧	٢ر٥	٥ر٠	٦ر٧	٧ر٣	٨ر٥	٩ر٦	١٠ر٧
السنة ــ ميلادية	١٩١٤	١٩٣٠	١٩٤٥	١٩٥٧	١٩٦٢	١٩٦٥	١٩٧٢	١٩٧٤

٩ ــ قضيب حديدي طوله متر وقطره ٤ سم ، سلطت عليه قوة شد فأزداد طوله بزيادة القوة المسلطة عليه . ارسم الخط البياني الذي يربط الزيادة في الطول والقوة ثم جد الزيادة في الطول عندما تكون القوة المسلطة عليه ٢٠ طن ، ثم ٢ طن .

القوة بالاطنان	٤	٥	٥ر٥	٦	٧	١٠	١٢
الزيادة في الطول (بالملمترات)	٢	٣	٦	٨	١٠	١٣	١٥

١٠ ــ ارسم الخط البياني الذي يبين تغير الجريان السنوي في نهر مع تغير المطر المتساقط على حوضه اذا علمت كميات الجريان السنوي والمطر السنوي بالملمترات كالآتي : ــ

المطر السنوي	٤٢٢	٣٨٧	٤٦٦	٤٧١	٣٣٥	٦٦٨	٤٠١	٤٢١	٢٧٢	٣٤٦
الجريان السنوي	٨٧	٧٩	٩٨	١٠٩	٦٠	١٥٣	٨٩	١٠٠	٢٤	٤٣

١١ ــ ما مقدار الجريان السنوي المتوقع في السؤال العاشر اذا كان المطر السنوي (١) ٦٠٠ ملمتر (٢) ٧٠٠ ملمتر (٣) ٧٥٠ ملمترا ؟

الفصـــل الثاني عشــــر

هندســة المتجهات

تقسم الكميات الفيزياوية الى مجموعتين ، الاولى هي الكميـات المقيســة (Scalar Quantities) والثانية هي الكميات لمتجهة او الموجهــة (Vector Quantities) والاولى هي ما لهـا مقدار فقط كالوقت والحجم ودرجة الحرارة وغيرها أما الثانية فلها مقــدار واتجاه وذلك كالقوة والاجهاد والسرعة والازاحة والتعجيل وغيرها •

ولحل المسائل المتعلقة بالمتجهات والتي لها علاقة كبيرة بالمواضيع الهندسية عامة ، تتبع احدى الطريقتين الآتيتين : ــ الطريقة الاولى وهي باستعمال المعادلات الجبرية والنسب المثلثية والهندسة التحليلية وحساب التفاضل والتكامل• والطريقة الثانية وهي باستعمال الرسوم والمخططات والمستويات المساعدة التي تدرس في موضوع الهندسة الوصفية • ومن فوائد الطريقة الثانية ما يأتي : ــ

١ ــ تجنب العمليات الحسابية ، وعدم التطرق الى استخدام المعادلات الرياضية المعقــدة •

٢ ــ اختصار الوقت اللازم لحل مسائل المتجهات بالطريقة الاخرى •

٣ ــ توضيح المســائل المحلولة بالرسوم والمخططات وفهمها بصــورة اســهل •

٤ ــ واخيرا فان الدقة في الاجوبة الناتجة بهذه الطريقة تكون مقبولة الى الدرجة المطلوبة في معظم مسائل المتجهات المتعلقة بالتصاميم الهندسية ان لم تقل كلهــا •

وقبل الخوض في حل المسائل التطبيقية المتعلقة بالمتجهات ، وذكر

الطرق المتبعة لذلك لابد من التطرق الى التعاريف الاساسية الآتية :ـ

المتجهـــة (Vector) : هي عبـارة عن خط مستقيم مرسوم بمقياس مناسب ليمثل مقدار القوة أو الاجهاد او غيرها ، ويوضـع في احدى نهايتيه سهم ليمثل اتجاهها •

خط الفعل (Line of Action) : هو خط تقع عليه المتجهة أو بعبارة اخرى تعمل المتجهة على هذا الخط •

نقطة التأثير (Point of Application) : هي تلك المنطقة الواقعة في جسم ، وتمر منها المتجهة المسلطة على ذلك الجسم ، وتؤثر فيـــه عنـدها •

المتجهات المستوية (Coplanar Vectors) : هي تلك المتجهات الواقعة في مستو واحد •

المتجهات المتلاقية (Concurrent Vectors) : هي تلك المتجهات التي تلتقي هي أو خطوط تأثيرها على نقطة مشتركة واحـدة • ويعني هذا انه لا تقع أكثر من متجهتين في مستو واحد •

المتجهات غير المتلاقية (Nonconcurrent Vectors) : هي تلك المتجهات التي لا تلتقي هي أو خطوط فعلها في نقطة مشتركة واحـدة او بعبارة اخرى لا يلتقي أكثر من اثنتين منها في نقطة واحدة •

المتجهات المتخالفة (Non coplanar Vectors) : هي تلـك المتجهات التي لا تقع في مستو واحد ، ولا يمكن وجود نقطة مشتركة بينهـــا •

المحصـــلة (Resultant) : هي تلك المتجهة الناتجة من جمع متجهين معلومتين أو اكثر ، ويمكن ان تحل محلهما ويبقى لهـــا نفس التأثـير •

المعادلة (بكسر الدال) (Equilibrant) : هي تلك المتجهـة اللازمة لموازنة محصلة متجهتين أو أكثر وذلك للحصـول على توازن

وتكون هي والمحصلة على استقامة واحدة ولكن باتجاهين متعاكسين •

المركبات (Components) : هي تلك القوى ذات الاتجاهات المعلومة والتي اذا ما اتحدت أو اضيفت بعضها الى بعض كانت محصلتها المتجهة الاصلية •

الشد أو التوتر (Tension) : هو حالة الجسم الذي يتعرض لقوى سحب متعاكسة تحاول مده او تطويله •

الضغط أو الكبس (Compression) : هو حالة الجسم الذي يتعرض لقوى دفع متقابلة تحاول حصره أو تقصيره •

مخطط الفراغ (Space Diagram) : هو الرسـم الذي يظهر فيه موقع واتجاه القوى ولا يشترط ان يكون بمقياس دقيق •

مخطط المتجهات (Vector Diagram) : هو الرسم الذي تظهر فيه الموجهات بمقياس مناسب حسب نظام معين • وفائدته التمكين من وجود القوى المجهولة في حل المسائل الهندسية وغيرها •

القوانين الاساسية للمتجهات :

١ ـ يمكن ان تؤثر المتجهة في أية نقطة واقعة على خط فعلها ولا يتغير مقدارها •

٢ ـ تكون كل متجهتين متلاقيتين أو متوازيتين في مستو واحد دائمـا لكن ليس من الضروري ان تقع ثلاث أو اربع متجهات في مستو واحـــد •

٣ ـ تكون كل متجهة في مخطط المتجهات موازية لنظيرتها في المخطط الفراغ •

٤ ـ يكون مخطط المتجهات التي هي في حالة توازن مضلعا مغلقـا ، اضلاعه هي المتجهات ، بحيث تمس بداية المتجهة الثانيـة نهايـة المتجهة الاولى ، وبداية الثالثة للثانية وهكذا •

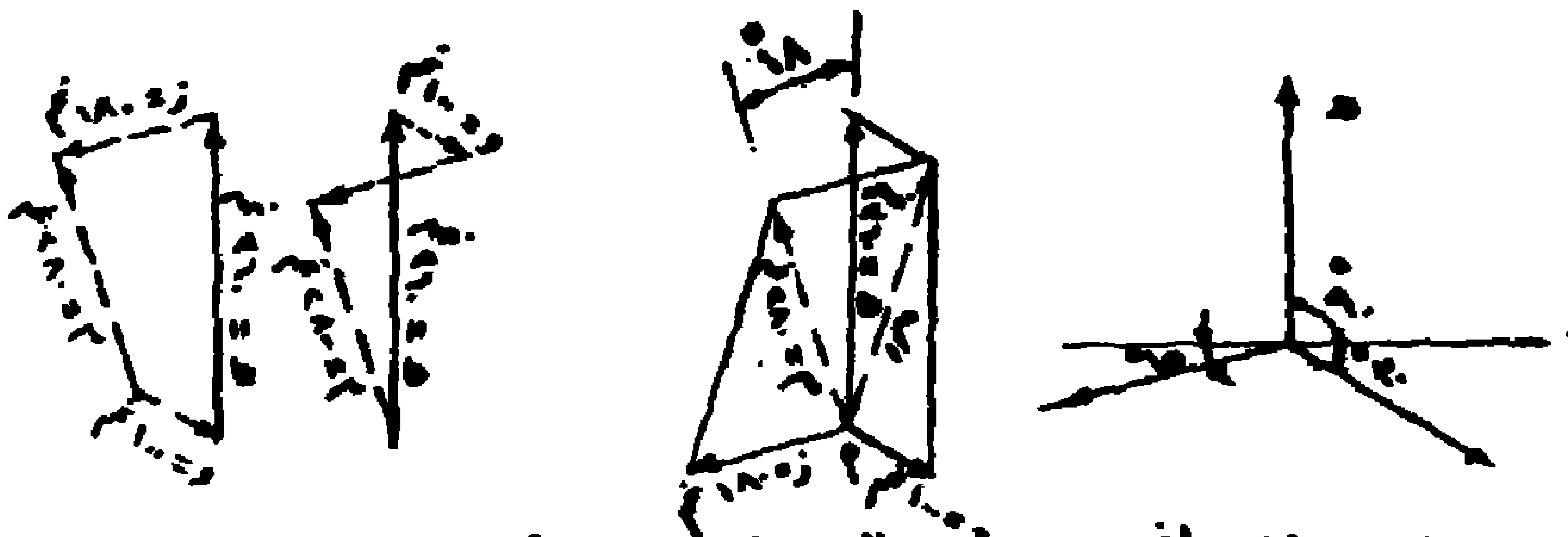
٥ ـ تعني المتجهة التي تؤثر خارج نقطة تلاقي المتجهات المتوازنة شدا والتي تؤثر نحو النقطة ضغطا •

محصلة المتجهات المتلاقية والواقعة في مستو واحد : ـ

هنالك طريقتان لوجود المحصلة للمتجهات المتلاقية في نقطة واحدة والواقعة في مستو واحد وهما طريقة متوازي الاضلاع وطريقة المضلع. وتحتاج الاخيرة الى عمليات أقل من الاولى لذا فهي تستعمل اكثر لحل المسائل المتعلقة بالقوى بصورة عامة .

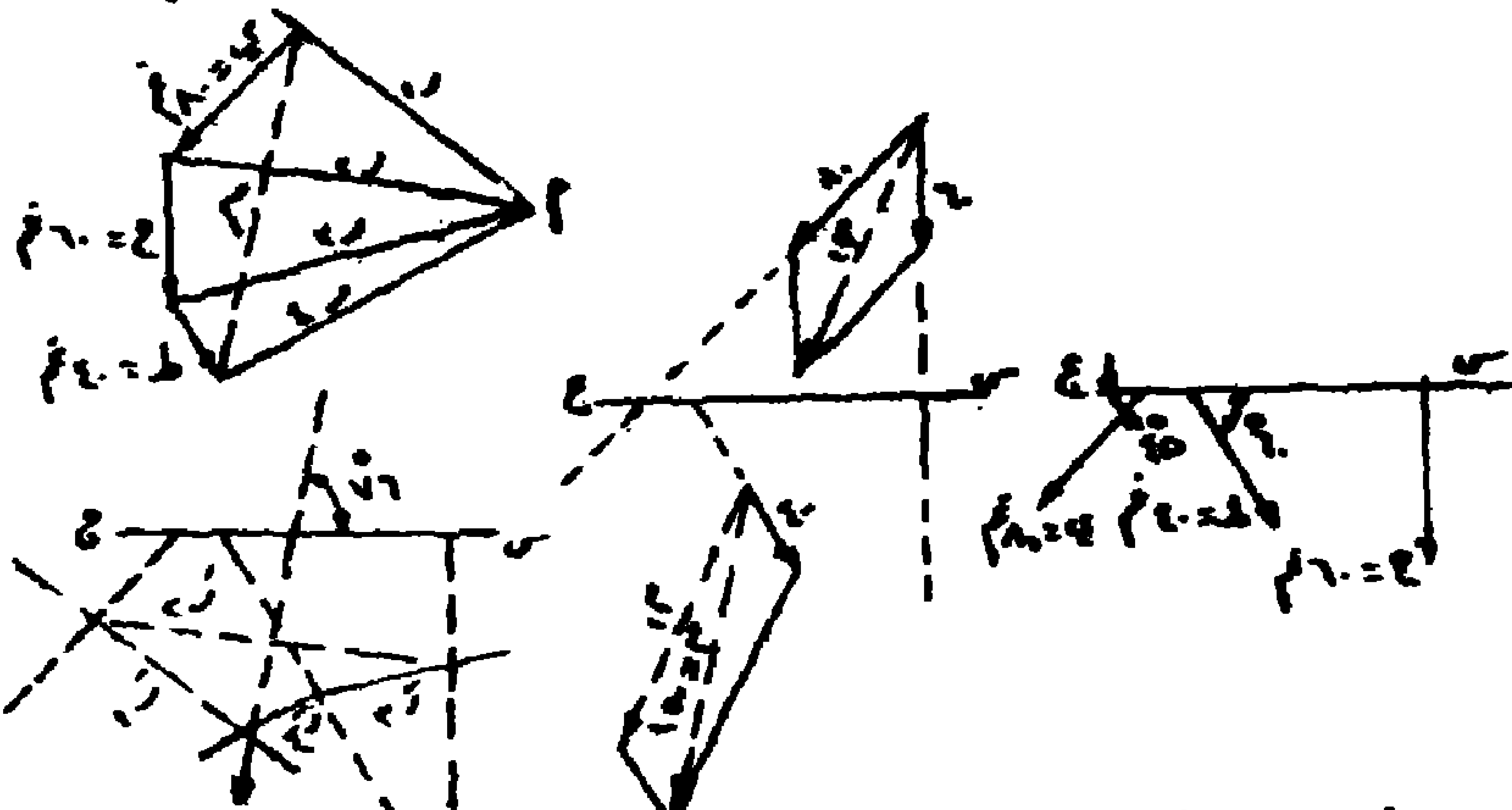
ففي الطريقة الاولى تكون محصلة أي متجهتين ملتقيتين قطر المتوازي الاضلاع المنشأ بواسطة هاتين المتجهتين كأضلاع له . أما في طريقة المضلع فان محصلة اي عدد من المتجهات هي الخط اللازم لغلق المضلع المنشأ بأضافة المتجهات الواحدة بعد الاخرى كأضلاع له .

وفي أدناه حل لمثال بالطريقتين المذكورتين ، ففي الشكل (٦٦ أ) المخطط الفراغي لثلاث قوى (متجهات) ملتقية في نقطة أ ، فبعد اختيار مقياس مناسب للرسم نرى ان الجواب واحد في كل من طريقتي الحل



(أ) مخطط الفراغ (ب) المحصلة بطريقة متوازي الاضلاع (جـ) المحصلة بطريقة المضلع

شكل (٦٦) محصلة متجهات متلاقية وواقعة في مستو واحد



(أ) مخطط الفراغ (ب) المحصلة بطريقة نقطة التأثير (جـ) المحصلة بطريقة المضلع والخيط

شكل (٦٧) محصلة متجهات واقعة في مستو وليست متلاقية في نقطة

شكل (٦٦ب ، ٦٦جـ) حيث تكون المحصلة النهائية (م) ٢٨٠ غراماً وتميل ١٨ درجة غرب الشمال •

محصلة المتجهات الواقعة في مستو واحد وليست متلاقية في نقطة واحدة:

هنالك طريقتان لحل المسائل المتعلقة بهذا النظام من القوى ، اولاهما طريقة خط فعل المتجهة ، والثانية طريقة مضلع القوى أو المركبات •

ففي الطريقة الاولى نجد نقطة تقاطع متجهتين من المتجهات المعلومة ، ثم نجد المحصلة بطريقة متوازي الاضلاع ، وبعده نجد نقطة تقاطع المحصلة المذكورة والمتجهة الثالثة ومن ثم نجد المحصلة لهما والتي تكون هي نفس المحصلة المطلوبة للقوى الثلاث • أما في الطريقة الثانية (طريقة المضلع) فنرسم المتجهات بحيث تمس نهاية الواحدة بداية الاخرى في رؤوس المضلع ، ومن ثم نختار نقطة خارج المضلع ونصل بينها وبين رؤوس المضلع بخطوط (اشعة) تمس متجهتين اصليتين • والآن نرسم في مخطط الفراغ وبين كل متجهتين مستقيمات موازية لتلك الاشعة على التناظر • وستشكل هذه المستقيمات مضلعا يدعى المضلع المشدود أو مضلع الدوران حيث يقع كل رأس من رؤوسه على احدى المتجهات والرأس الاخير للمضلع والناتج من تقاطع مستقيمين موازيين للشعاع الاول والشعاع الاخير في مضلع القوى يقع على خط فعل المحصلة المطلوبة •

وفي الشكل (٦٧ أ) حل لمثال بالطريقتين المذكورتين حيث نرى ثلاث قوى واقعة في مستو واحد وليست متلاقية في نقطة واحدة وهي ح = ٦٠ غراما ، ط = ٤٠ غراما ، ي = ٨٠ غراما وتؤثر على قضيب طوله ٤٠ سم ، وتبعد نقاط تأثير هذه القوى عن (ع) ٣٥سم ، ١٠ سم ٥ سم على التوالي • فبعد اختيار مقياس مناسب للرسم نرى ان الجواب واحد في كل من طريقتي الحل شكل (٦٧ ب) ، شكل (٦٧ حـ) حيث تكون المحصلة النهائية (م) ١٥٠ غم واتجاهها يميل ١٤° غرب الجنوب وتبعد نقطة تأثيرها عن (ع) ١٨ سم •

محصلة المتجهات الملتقية وليست واقعة في مستو واحد :

لوجود محصلة قوى ملتقية في نقطة واحدة ولكنها ليست واقعة في مستو واحد ، تلزم معرفة المساقط الافقية والمساقط الوجهية أو أي مسقطين رئيسين للمتجهات ، ومن ثم تحويـل المسـاقط العموديـة (Orthographic Views) الى مضلع قوى • وبما ان مضلع القوى هذا غير مغلق (الا في حالة التوازن حيث تكون المحصلة صفرا) نصل نهاية القوة (المتجهة) الاولى ببداية القوة الاخيرة في كل من المسقطين الرئيسين ونحصل على المحصلة بمسقطيها شكل (٦٨ ب) حيث يمكن وجود طولها الحقيقي شكل (٦٨ حـ) ، وذلك باسقاطها على مسـتو مسـاعد اولي •

ففي أدناه حل لمثال لنظام قوى متلاقية وليست في مستو واحـد ففي الشكل ٦٨ (أ) المعلوم المسقطان الافقي والوجهي لثلاث قوى هي أ ، ب ، حـ والملتقية في نقطة ن ، وبعده نرسم بمقياس مناسـب مضلع المتجهات في كل من المسقطين الرئيسين والحصول على مسقطي المحصلة كما في شكل ١٨ (ب) ، ثم نجـد مقدار للمحصلة التي هو عبارة عـن الطول الحقيقي لمستقيم في وضع عام ، ويسـاوي ٣٥٠ غراما كمـا في الشـكل (٦٨ حـ) •

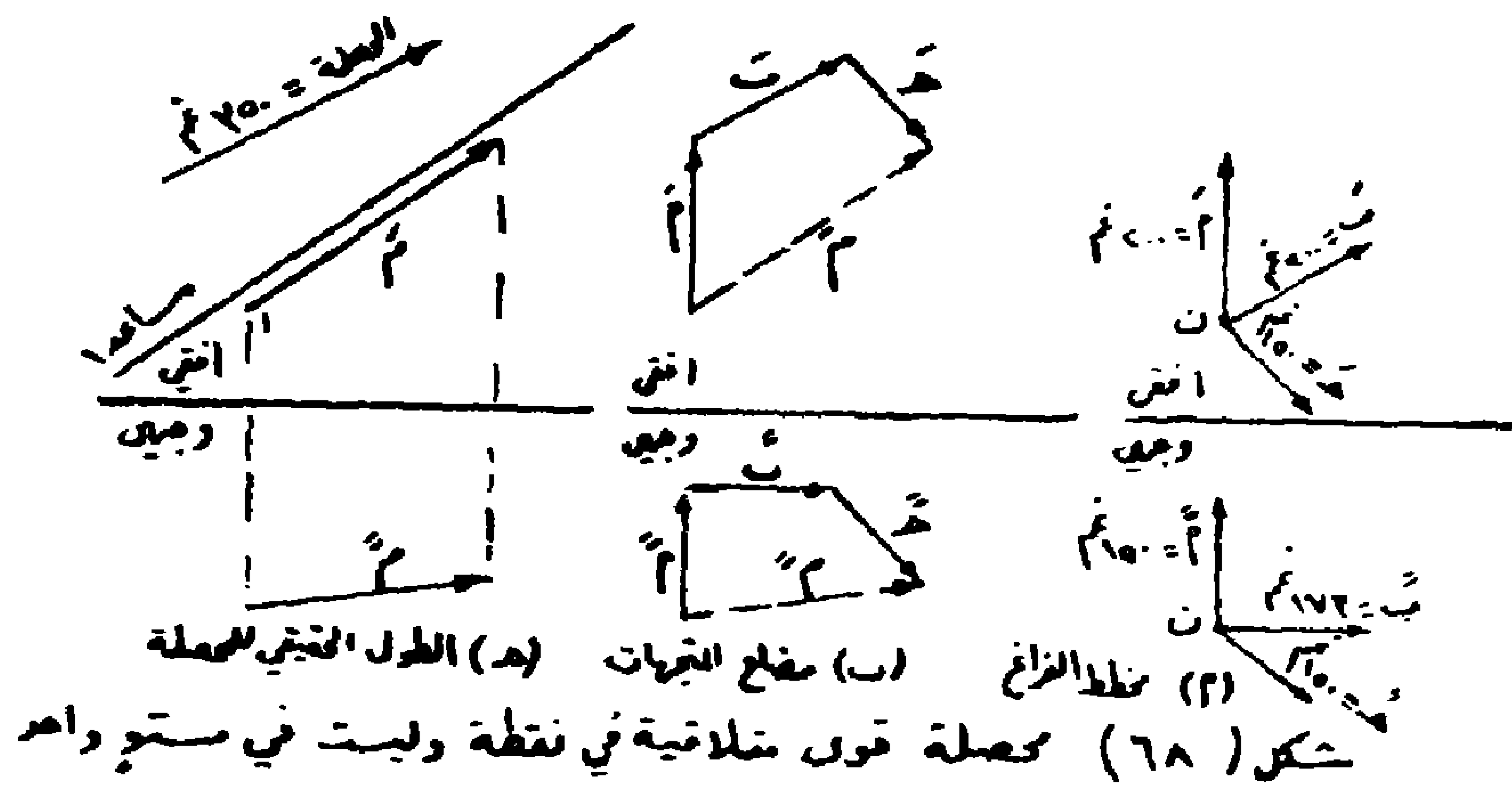
تحليل متجهة الى مركبتين متلاقيتين :

يمكن تجزئة او فسخ اية متجهة الى مركبتـين متلاقيتين واقعتين في مستو واحد وبأتجاهين معلومين ويمكن ان تحل محلهمـا ، وتدعى هذه العملية بتحليل المتجهات ، وهي عبارة عن جعـل المتجهة المطلوب تحليلها قطرا لمتوازي اضلاع اتجاهات اضلاعه باتجاه المركبات • ففي الشكل (٦٩ أ) نرى مخطط الفراغ لقوة مقدارها ١٣٠ غراما وتؤثـر على جسم في النقطة (ن) والمطلوب تحليلها الى مركبتين بالاتجـاهين المبينين ، اعني باتجاه ل ، واتجاه م • ولحل هذه المسألة نختار مقياسـا مناسبا ونؤشر عليه طول القوةالمعلومة كما في الشكل (٦٩ ب) ثم نكمل

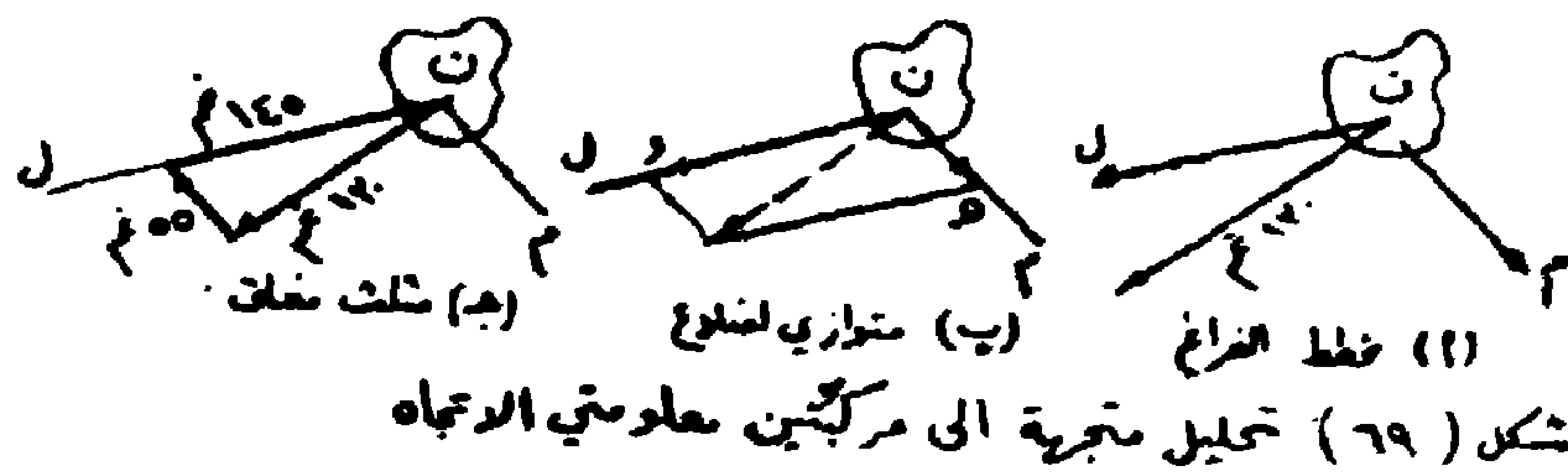
متوازي الاضلاع بحيث يكون ن ل ، ن م ضلعين فيه وذلك برسم مستقيمين موازيين للاتجاهين ل ، م على التوالي من رأس سهم المتجهه (القوة) فيقطعان الاتجاهين المعلومين بالنقطتين و ، هـ على التوالي . ان المسافة ن و تمثل مقدار المركبة الاولى ، والمسافة ن ، هـ تمثل مقدار المركبة الثانية . أما في الشكل (٦٩ جـ) حيث اعتبرنا المسألة وكأنها في حالة توازن فنرى اكمال المثلث المغلق وذلك برسم مستقيم يوازي ن م من رأس السهم حيث يقطع ن ل ، ثم اعتبرنا اتجاه الاسهم المستمر بمثابة توازن (لماذا ؟)

تحليل متجهة الى ثلاث مركبات متلاقية :

يمكن تجزئة او تحليل أية متجهة في الفراغ الى ثلاث مركبات ملتقية في نقطة واحدة وباتجاهات معلومة ، ويمكن لهذه المركبات ان تحل محل متجهة الفراغ الاصلية . وسنعتمد في حلنا للمسائل المتعلقة بهذه العملية على المستويات المساعدة (راجع الفصل السابع) وثمة



شكل (٦٨) محصلة قوى متلاقية في نقطة وليست في مستوٍ واحد



شكل (٦٩) تحليل متجهة الى مركبتين معلومتي الاتجاه

طريقتـــان : الاولى هي طريقـــة المســقط المســـتقيم لمستو والثانية هي طريقة المسقط **Edge View of plane Method** النقطـــة لمســـــتقيم **Point View of Line Method**
وفي كلتا الحالتين يجب معرفة مسقطين رئيسين للمتجهة المعلومة واتجاه المركبـات الثـلاث •

مســـألة :

المعلوم المخطط الفراغي لركيزة ذات ثلاث قوائم تلتقي بالنقطـة (أ) وتستند على الارض بالنقاط ر ، ل ، م وتحمل ثقلا شاقوليا (ق) مقداره ٥٠٠ كيلو غراما ، والمطلوب وجود الاجهاد في كل عضو •

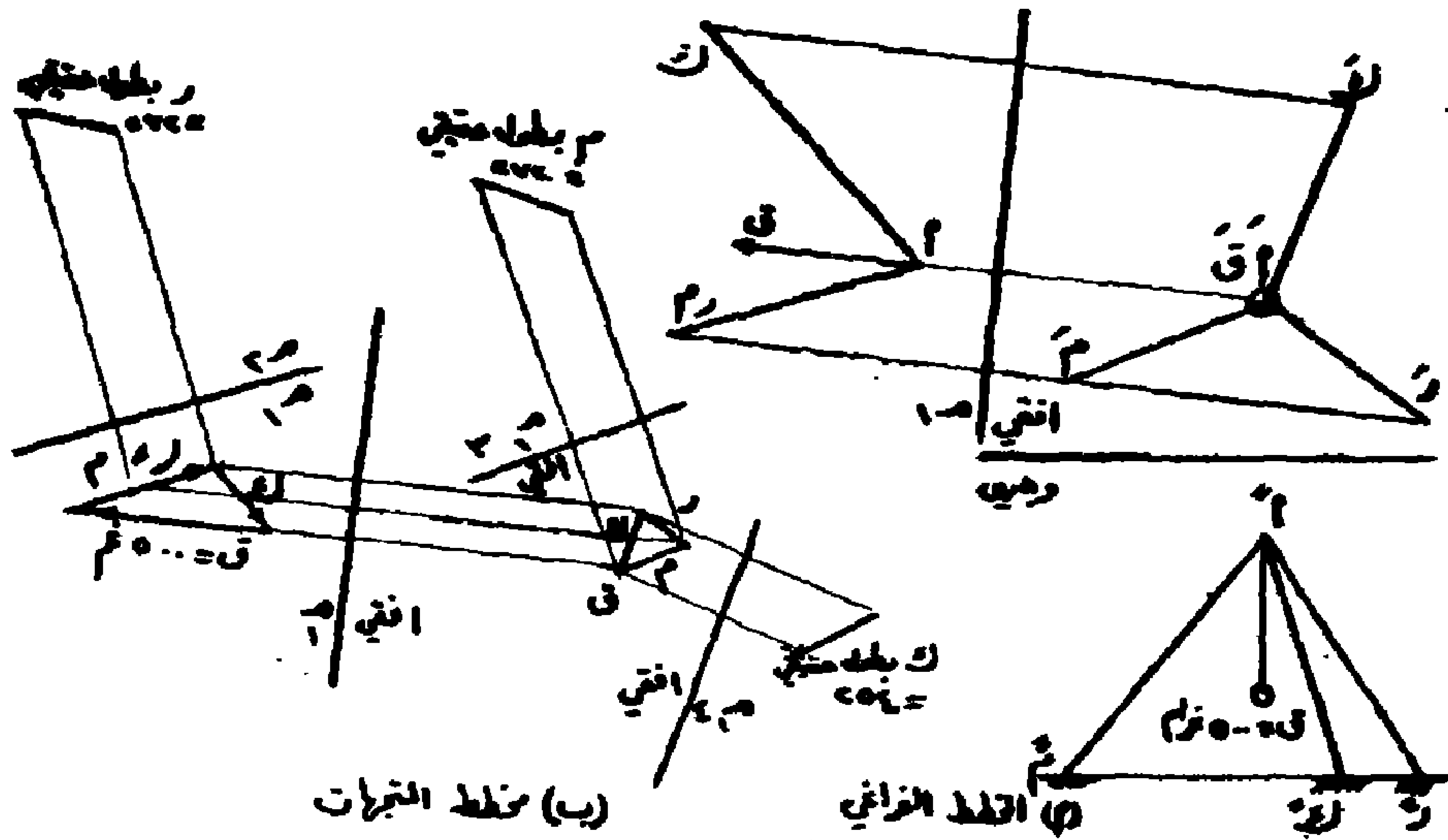
ففي الطريقة الاولى نعتبر الخط ل م في الشكل ٧٠ (أ) مستقيمه افقيا يظهر بطوله الحقيقي في المستوى الافقي للاسقاط ، فنأخذ مستويا مساعدا عموديا عليه ونسقط عليه النقاط أ ، ر ، ل ، م فيظهر المستوى أ ل م المار بالمستقيم ل م خطا مستقيما •

وفي هذا المستوى يمكن تجزئة المتجهة الى مركبتين احداهما تمثل القوة أ ر والثانية تمثل قوتين مجهولتين هما في هذه الحالة أ م م ، أ ر حيث تظهران منطبقتين ، والان نستعين بالمســقط الافقي ليساعدنا في تقسيم هذه المركبة الى قسمين •

ففي الشكل ٧٠ (ب) نجد الطول الحقيقي لكل مركبـة لوجود المقدار الصحيح لكل من القوى او المركبات الثلاث •

ومن ثم نرسم بمقياس مناسب مخطط المتجهات وذلك برســـم خطوط موازية لمساقط المركبات على المستوى المساعد الاولي والمستوى الافقي للاسقاط ، وبعد تعيين مضلعات القوى نجد الطول الحقيقي لكل من المركبات بصورة مستقلة وذلك بالاستعانة بمســتويات مســاعدة اخـــرى •

وفي الطريقة الثانية نحاول اظهار خط يمثـل احدى المركبـات المجهولة بهيئة مسقط نقطة (Point View) وذلك بعد اسقاطه على مستو مساعد اولي لاظهار طوله الحقيقي ثم على مستو مساعد ثانوي•



(أ) المخطط الفراغي (ب) مخطط المتجهات

شكل (٧١) تحليل قوة الى ثلاث مركبات بطريقة المسقط المستقيم لمستو

وقد اخترنا في هذه المسألة الخط أ ك الذي ظهر كنقطة في المستوى م٢ انظر الشكل ٧١ (أ) • الآن نرسم بمقياس مناسب مخطط المتجهات في المستوى المساعد الاولي والمستوى المساعد الثانوي كما في الشكل ٧١ (ب) ، على ان نرسم القوة (ق) بمقدارها الحقيقي ، ومن ثم تمكن معرفة مضلع القوى المغلق (لماذا ؟)• ومن بعده معرفة الطول الحقيقي لكل مركبة بعد اسقاطها على مستوى مساعد مواز لها •

يلاحظ من الطريقتين السالفتي الذكر ان مقدار المركبات الثلاث هو كالآتي : —

مأ = ٢٧٢ غرام ، رأ = ٢٥٤ ، لأ = ٢٧٢ غرام •

المزدوج الناتج من متجهات متوازية :

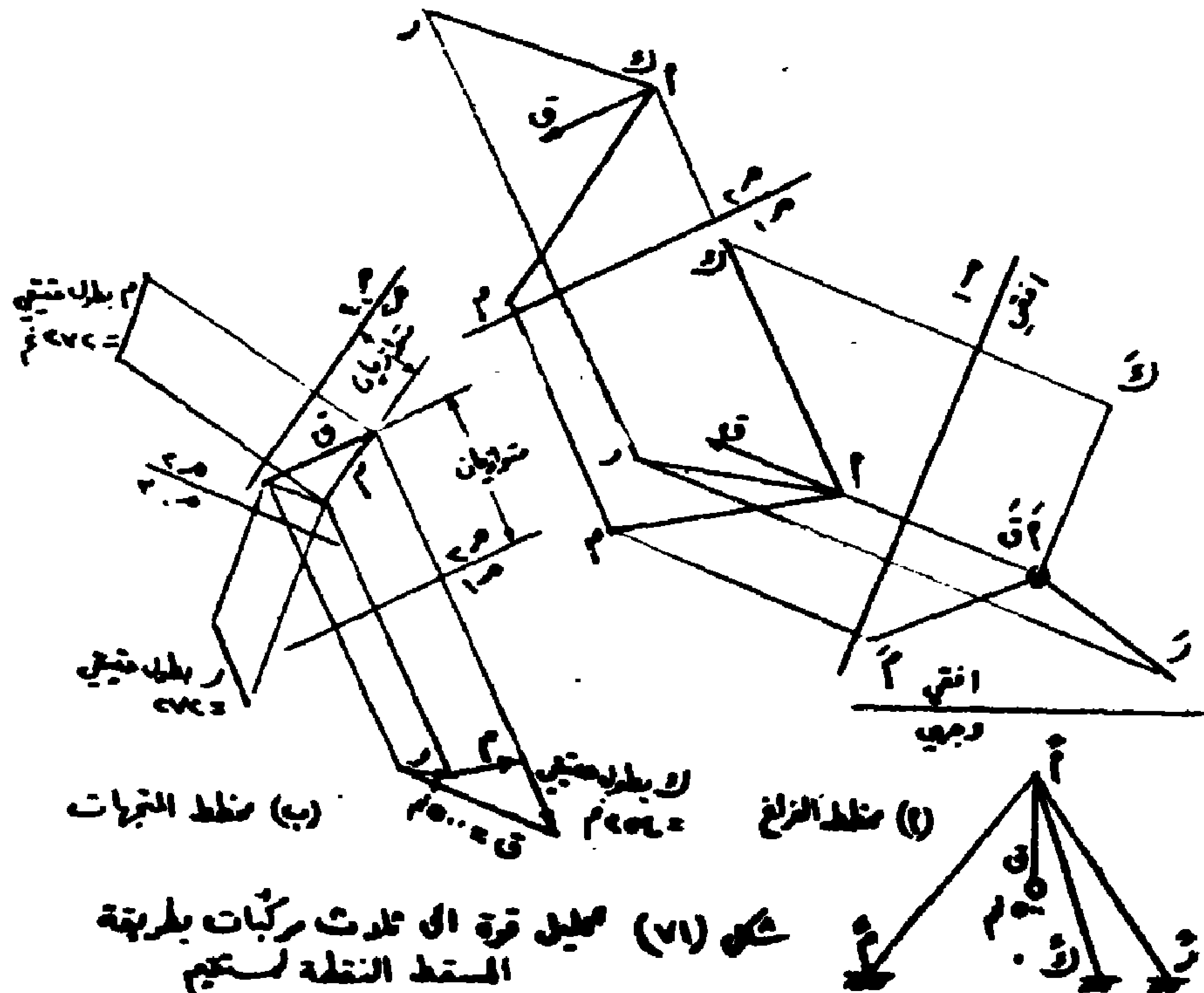
المزدوج هو الاسم الوصفي لقوتين متوازيتين ومتساويتين بالمقدار لكنهما متعاكستان بالاتجاه تؤثران على جسم ما وتسببان دورانه • وعند ذكر المزدوج يجدر بنا ان نذكر العزم الذي يشابهه في التأثير في دوران الجسم وهو مساو لحاصل ضرب مقدار احدى القوتين × المسافة العمودية بينهما •

ففي الشكل ٧٢ (أ) توجد ثلاث قوى متوازية وواقعة في مستو

واحد ومؤثرة على جسم ، فبعد رسم مخطط المتجهات بمقياس مناسب، ورسم الاشعة المتلاقية في النقطة (ن) كما في الشكل ٧٢ (ب) ، نرسم خطوط موازية لهذه الاشعة في مخطط الفراغ نينتج ما يسمى بمضلع الدوران أو المضلع المشدود شكل ٧٢ (جـ) ونلاحظ هنا ان المضلع غير مغلق وفي ذلك دلالة على عدم التوازن لا بل نرى ان الشعاعين الاول والاخير في هذا المضلع متوازيان ، وهذا ما ينتج عنه ما يسمى المزدوج. اذ المسافة العمودية بين هذين الخطين اللذين يمثلان قوتي المزدوج والمؤشرة بالحرف (س) تساوي ٤٠ سنتمترا ، ومقدار القوة او كل من القوتين تساوي ٦٤ غراما وهي المسافة المقاسة من النقطة ن الى س ، في الشكل ٧٢ (ب) فيكون مقدار عزم المزدوج الناتج = ٦٤×٤٠= ٢٥٦٠ غرام سم وبأتجاه معاكس لعقرب الساعة (لماذا ؟) .

محصلة متجهات متوازية مؤثرة على عتبة (Beam) مسندة

عندما تؤثر قوتان أو اكثر على عتبة مستندة على مسند واحد أو أكثر فانه يمكن معرفة مقدار وموقع محصلة تلك القوى أعني نقطة



شكل (٧١) تحليل قوة الى ثلاث مركبات بطريقة المستقيم النقطة لـ.....

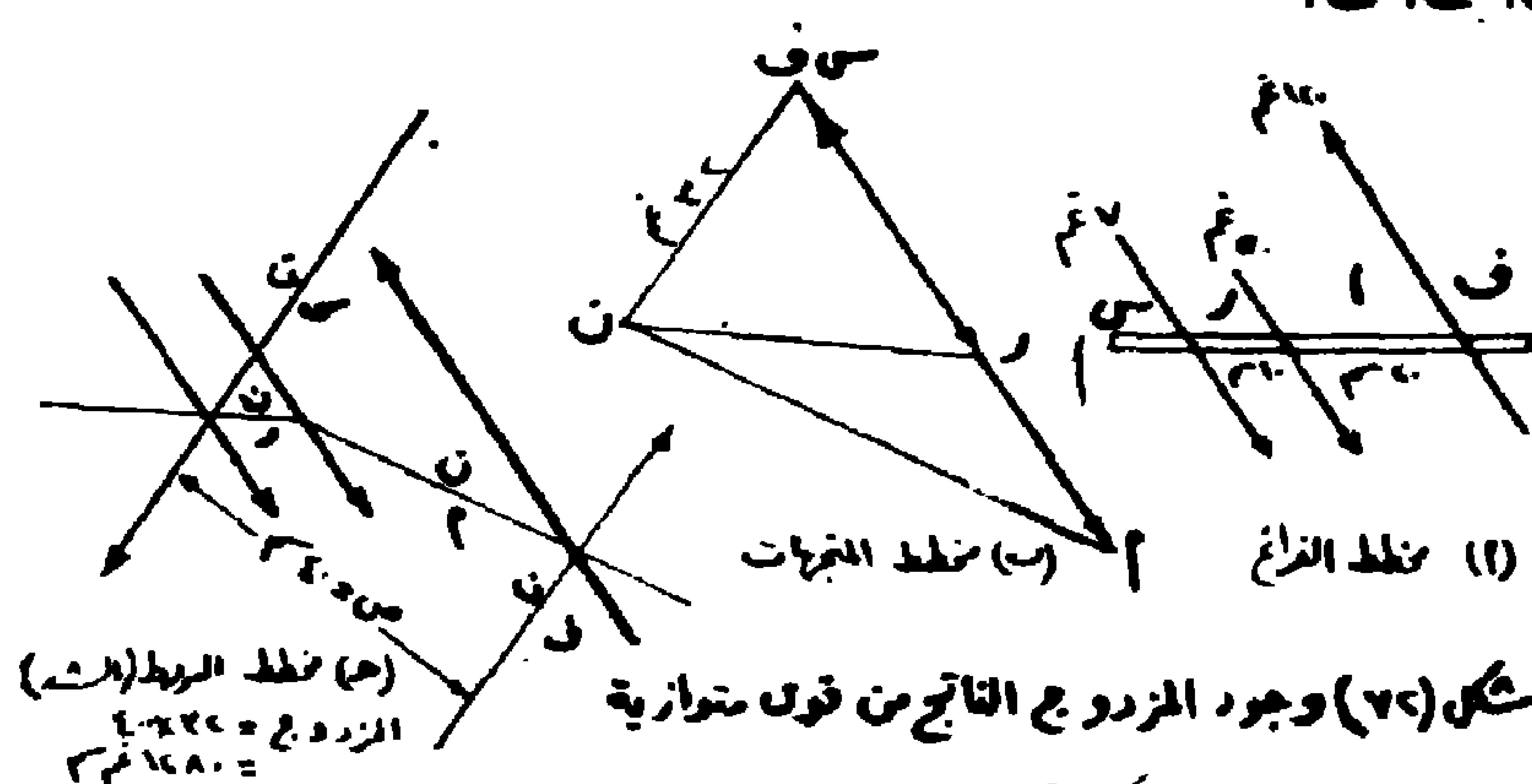
تأثيرها على العتبة ، وكذلك يمكن وجود كل من ردي فعل المسندين •
اذ لمعرفة نقطة تأثير المحصلة أهمية كبرى بالنسبة للعتبــات والجسور وخاصة اذا ما اريد اضافة مسند ثالث وكان المطلوب اختيار افضــل موقــع •

ففي الشــكل (٧٣) المعلوم اربع قوى متوازية مؤثرة على عتبة طولها ٩٥ سم ، والمطلوب وجود موقع المحصلة وردي فعل كل من المسند الايمن والايسر • ولحل المسألة تتبع الخطوات الآتية : ـ

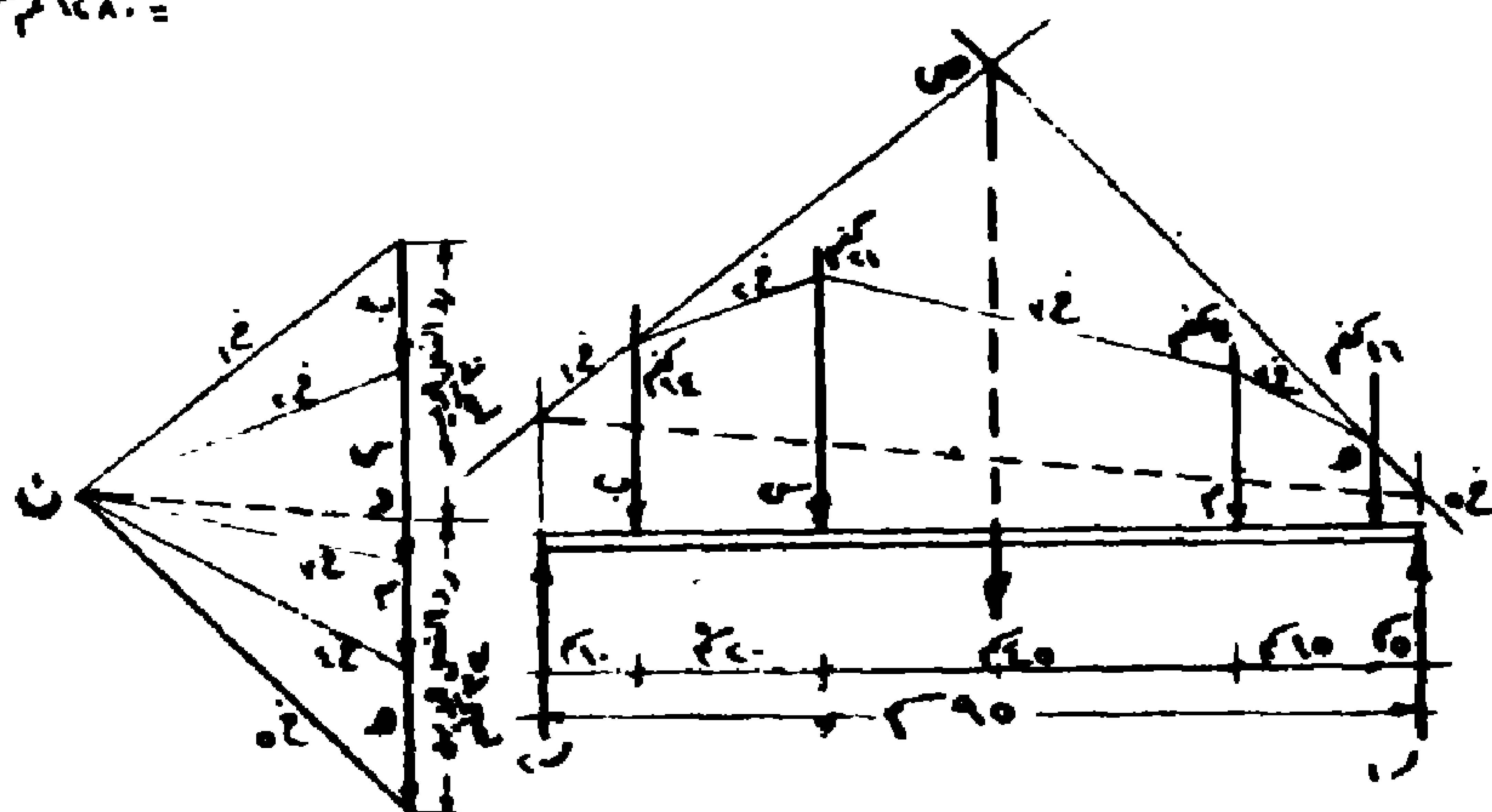
١ ـ نرسم المخطط الفراغي ليبين موقع القوى وخطوط رد الفعل كما في الشــكل ٧٣ (أ) •

٢ ـ نجمع المتجهات كما في الشــكل ٧٣ (ب) •

٣ ـ توضع نقطة في موضع مناسب مثل (ن) وترســم منها اشــعة أو خطوط (Strings) الى بداية ونهــاية كل من المتجهات ، هي خ١ خ٢ خ٣ ••••



شكل (٧٢) وجود المزدوج الناتج من قوى متوازية



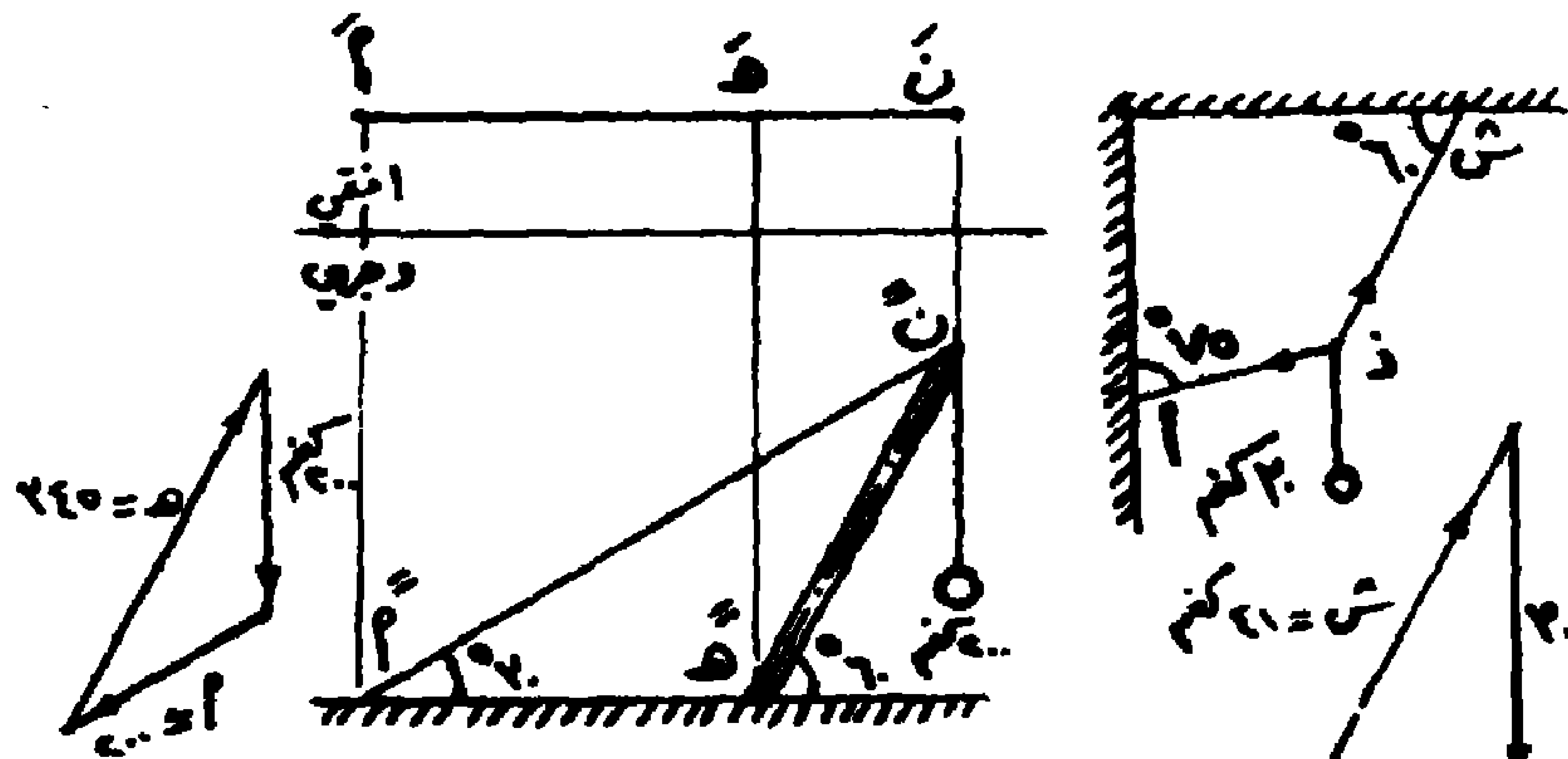
شكل (٧٣) وجود محصلة قوى متوازية على عتبة (Beam) وردي فعلها

٤ ـ نرسم في الشكل ٧٣ (أ) مستقيمات متوازية للاشعة المذكورة وبين القوى المعلومة .

٥ ـ ان الخطين المرسومين في مخطط الفراغ ، والموازيين لـ خ١ . خ٢ اي الشعاع الاول والاخير يلتقيان في النقطة (ص) .

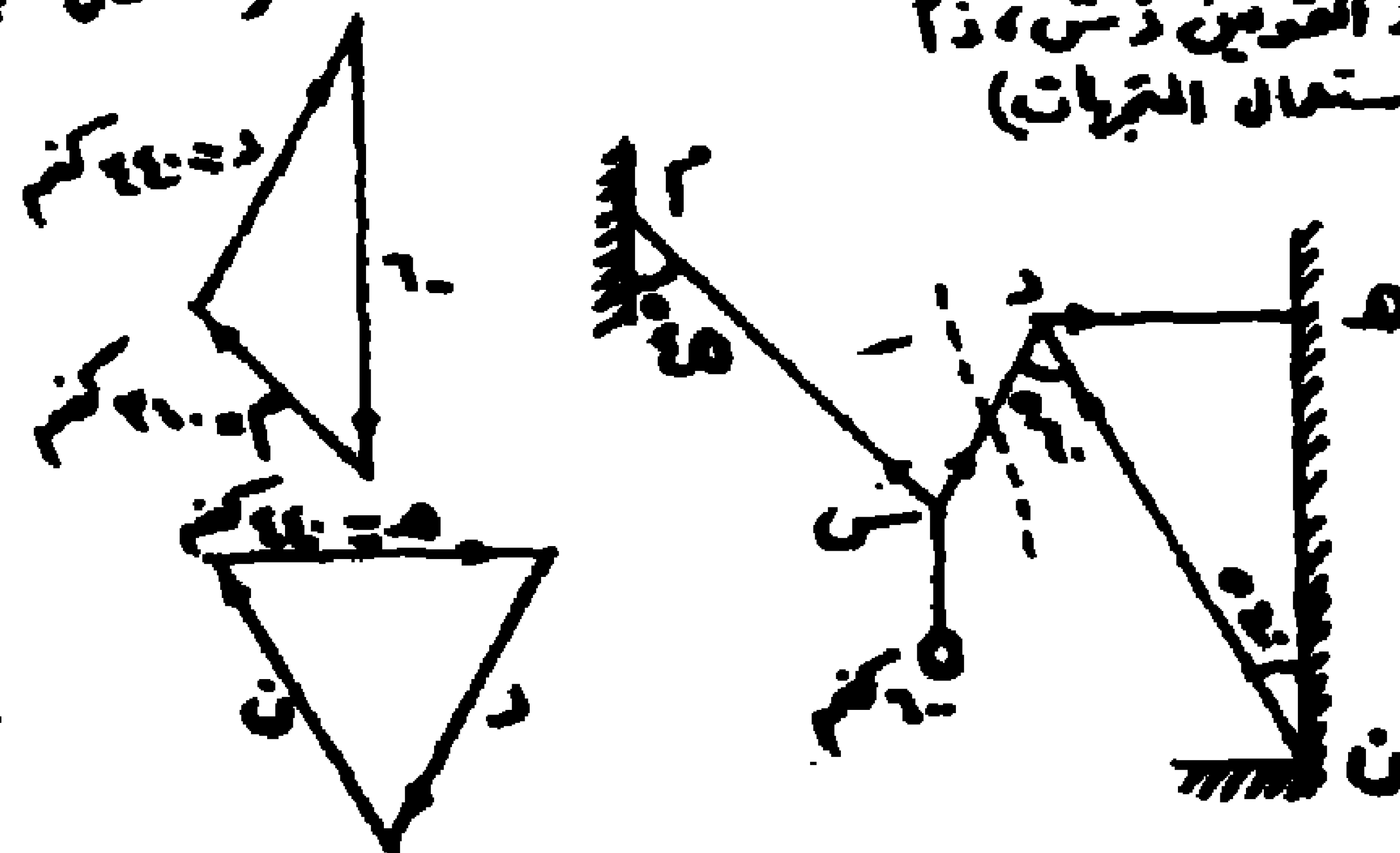
٦ ـ من تلك النقطة نرسم خطا شاقوليا موازيا للقوى والمحصلة فيتعين الآن مقدار المحصلة وموقع تأثيرها .

٧ ـ ومن الفقرة (٥) ايضا حيث يقطع الخطان المذكوران امتدادات ردي الفعل بنقطتين ، لو وصل بينهما لنتج خط يوازي الشعاع المطلوب رسمه في مخطط المتجهات ، ولندعه ن و حيث ان (و) تفصل المحصلة في ردي فعل المسندين الايسر (٣٠ كغم) والايمن (٣٢ كغم) .



شكل (٧٥) وجود القوتين في ن أ ، هـ ن (باستعمال المتجهات)

شكل (٧٤) وجود القوتين ذ ش ، ذ أ (باستعمال المتجهات)



شكل (٧٦) وجود قوة الشد في د هـ (باستعمال المتجهات)

مسائل مطولة :

١ ـ ما مقــدار الشد في كل من الحبلين اللذين يحملان الثقل المدلى في الشــكل (٧٤) ؟

الحــل :

نرسم مضلع القوى المغلق بمقياس مناسب ابتداء بالقوة ٣٠ كغم ، ثم نرسم من رأس السهم خطا يوازي ذ أ ومن نهاية السهم خطا يوازي ذ ش ، ومحل التقاء هذين الخطين نحصل على نقطة او رأس من رؤوس المضلع المغلق • نقيس الضلع الموازي لـ (ذ ش) ، والضلع الموازي لـ (ذ أ) ونرى انهما ٤١ كغم ، ٢١ كغم على التوالي •

٢ ـ ما مقدار الشد في الحبل ن أ والدفع في العمود او القارية **Boom** المبينة في الشكل (٧٥) اذا كان الثقل المحمول ٢٠٠ كغم ، والثلاثة في مستو واحد ؟

الحــل :

نرسم مضلع القوى المغلق كما في المسألة السابقة بمقياس مناسب ونجد ان الشد بالحبل = ٢٠٠ كغم والدفع بالعمود الدافع ٣٤٥ كغم • حقق النتيجة بالرياضيات •

٣ ـ ما مقدار الاجهاد الذي يكون في العضو د هـ من نظام الحبال المبينة في الشكل (٧٦) والتي تحمل الوزن ٦٠٠ كيلو غرام ؟

الحــل :

نأخذ القوى الملتقية في النقطة س ونعتبرها في حالة توازن ثــم نرسم لها بمقياس مناسب مضلعا مغلقا احد اضلاعه س د • نقيس س د فنجد انها تساوي ٤٤٠ كيلو غراما • ما مقدار الشد في الحبل س م ؟

الآن نأخذ القوى الملتقية في النقطة د حيث ان د هـ هي احــدى هذه القوى ونرسم مضلعا لهذه القوى المتوازية ونلاحظ ان د هـ = ٤٤٠ كيلو غراما ايضا •

تمارين على الفصل الثاني عشر

١ ـ المعلوم القوى الواقعة في مستو واحد والملتقية في نقطة والمبينة مقاديرها واتجاهاتها في الشكل (٧٧) ، والمطلوب وجود محصلة هذه القوى . ارسم بمقياس ١ سم لكل ٥ كغم .

٢ ـ المعلوم اللوح الخشبي أ ي الذي طوله ٩٣سم ووزنه ٥٠ كغم ، ويقع مركز ثقله في منتصفه ، ويحمل ثقلا مقداره ١٥٠ كغم ، ونهايته (أ) مثبتة أما النهاية (ي) فمستندة على نقطة تسمح لتمدد او تقلص اللوح ، كما في الشكل (٧٨) ، والمطلوب وجود المركبة العمودية (أ) ورد الفعل في كل من المسندين .

٣ ـ لو فرضنا في التمرين الثاني ان مركز ثقل اللوح يقع على بعد ٣١ سم من النهاية أ فما مقدار رد الفعل في كل من المسندين ؟

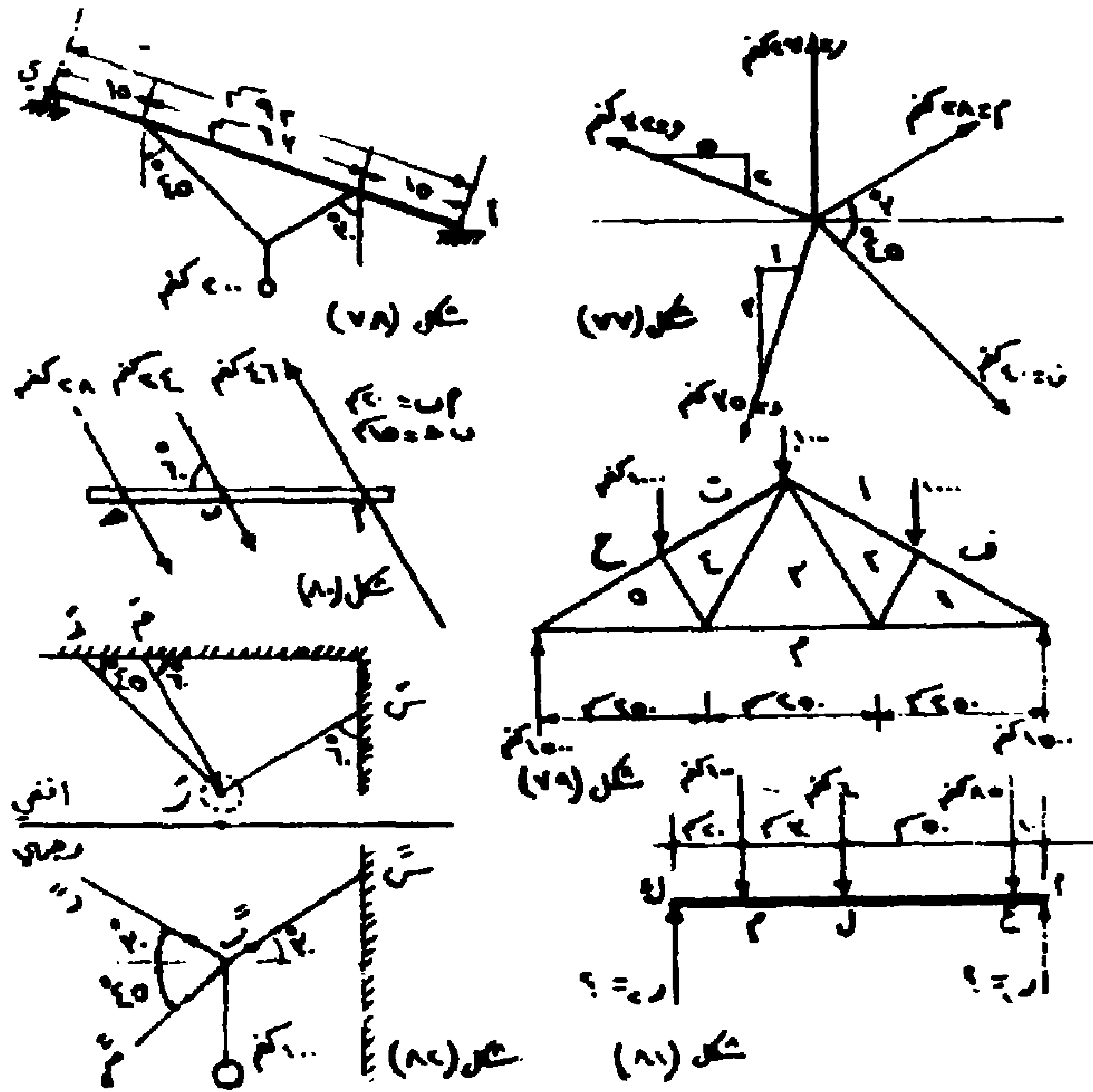
٤ ـ المعلوم القوى المؤثرة على المسنم (الجمالون) المبين في الشكل (٧٩) ، والمطلوب وجود الاجهاد في كل عضو من اعضائه مع بيان نوعه .

٥ ـ لو أضفنا الى التمرين الرابع قوتين افقيتين مقدار كل منهما ١٠٠٠ كغم في نقطة تأثير القوتين أ ت ، ت ح ، وكان المسند الايمن مثبتا والايسر قابل للحركة ، فما مقدار كل من ردي الفعل في المسندين؟ وما مقدار الاجهاد في كل جزء (عضو) من اجزاء الحبل الاسفل ؟

٦ ـ المعلوم القوى المتوازية والمؤثرة على الجسم المبين في الشكل (٨٠) في النقاط أ ، ب ، حـ . ما مقدار محصلة هذه القوى اذا كان أ ب = ٢٠سم ، ب حـ = ١٥سم . ارسم بمقياس ١سم : ١٠سم لمخطط الفراغ ، وبمقياس ١ سم لكل ١٠٠ كغم لمضلع القوى .

٧ ـ لو استبدلنا القوتين المارتين بالنقطتين أ ، ب في التمرين السادس احداهما محل الاخرى ، فماذا تكون النتيجة :

٨ ـ لو حذفنا القوة (جـ) من التمرين السادس فما مقدار المزدوج الذي يجب اضافته الى هذا الجسم ليكون في حالة توازن ؟ اعتبر ان احدى قوى المزدوج تمر من النقطة حـ .



٩ ـ المعلوم القوى المتوازية المؤثرة على عتبة طولها ١١٠ سم والمبينة في الشكل (٨١) • والمطلوب وجود كل من ردي فعل المسندين • وما مقدار المحصلة وبعد نقطة تأثيرها عن النهاية اليسرى ؟ ارسم بمقياس ١ سم لكل سم لمخطط الفراغ ، ومقياس ١ سم لكل ٢٠كغم للمتجهات •

١٠ ـ المعلوم المنشأ المبين في الشكل (٨٢) ليحمل كرة وزنها ١٠٠ كغم والمطلوب وجود مقدار الاجهاد في كل عضو مع بيان نوعه • ارسم بمقياس ١ سم لكل ٥٠ كغم •

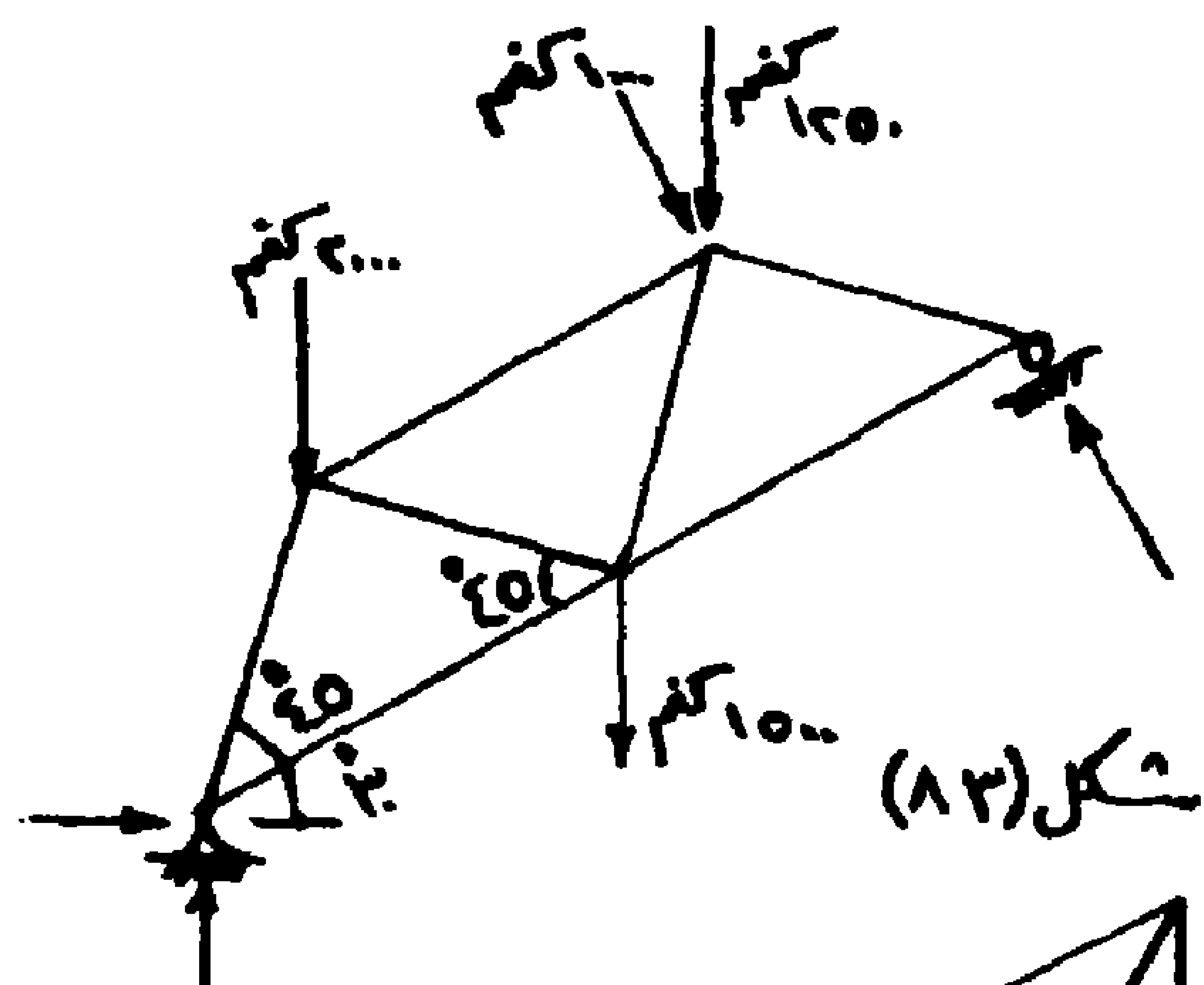
١١ ـ حقق النتيجة التي حصلنا عليها في الشكل (٧٢) بواسطة الرياضيات • وقارن بين النتيجتين •

١٢ ـ حقق النتيجة التي حصلنا عليها في الشكل (٧٣) بواسطة الرياضيات •

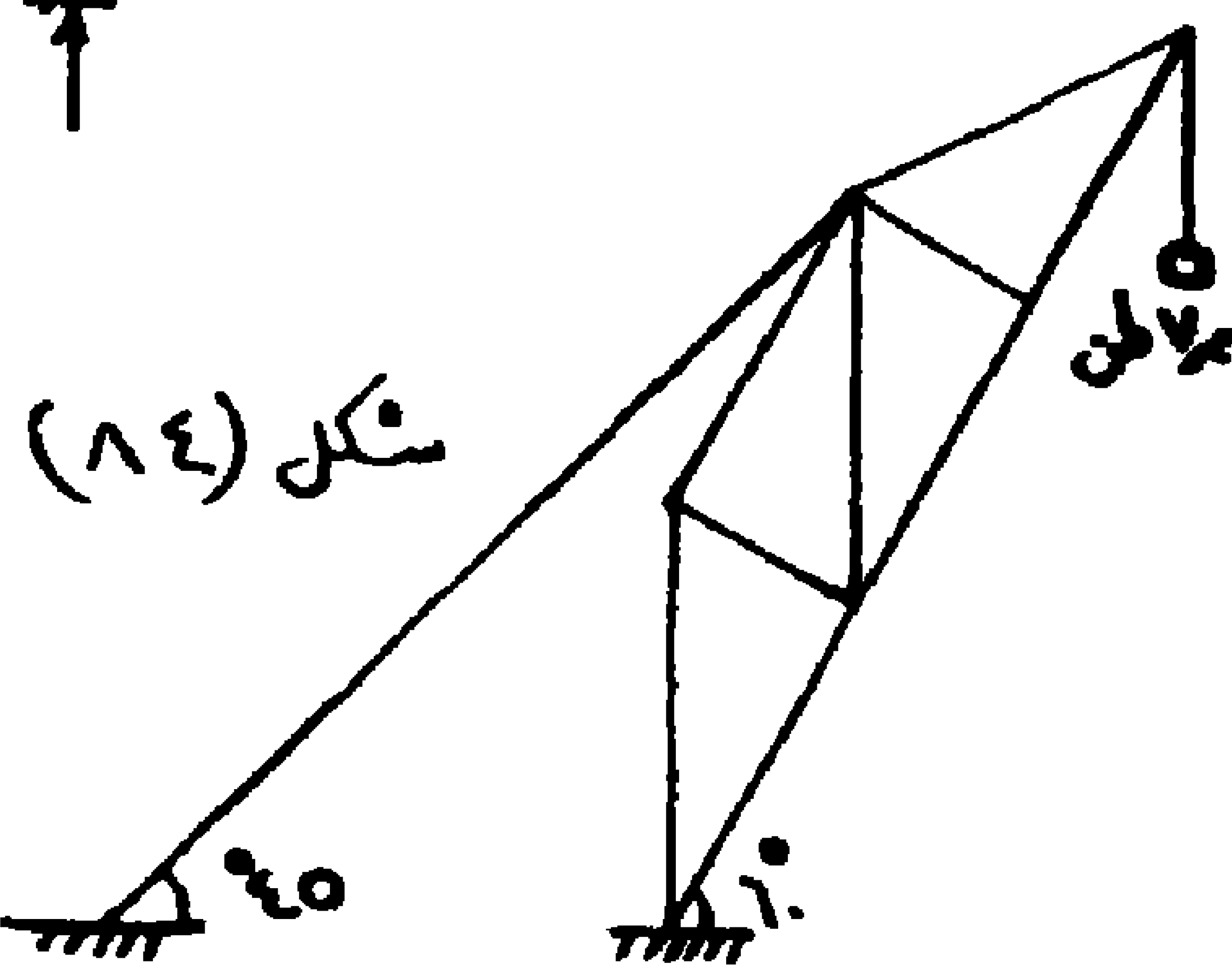
١٣ ـ جد ردود الفعل في مساند الهياكل الانشائية المبينة في الاشكال (٨٣) ، (٨٤) ، (٨٥) ، ومـا مقدار الاجهاد ونوعه في كل عضو من اعضائها ؟

١٤ ـ جد الاجهاد في الحبل المبين في الشكل (٨٤) اذا كانت الزاوية ٣٠ بـدلا من ٤٥ ؟

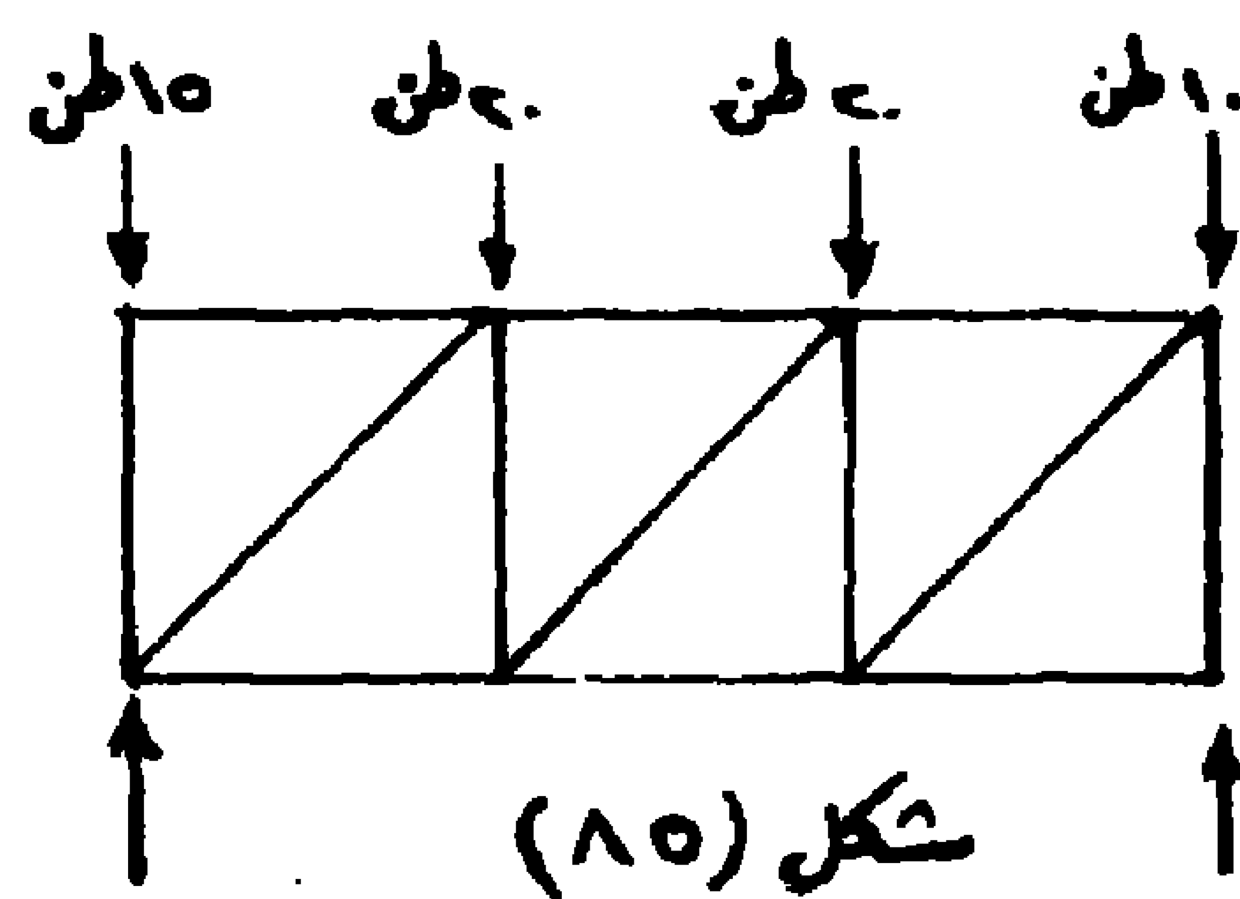
١٥ ـ جد مقدار الاجهاد ونوعه في كل عضو من اعضاء الهيكل الانشائي المبين في الشكل (٨٥) اذا كان مقدار كل من القوتين الوسطيتين = ٣٠ طنا بدلا من ٢٠ طن . اي عضو من الاعضاء يمكن اعتباره ثانويا ؟



شكل (٨٣)



شكل (٨٤)



شكل (٨٥)

تمارين عامة

١ ـ عرف باختصار ومثل كلا مما يأتي : ـ
مستو شاقولي ،مستقيم جانبي ، الاسقاط الاكسونومتري ، آثار مستقيم معلوم ، هرم ثلاثي منتظم (قائم) •

٢ ـ عرف ومثل كلا مما يأتي : ـ الاسقاط الرقمي ، المسقط المستقيم، مستو مار بخط الارض •

٣ ـ المعلوم المستقيم ل م باحداثيات نقاطه ل (٦، ٤، ١) ،م (٣، ١، ٦)• والمطلوب تعيين نقطة واقعة عليه (بمساقطها الثلاثة) بحيث تبعد عن المستوى الجانبي بقدر نصف بعدها عن المستوي الافقي •

٤ ـ المطلوب تمثيل الكرة التي مركزها النقطة م (٣، ٥، ٥) وطول قطرها = ٥ سم • ما حجم الكرة ومساحتها السطحية ؟

٥ ـ المطلوب تمثيل الكرة التي قطرها س ع ووجود حجمها اذا كانت س (٤، ٣، ٣) ، ع (٩، ٧، ٣) •

٦ ـ المعلوم مستقيم في وضع عام يتساوى ميله عن كل من المستويين الافقي والوجهي ، والمطلوب تعيين نقطة عليه على ان يكون بعدها عن المستوي الجانبي = نصف بعدها عن المستوى الافقي •

٧ ـ المطلوب تمثيل مستقيم وجهي طوله ٦سم ويبعد عن المستوي الوجهي للاسقاط ٤ سم ويصنع ٣٠° مع المستوي الافقي ، علما بان احدى نقاطه واقعة في المستوى الافقي وتبعد عن المستوي الجانبي ٥سم• جد بعد المستقيم عن نقطة الاصل •

٨ ـ مثل مستويا عموديا على المستوى الجانبي ويصنع ٣٠° مع المستوي الوجهي ويبعد ٤ سم عن خط الارض •

٩ ـ مثل مستويا (باثاره الثلاثة) يمر بنقطة الاصل اذا كان أثره الوجهي يميل ٣٠ درجة عن خط الارض •

١٠ ـ مثل كلا مما يأتي : ـ
أ ـ مستقيم جانبي (بمساقطه الثلاثة) يبعد (ـ ٢) سم عن

المستوي الجانبي ويقع في مستو معلوم باثاره •
ب ــ مستو يوازي خط الارض بمساقطه الثلاثة يميل ٥٠° على المستوى الافقي •
جـ ــ مخروط قائم ارتفاعه ٥ سم ، وتوازي قاعدته المستوي الجانبي وتبعد عنه ١ سم • ويبعد رأسه ٣سم عن الافقي •
د ــ مستقيم وجهي طوله ٧ سم ويميل على المستوي الجانبي ٢٠ درجة اذا كانت احدى نهايتيه النقطة س (٥،٢،صفر) • جد بعد المستقيم عن النقطة الاصل •

١١ ــ المطلوب تمثيل كل مما ياتي ، مع ذكر خطوات العمل بصورة مختصرة •
أ ــ مستقيمان متوازيان يمر احداهما بالنقطة ن (٤ ، ٤ ــ ٤ ، ٤)•
ب ــ آثار مستقيم جانبي يبعد (ــ٢) سم عن المستوي الجانبي للاسقاط •
حـ ــ مستو يمر بالمستقيم س ع اذا كانت س (ــ٢ ، ١ ، ٢) • ع (٤ ، صفر، ١) •

١٢ ــ المطلوب تمثيل الكرة التي قطرها أ ب بمساقطها الثلاثة ثم وجو-حجمها اذا علمت ان أ (٥ ، ٥ ، ٦) ،ب (ــ١ ، ٤ ، ٦) • ما مساحة القطاع الناتج عن قطع الكرة بمستو شاقولي يبعد ١ سم عن مركزها ويصنع ٣٠ درجة مع المستوي الوجهي •

١٣ ــ المطلوب وجود الاثار الثلاثة لمستو يمر بالنقاط ك ، ل ، م ذات الاحداثيات الآتية ك (٤،٢،٦) ل (٢،٦،٤) م ٤،٢،ــ١)،وما هي استنتاجاتك عن هذا المستوي ؟

١٤ ــ المعلوم المستوي هـ و ز باحداثيات نقاطه كالآتي : ــ
هـ (٥ ، ١ ، ٣) و (١ ، ٤ ، ٤) ز (٣ ، صفر ، ٦) والمستقيم أ ب باحداثيات نقاطه ايضا : أ (٣ ، ٣ ، ١) ، ب(صفر ، ١ ، ١)والمطلوب
(١) وجود احداثيات أثر المستقيم المعلوم على المستوي المعلوم
(٢) حساب المساحة الحقيقية للمستوي المعلوم بالاستعانة بالمستويات المساعدة •

١٥ ــ المعلوم المستوي أ ب حـ والمستقيم د ن باحداثيات تقاطمها كما يأتي :

أ (صفر ، ١ ، ١) ب(ــ١ ، ٢ ، ٤) حـ(٢ ، صفر ، ٣)
د(١ ، صفر ، ٤) ن(٢ ، ١ ، ٥)٠والمطلوب وجود كل مما يأتي:

١ ــ المساحة الحقيقيــة للمستوى أ ب حـ ، ٢ ــ الطول الحقيقي للمستقيم د ن ، ٣ ــ احداثيات نقطة تقاطع المستقيم مع المستوي ، ٤ ــ الزاوية بين المستقيم والمستوي ، ٥ ــ الزوايا التي يصنعها المستوي المعلوم مع المستويات الرئيسة ٠

١٦ ــ المعلوم ثلاث قوى ليست في مستو واحد تلتقي جميعها في النقطة أ (١ ، ١ ، ٥) وتمر القوة الاولى في النقطــة ب (٣ ، ٢ ، ١) والثانية في النقطة حـ (٣، ٤، ٤) والثالثة في النقطة د (٤، ٣، ١٠)٠ اوجد بالرسم مقدار محصلة هذه القوى الثلاث وميلها عن المستوى الافقي اذا اعتبرت ان كل سنتمتر واحد يمثل ٥ر٢ كغم ٠

١٧ ــ ما مقدار محصلة القوى الفراغية الثلاث والتي تلتقي في نقطة أ اذا كانت احداثيات النقاط كالآتي :

أ (٥ ، ٥ ، ٣) ب(٢ ، ١ ، ٦) حـ (٤،٥،١) د(٦،صفر،٩) اعتبر ان كل وحدة قياسية تمثل ١٠٠ غرام ٠

١٨ ــ عين آثار مستوي المستقيمين أ ب ، حـ ب واذكر خطوات العمل بصورة واضحة ، اذا كانت احداثيات نقاطهما كالآتي :

أ (٢،٥،٤) ب (٤،صفر،٢) حـ (٦،٦،٦)

٩١ ــ المطلوب تمثيل المستطيل ق ر ش ت بمســاقطه وآثاره اذا كان (ق ر) واقعــا في المستوي الافقي وطوله = ٤ سم ويميل على المستوي الجانبي ٦٠° ويبعد عن نقطة الاصل ٦ سم ، اما (ر ش) فهو مستقيم شاقولي وطوله ٨ سم ، ويبعد عن المستوي الجانبي ٨ سم ٠ ما هي ملاحظاتك ؟

٢٠ ــ منشور ثلاثي قائم ، قاعدتاه موازيتان للمستوي الافقي ، وقاعدته العليــا محددة بالنقـــاط أ (١ ، ٣ ، ٢) ، ب (١ ، ١ ، ٤) ، حـ (١ ، ٤ ، ٦) وارتفاع كل من احرفه = ٤ سم ٠ قطع المنشور

بمستو عمودي على المستوى الوجهي ويميل ٦٠° عن خط الأرض ومارا بمنتصف الحرف (ب) والمطلوب :

١ ــ وجود المساحة الحقيقية للمقطع الناتج •

٢ ــ رسم المساقط الرئيسة للمنشور بعد القطع •

٢١ ــ المطلوب تمثيل المساقط الثلاثة لمخروط دائري قائم ارتفاعه = ٦ سم وقطر قاعدته = ٥ سم ، اذا كانت قاعدته توازي المستوي الافقي وتبعد عنه ٨سم ، ويبعد رأس المخروط عن كل من المستويين الشاقوليين للاسقاط ٧ سم • ما حجم المخروط المذكور ؟

٢٢ ــ المطلوب افراد سطح المخروط المذكور في السؤال السابق وحساب المساحة السطحية له •

٢٣ ــ ما شكل القطاع الناتج من قطع المخروط المذكور في السؤال (٢١) بمستو عمودي على المستوى الوجهي ويصنع مع المستوي الافقي كلا من الزوايا الآتية : صفر ، ١٥ درجة ، ٣٠ درجة ، ٦٠ درجة ، ٩٠ درجة •

٢٤ ــ ارسم الخطوط الكونتورية بانتقال ٥ أمتار اذا اعطيت النقاط الآتية وكانت المسافة بين كل نقطتين = ٢٠٠ متر •

	أ	ب	حـ	د	هـ	و	ز
١	٨١	٧٤	٦٧	٦١	٦٢	٦٤	٧١
٢	٧٩	٨٣	٧١	٦٣	٥٩	٦٢	٦٦
٣	٧٧	٨٨	٧٧	٧١	٦١	٥٤	٦٠
٤	٧١	٨١	٨٢	٧٤	٦٣	٥١	٥٣
٥	٦٦	٧١	٧٥	٧٧	٧١	٥٧	٤٧

٢٥ ــ ما مقدار المزدوج الناتج من قوتين تمر احداهما بالنقطة هـ (١ ، ٦ ، ١) والنقطة د (٣ ، ٢ ، ٥) والاخرى بالنقطة ل (٤ ، ٧ ، ٤) • اعتبر كل وحدة قياسية تمثل ١٠ غرامات للقوة • ٢٠ سم للمسافة •

٢٦ ــ المعلوم المستقيم ل م باحداثيات نقاطه ل (٣، ١، ٤)، م (٢، ٣، ــ١) والمطلوب تعيين نقطة عليه على ان يكون بعدها عن المستوي

الجانبي مساويا لنصف بعدها عن المستوي الافقي • كم طريقة توصلك للجواب الصحيح؟
٢٧ ـ المعلوم المستقيم أ ل باحداثيات نقاطه أ (٣،١،٥) ل (٤،٣،١) ، والمطلوب تعيين نقطة عليه على ان يكون بعدها عن المستوي الافقي مساويا لثلث بعدها عن المستوي الوجهي • ما هي احداثيات النقطة المطلوبة ؟
٢٨ ـ المطلوب تمثيل مستو (بمساقطه الثلاثة) عمودي على المستوي الجانبي للاسقاط ولا يحوي مستقيما خاصا مطلقا بحدوده، يميل ٣٠ درجة على المستوى الافقي للاسقاط ويبعد ثلاثة سنتمترات عن نقطة الاصل •
٢٩ ـ المطلوب تمثيل كل مما يأتي : ـ
أ ـ مستقيم جانبي طوله ٦ سم ، ويبعد عن المستوي الجانبي ٣سم، وعن نقطة الاصل ٥ سم ويصنع ٣٠ درجة مع المستوي الافقي للاسقاط •
ب ـ مستو يمر بنقطة الاصل يصنع أثره الافقي ٣٠ درجة مع خط الارض ويمر أثره الجانبي بنقطة تبعد عن كل من المستويين الافقي والوجهي بمقدار ٣ سم •
حـ ـ نقطة واقعة في مستو معلوم باثاره ، وتبعد عن كل من المستويين الشاقوليين بمقدار (ـ ٢ سم) •
٣٠ ـ المعلوم المستويان ف ت ح ، ل ص ر باحداثيات نقاطهما والمطلوب ١ ـ وجود مستقيم تقاطعهما ٢ ـ ميله على المستوى الافقي للاسقاط ٣ ـ ذكر خطوات العمل بصورة مختصرة مع ذكر أهم الملاحظات •
ف (٣، ٤، ٣) ت (١، ١، ١) ح (١، أ، ٥)
ن (١، ٣، ٧) ص (٢، ١، ٩) ر (٢، ٢، ١١)
٣١ ـ المطلوب تمثيل الكرة التي مركزها النقطة م (٣، ٥، ٥) اذا كان قطرها بطول ستة سنتمترات • ما حجم هذه الكرة ؟
٣٢ ـ المطلوب تمثيل مخروط دائري قائم قاعدته واقعة في المستوى

الجانبي للاسقاط ، ورأسه النقطة م (٤،٥،٧) وطول قطر قاعدته = ٦ سم • ما حجم هذا المخروط ؟

٣٣ ـ اسطوانة دائرية محورها شاقولي وارتفاعها = ٧ سم ، وقطرها = ٤ سم ، ومركز قاعدتها العليا أ (٣ ، ٣ ، ٤) • قطعت الاسطوانة بمستو عمودي على المستوي الوجهي ويصنع ٣٠ درجة مع المستوي الافقي ، ومارا بالنقطة ل (٣ ، ٣ ، ٣) • والمطلوب ١ ـ تمثيل الاسطوانة بمساقطها الثلاثة بعد قطعها ٢ ـ وجود الشكل الحقيقي للقطاع الناتج ٣ ـ افراد سطوح الاسطوانة على مستوي الورقة مبينا الابعاد الضرورية •

٣٤ ـ عتبة (م أ) طولها ٢٥٠ سم مسندة في نهايتها (م) وفي النقطة (ل) التي تبعد عن (م) بمقدار ٢٠٠ سم ، وعن (أ) بمقدار ٥٠ سم ، وتؤثر عليها ٤ اثقال مقدارها ٢٠٠ كغم ، ٣٠٠ كغم ، ٢٥٠ كغم ، ٣٥٠ كغم في نقاط تبعد عن (م) ٥٠ سم ، ١٠٠ سم ، ١٧٥ سم ، ٢٥٠ سم على التوالي • والمطلوب وجود ١ ـ بعد المحصلة عن النقطة (ل) ٢ ـ مقدار رد الفعل في كل من المسندين (م) ، (أ) • حل المسألة بطريقة هندسة المتجمعات •

٣٥ ـ مثل النقطة س (ـ٣ ، ٧ ، ٢) وجد بعدها عن نقطة الاصل •

الجواب = ٩ر٧ سم

٣٦ ـ المطلوب تمثيل مستقيم يمر بنقطة الاصل ، وتبعد كل نقطة من نقاطه عن المستوى الافقي بقدر بعدها عن المستوي الوجهي • كم جواب لهذه المسألة ؟

جواب واحد فقط

٣٧ ـ هل يتقاطع المستقيمان أ د ، م ح واين ؟ وما هي ملاحظاتك ؟

أ (٢ ، ٤ ، ٦) م (٣ ، ٦ ، ٥)

د (١ ، ٢ ، ٨) ح (٤ ، ٨ ، ٣)

الجواب : متوازيان ومستويهما عمود على المستوى الجانبي ويمر بنقطة الاصل •

٣٨ ـ ما بعـد المستقيم الوجهي ل ي عن نقطة الاصل والذي يميل ٣٠°
على الافق واحدى نهايتيه النقطة س (١٠،٤،٦) وطوله=٨سم •
الجواب = ٨ر٦ سم

٣٩ ـ ما بعد المستقيم ف ر الواقع في المستوي الوجهي واحدى نهايتيه النقطة ف (٢،صفر،٧) وطوله = ٥سم ، ويصنع ٣٠° مع المستوى الافقي ؟

الجواب = ٢ر٥ سم

٤٠ ـ جـد نقطـة تقاطع المستقيم ل م مع المستوي أ د س المعلومين باحداثيات نقاطهما كالآتي :

ل (٩ ، ١ ، ١) م (١٠ ، ٥ ، ٢)

أ (٧ ، ٦ ، ٧) د (١ ، ٤ ، ١٠) س (٣ ، ٢ ، ٣)

٤١ ـ عين على المستقيم أ ل نقطة تبعد عن المستوى الافقي بقدر نصف بعدها عن المستوى الوجهي أ (٥ ، ٤ ، ٦) ، ل(ـ٣،صفر،صفر)

٤٢ ـ عين في السؤال السابق نقطة تبعد عن المستوى الوجهي بقـدر نصف بعدها عن المستوى الافقي •

الجواب : النقطة س(ـ٤ر١،٧ر١٠،١)

٤٣ ـ المعلوم المستقيم س ر باحداثيـــات نقاطـه ، والنقطتان ل ، م باحداثياتهما ايضا ، والمطلوب : ١ ـ امرار مستقيم مواز للمستقم س ر من كل من النقطتين المعلومتين ٢ ـ حساب مساحة القطاع الناتج من قطع المستقيمات الثلاث بمستو عمودي عليها •

س (١،٢،١) ر (٤،٢،٥) ل (٣،١،٢) م (٣،٣،٣)سم

الجواب : ٩٢ر٠ سم٢

٤٤ ـ ما بعد المستوي أ م ل عن نقطة الاصل اذا كانت احداثيات نقاطه كالآتي : أ (٣،١،٢) م (٥،٤،٤) ل (١،٢،٧) سم •

الجواب = ٨ر١ سم

٤٥ ــ أي من النقطتين اقرب الى النقطــــة ل (أ) أم (م) ؟ اذا كانت احداثياتها كالآتي : ــ مثل بالرسم وحقق النتيجة بالرياضيات
ل (١ ، ٢ ، ١) أ (ــ١ ، ٤ ، ٤) م (ــ١ ، ٤ ، ــ ٢)
الجواب : البعدان متساويان

٤٦ ــ المطلوب تمثيل كل ما يأتي :ــ

١ــ مستقيم جانبي طوله ٥ / ٧ سم ويميل على المستوى الافقي ١٥ درجة ويبعد عــن المستوى الجانبي ٣ سم .

٢ــ مستقيم شاقولي يبعد عن نقطة الاصل ٥ سم وعن المستوى الوجهي ٤ سم . كم مستقيم يحقق هــذه الشـــروط ؟

الجــواب : مســــتقيمان

٣ــ مستقيم يوازي خط الارض، ويبعد عنه ٥ سم ، وعن المستوى الوجهي ٣ ســـم كم مستقيم يحقق الشــروط المذكورة ؟

الجــواب : مســــتقيمان

٤ــ مستقيم يمر بالنقطة ن (٥ ، ١ ، ٢) سم وعمودي على المستقيم المذكور في الفــرع ــ ٣ــ ولا يقطعه . كم مستقيم يحــقق هــذه الشــروط ؟

الجــواب : عدد لانهائــي

٥ــ مستو يمر بالمستقيم المذكور في الفرع ــ ٤ ــ ويوازي المستقيم المذكور في الفرع ــ ٣ــ كم مستو يحقق هذه الشــروط ؟

الجــواب : مستو واحد فقــط

٤٧ــ (أ) هل يقع المستقيمان ل م ، هـ د في مستو واحد ؟ علما بأن احداثيات نهايتيهما كالآتي :ــ

ل (٥، ٢ ، ٣) سم هـ (٢ ، ٣ ، ١٥) سم
م (٢ ، ١ ، ٥) سم و(٤ ، صفر ، ٧٥) سم

اذا كان الجواب بالايجاب فما هو شكل المستوى المحصور بين النقاط الاربع المذكورة وما هي وضعيته بالنسبة لمستويات الاسقاط الرئيسية الثلاثة ؟

الجواب : نعم والمستوى شاقولي

(ب) جد الزوايا التي يشكلها المستوى ح ط ى مع مستويات الاسقاط الرئيسة الثلاثة اذا علمت ان احداثيات رؤوسه هي كالاتي :

ح (صفر ، ٤ ، ٢) سم

ط (٢ ، ٣ ، ٤) سم

ى (١ ، ٢ ، ٦) سم

(جـ) هل توجد علاقة بين المستويين ل م و هـ ح ط ى ؟ وما هي اهم ملاحظاتك واستنتاجاتك ؟

٤٨ ـ مخروط دائري قائم ارتفاعه يساوى ٧ سم وقطر قاعدته يساوى ٥ سم ، ورأسه النقطة ر (٢ ، ٥ ، ٦) سم . قطع المهرم بمستو عمودي على المستوى الوجهي ويميل ٢٠ درجة على المستوى الافقي ويمر بنقطة واقعة على محور المخروط وتبعد ٤ سم عن قاعدته .

(أ) المطلوب تمثيل المخروط المذكور قبل القطع وبعده .

(ب) انفراد المخروط وحساب مساحته قبل القطع وبعده .

(جـ) وجود حجم المخروط .

٤٩ ـ (أ) المطلوب تمثيل المستطيل ا ب جـ د وحساب مساحته اذا علمت أن احداثيات نقاطه (رؤوسه) هي كالاتي :ـ

آ (٦ ، ٣ ، ١) سم

ب (٦ ، ٥ ، ٢) سم

جـ (٦ ، ٣ ، ٦) سم

د (٦ ، ١ ، ٥) سم

(ب) جد حجم الجسم المحصور بين المستوى ا ب جـ و النقطة ن (١، ٣٠، ٥/ ٣) سم الخارجة عنه .

(جـ) المطلوب افراد سطح الجسم المذكور في الفقرة (ب) وحساب مساحته السطحيه .

٥ ـ المطلوب تمثيل المنشور الرباعي المنتظم القائم الذى يبلغ ارتفاعه ٤ سم ورؤوس قاعدته العليا ق ر ش ت باحداثيات كالاتي :ـ

ق (١، ٢، ٢) سم

ر (أ، ١، ٤) سم

ش (١، ٣، ٥) سم

ت (١، ٤، ٣) سم

(ب) جد احداثيات نقطتي تقاطع المستقيم ل م مع المنشور المذكور علما بأن احداثيات نهايتي المستقيم هي كالاتي :ـ

ل (٤، ٢، ٦) سم

م (صفر، ٣، ١) سم

٦ ـ اذا اعطيت النقاط ذات الارتفاعات المبينة ازاءها بالامتار فوق مستوى سطح البحر ، وكانت المسافة بين كل نقطتين متتاليتين تساوى (٢٥٠) مترا ، فالمطلوب ماياتي :ـ

١ـ رسم الخطوط الكونتورية بانتقال مترين فقط وبمقياس لا يقل عن (١) الى (٥٠٠٠) .

٢ـ رسم مقطع عرضي للارض مابين النقطتين ٣ ـ أ ، ٣ ـ هـ ، وبمقياس مناسب ، وماهي ملاحظاتك .

ملاحظة :

بالنسبة للمطلوب الثاني يفضل أن يكون المقياس الشاقولي أكبر من المقياس الافقي .

	ا	ب	جـ	د	هـ
١	٧٠	٦٩	٦٦	٦٤	٦٣
٢	٦٩	٦٧	٦٣	٦١	٦١
٣	٦٧	٦٥	٦١	٥٩	٦١

٤	٦٦	٦٣	٥٩	٥٧	٦٠
٥	٦٤	٦١	٥٨	٥٥	٥٩
٦	٦٣	٥٩	٥٧	٥٢	٥٨

٥٢ ــ المعلوم ارتفاعات نقاط واقعة على سطح الارض في منطقة متموجة . فاذا علمت بانّ هذه الارتفاعات هي بالامتار وفوق مستوى سطح البحر ، وبانّ المسافة بين كل نقطتين متجاورتين باتجاه المحور السيني (الافقي) تساوي (٤٠٠ متر) ، والمسافة بين كل نقطتين متجاورتين باتجاه المحور الصادى (الشاقولي) تساوى (٥٠٠ متر) فالمطلوب ما ياتي :

١ــ رسم الخطوط الكنتورية بانتقال خمسة أمتار وبمقياس مناسب .

٢ــ حساب مساحة الارض التي يزيد ارتفاعها على (٨٥) مترا فوق مستوى سطح البحر.

	هـ	و	ز	ح	ط	ى
١	٧٢	٧٦	٧٨	٨١	٨٠	٧٧
٢	٧٧	٧٣	٧٩	٨٣	٨٣	٧٩
٣	٨١	٧٧	٧٦	٨٨	٨٦	٨١
٤	٨٢	٨٤	٧٤	٨٧	٩١	٨٣
٥	٨٠	٨٧	٧٢	٨٥	٩٣	٨٤
٦	٧٧	٨٤	٧٩	٨٠	٨٧	٨٣
٧	٧٣	٨١	٨٠	٧١	٨٢	٨١

تمارين تطبيقية

١ ـ صدر امر الى فدائي في القاعدة (أ) ان يزرع لغما في طريق قافلة عسكرية للعدو علم انها ستتحرك من المعسكر (م) متجهة الى المعسكر (ل) على ان يلتحق بعد تنفيذ هذه المهمة بالمجموعة المتواجدة في القاعدة (س) . فوضع الفدائي خطة الرحلة ونفذها وقطع اثناء سيره اقل مسافة ممكنة . والمطلوب (١) تحديد النقطة التي زرع فيها اللغم (٢) وجود المسافة التي قطعها الفدائي اثناء العملية ، اذا علمت مواقع النقاط المذكورة اعلاه كالآتي :
أ (صفر ، ٣ ، ٣)   م (صفر ، ٦ ، ١)   ل (صفر ، ٦ ، ١٠)
س (صفر ، ١ ، ٦)

الجواب : النقطة ن (صفر ، ٦ ، ٣)
المسافة ٥ر٨ كم .

٢ ـ رصدت طائرتان فكانت الاولى في النقطة (ط) متجهة نحو النقطة (ف) والاخرى في النقطة (ل) متجهة نحو النقطة (أ) وقبل وصول الطائرتين الى هدفهما علم انهما قد سقطتا ، وجاء في التقرير الاولي ان الطائرتين ربما قد سقطتا نتيجة تصادم بينهما ، بينما نفى تقرير لاحق هذا الاحتمال . والمطلوب تحديد رأيك في كل من التقريرين المنوه عنهما اعلاه ومبينا الاسباب التي تدعم رأيك اذا كانت ط (١،١،٣)   ف (٧،٥،١)   ل (٣،١،١)   أ (٥½ ، ٦ ، ٣⅓) كيلو متر .

الجواب : اصطدمت الطائرتان في النقطة ن (٤،٣،٢) كم .

٣ ـ تحركت طائرة من المحطة أ (٦٠ ، ٤٠ ، صفر) كم الى المحطة م (٢٠ ، ٤٠ ، ٧٠) كم بخط مستقيم . والمطلوب : ١ ـ وجود المسافة التي قطعتها في رحلتها بين المحطتين، ٢ ـ وجود بعد أقرب موقع اثناء رحلة الطائرة بينها وبين القاعدة ن (صفر،صفر،صفر)كم

الجواب : ٨١ كم ، ٦٥ كم

٤ ـ يمتد انبوب نفط بين المحطتين أ ، س وآخر بين المحطتين ل ، م. والمطلوب ربطهما بانبوب ثالث على ان يكون طوله أقل ما يمكن فما طول هذا الانبوب وانحداره وانحرافه اذا كانت المحطات كالآتي : ـ

أ (٦ ، ٤ ، ٧) س (٤ ، ١ ، ١) ل (١ ، ١ ، ٦)

م (٣ ، ٤ ، صفر)

٥ ـ يصل نفقان ارضيان اربع مناجم ممثلة بالنقاط الآتية : ـ

أ (٢ ، ١ ، ١٠) ط (٧ ، ٩ ، ٣) م (١٠ ، ٧ ، ٥)

ف (٨ ، ٢ ، ١) كم وقد اقترح ايصال النفقين أ ط ، م ف بنفق جديد للتهوية ، فما طول اقصر نفق يصل بين النفقين الحاليين ، وما ميله على الافق ؟

٦ ـ هدف جندي من النقطة (م) باتجاه الهدف (ل) . لو وضع في طريق الهدف حاجز مثلث الشكل ف أ س ، فهل تخترق الطلقة هذا الحاجز ؟ واذا كان الجواب بالايجاب فعين موقع نقطة الاحتراق.

م (٢ ، صفر ، ٦) ل (٥ ، ٣ ، ٢)

ف (٣ ، ١ ، ١) أ (١ ، ١ ، ٣) س (٥ ، ١ ، ٤)

الجواب : لا تخترقه

٧ ـ ارادت احدى مؤسسات مد اانابيب المياه ان توصل الماء من موقع الخزان أ (١٠٠ ، ١٨٠٠ ، ٩٠٠) متر الى القرية العصرية ع (٨٠٠ ، ٩٠٠ ، ٨٥٠٠) متر ولها أن تختار احد طريقين ، اما المرور بالمعمل م (١٧٥٠ ، ٣٥٠٠ ، ٦٠٠٠) متر او المعمل ل (٥٠٠ ، ٥٠٠ ، ٤٠٠٠) متر على ان يكون طول الانابيب الممدودة

اقل ما يمكن . فأي من الطريقين احسن من الناحية الاقتصادية ؟

٨ ــ اريد نصب برج راديو قصير الموجة (أ ب) على ان يربط بثلاثة حبال أ هـ ، أ و ، أ ز كالآتي : (١ ، ٦ ، ٥) متر ب (٥،٦،٩) متر هـ(٩ ، ٨ ، ٤) و(٨ ، ١ ، ١) ز(٧ ، ٣ ، ١١) متر .

جد الطول الحقيقي لكل من الحبال الثلاثة ، بطريقة الدوران .

٩ ــ ما مقدار واتجاه محصلة ثلاث قوى فراغية تلتقي بالنقطة ن (٣ ، ٣ ، ٧) سم اذا كانت بداية القوة الاولى النقطة ف (٣ ، ٥ ، ٥) والثانية النقطة ت (٧ ، ١ ، ٤) والثالثة النقطة ح (صفر ، ٦ ، ١١) . اعتبر كل ١ سم بالرسم معادلا لـ (٥٠)كغم .

١٠ ــ ما مقدار واتجاه محصلة القوى التي تؤثر على سد خرساني مثلث الشكل طوله = ٥٠٠ متر وارتفاعه = ٢٢ متر ، اذا كان ميله الامامي (في المقدمة) = ١٥٪ وفي المؤخرة ٨٠٪ ، وارتفاع الماء امامه = ٢٠ متر ، اذا اعتبرت الوزن النوعي للخرسانة=٢ر٢٥ .

١١ ــ جد في السؤال السابق نقطة تأثير اتجاه المحصلة على قاعدة السد، وهل تقع في الثلث الوسطي أم لا ؟

١٢ ــ ضرب لاعب كرة قدم الكرة من النقطة أ (صفر ، ٤ ، ١١) متر باتجاه النقطة ب (٢ ، ٢ر٥ ، ٨) متر نحو الهدف ك ل م ن ، اذا كانت احداثيات نقاطه كالآتي : ــ

ك (٤ ، ١ ، ١) متر م (١ر٥ ، ٥ ، ٧) متر

ل (١ر٥ ، ١ ، ١) متر ن (٤ ، ٥ ، ٧) متر

والمطلوب الاجابة على ما ياتي : ــ

١ ــ هل تدخل الكرة الهدف ؟

٢ ــ ما ميل حركة الكرة على سطح الارض ؟

٣ ــ ما بعد لاعب الكرة في النقطة (أ) من الفريق المهاجم عن حامي المرمى من الفريق المدافع اذا كان هذا الاخير واقفا في منتصف المرمى تماما ؟

١٣ ــ تدحرجت صخرة من قمة تل ممثلة بالنقطة ق (١٠ ، ١٠ ، صفر) متر ومارة بالنقطة ر (٤٠ ، ٢٠ ، ٢٠) متر نحو اسفل التل حيث يجلس طلبة مدرسة في المثلث هـ و ز الممثل بالنقاط الاتية : ــ

هـ(٩٠ ، ٣٠ ، ٥٠) متر

و (٩٠ ، ٢٠ ، ٧٠) متر

ز (٩٠ ، ٥٠ ، ٨٠) متر

فهل تصيب الصخرة المتدحرجة احدا من الطلبة الجالسين في المثلث هـ و ز ؟

١٤ ــ هرم رباعي منتظم قائم رأسه النقطة س (٢ ، ٣ ، ٤) سم وقاعدته ك ل م ن توازي المستوي الافقي ومعلومة بالنقاط كالآتي :

ك (٧ ، ٢ ، ١) ، ل (٧ ، صفر ، ٥) ، م (٧ ، ٤ ، ٧) سم • قطع الهرم بمستو عمودي على المستوي الوجهي ويميل ٤٥° على المستوي الافقي ومارا بالنقطة ص (٥ ، ٣ ، ٤) سم الواقعة على محور الهرم •

والمطلوب : ١ ــ رسم المساقط الثلاثة للهرم قبل القطع وبعده •

٢ ــ وجود الشكل الحقيقي للقطاع الناتج من قطع الهرم •

٣ ــ حساب حجم الهرم قبل قطعه •

١٥ ــ اذا كان المستوي القاطع في التمرين السابق عموديا على محور الهرم ومارا بنفس النقطة المذكورة ، فما حجم الجزء المقطوع ؟ وما نسبة هذا الجزء الى الحجم الكلي للهرم ؟

١٦ ــ علقت سيارة على حامل حديدي ذي ثلاث ارجل • جد رد الفعل عند استناد الارجل علي الارض اذا كان وزن السيارة المعلقة = نصف طن ، وان نقطة تقاطع الارجل هي النقطة ن (١ ، ٣ ، ٣) متر ، ونقاط استناد هذه الارجل على الارض هي أ ، ب ، جـ ذات الاحداثيات الآتية :

أ (٤ ، ٤ ، صفر) متر

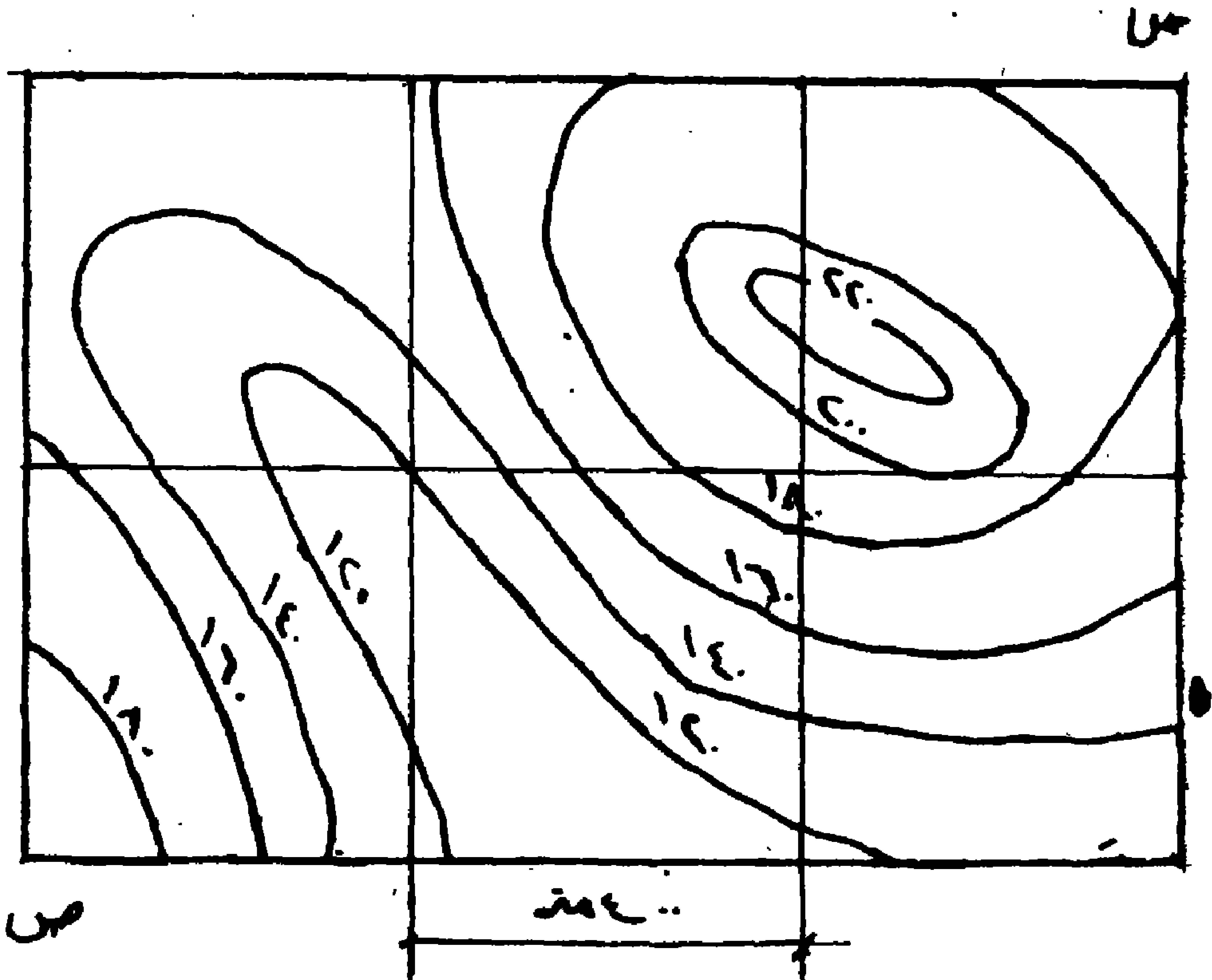
ب(٥ ، صفر ، ١) متر

هـ (٥ ، ٣ ، ٥) متر

١٧ ــ ارسم الخارطة الكونتورية المبينة في الشكل (٨٦) بمقياس ١ : ١٠٫٠٠٠ ثم ارسم مقطعا طوليا مارا بالنقطتين س ، ص الواقعتين على الخط المركزي الذى يمثل طريقا ذا ارتفاع متر عن مستوى سطح البحر ، وبين المساحات التي تقطع والمساحات التي يجب ان تردم ٠

١٨ ــ المطلوب تعيين نقطتي تقاطع مستقيم معلوم مع سطح مخروط دائري قائم ارتفاعه = ٦ سم ، وقطر قاعدته = ٥ سم وراسه النقطة س (٢ ، ٤ ، ٣)سم ٠

١٩ ــ اراد متسابقان الوصول الى الهدف الكائن في النقطة ل (٣٠،٤٠،صفر) متر ٠ فاذا انطلق الاول من النقطة أ (٥٠،٧٠،٩٠)



شكل (٨٦) خارطة كونتورية

متر وبسرعة ـ ر٢ متر/ثانيـة ، وانطلق الثاني مـن النقطـة م (٤٠ ، صفر ، ٩٠) متر وبسرعة ٨ر١ متر/ثانية ، فأي مـن المتسابقين سيصل الهدف اولا ؟ وما الفرق بين زمني وصولهما ؟؟

٢٠ ـ ضرب لاعب كرة قدم الكرة من النقطـة ر (٤ ، صفر ، ٩) متر باتجاه الهدف ك ل م ن مارة بالنقطة هـ (٢ ، ١ ، ٨) متر . فاذا توقعنا ان تكون اعلى نقطة في حركتها هي ع (١ ، ٣ ، ٦) متـر فهل يحقق اللاعب اصابة للهدف لفريقه أم لا ؟ وهل ان ابعاد هذا الهدف قياسية أم لا ؟

ك (٤ ، ٥ر٥ ، ٥) متر

ل (٥ر١ ، ٥ر٥ ، ٥) متر

م (٥ر١ ، صفر ، صفر) متر

ن (٤ ، صفر ، صفر) متر

ملاحظة : ارسـم بمقياس ١ : ١٠٠ وبدون الاستعانة بالمسقط الجانبي .

٢١ ـ هدف جندي واقف في النقطة حـ (٣ ، صفر ، ٨) متر باتجـاه النقطة ن (٣ ، ١ ، ٥) متر نحو الهدف الممثل بالنقاط الثلاث الاتية :

هـ (٣ ، ٢ ، صفر) متر

د (١ ، ٣ ، ١) متر

ف (٤ ، ١ ، ٢) متر

فهل يصيب الجندي الهدف ضمن الحدود (هـ ، د ، ف) أم لا ولماذا ؟ واذا كان الجواب بالنفي فهل يقطع مسار القذيفة امتداد مستوي الهدف ؟

٢٢ ـ تحركت قافلة من النقطة حـ (صفر ، ٥ ، ٢) كم نحو القاعـدة د (صفر ، صفر ، ١٤) كم بسرعة ٨٠ كم/سـاعة ، فاذا علم ان مدفعية العدو الكائنة في النقطة ع (صفر ، ٢ ، ٥) كم ذات مدى ٢ كيلو متر ، فما هي المسافة التي تقطعها القافلـة وهي مهـددة بالخطر ؟ وما هي المدة اللازمة حتى تصل القافلة الى القاعـدة المذكـورة ؟

٢٣ ـ ضرب لاعب كرة قدم الكرة من النقطة ن (٤ ، صفر ، ٨) متر باتجاه الهدف (س ع ف ص) مارة بالنقطة ط (٣،١،٥) متر ، فاذا علمت احداثيات نقاط الهدف كما في ادناه ، فالمطلوب الاجابة على ما يأتي : ـ

١ ـ هل تدخل الكرة الهدف ام لا ولماذا ؟

٢ ـ ما بعد اللاعب المذكور عن حامي الهدف اذا كان الاخير واقفا في منتصف الهدف تماما ؟

٣ ـ ما ميل حركة الكرة على سطح الارض ؟

س (٤ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{2}$) متر

ع ($1\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{2}$) متر

ف ($1\frac{1}{2}$ ، ٥ ، ٦) متر

ص (٤ ، ٥ ، ٦) متر

٢٤ ـ اقلعت طائرة من المطار ط (صفر ، ٥ ، ١٠) كم باتجاه النقطة ن (ـ٣ ، ٥ ، ٤) كم وبسرعة ٢٥٠ كم/ساعة . فاذا كان في النقطة س (صفر ، صفر ، صفر) كم قاعدة صواريخ للعدو فما هو اقرب بعد بين مسار الطائرة والقاعدة (س) ؟ وما هو الوقت اللازم حتى تكون الطائرة اقرب ما ممكن من القاعدة المذكورة ؟

٢٥ ـ (آ) في الشكل (٨٧) طريق ارتفاعه ٧٢ مترا فوق مستوى سطح البحر وعرضه ١٢ مترا وانحداره الجانبي في الحفريات والاملائيات = ٤٥° . بين بالرسم خطوط تقاطع السطوح المنحدره مع سطح الارض الاصليه .

(ب) احسب حجم كل من الحفريات والاملائيات في الطريق المذكور في (آ) اعلاه .

٢٦ ـ سارت دبابه من النقطه آ (صفر ، ٢ ، ١٧) كم على طريق مستقيم متجهه نحو النقطه ل (صفر ، ١٢ ، صفر) كم . فاذا كانت النقطه هـ (صفر ، ٢ ، ٦) كم تمثل موقعا حربيا للعدو ومجهز بمواقع ذات مدى ٧٫٥ كم فما مقدار :

١ ـ المسافه التي قطعتها الدبابه وهي معرضه للخطر ؟

٢ ـ الزاويه بين اتجاه حركه الدبابه ، والمستقيم الواصل بين آ و هـ ؟

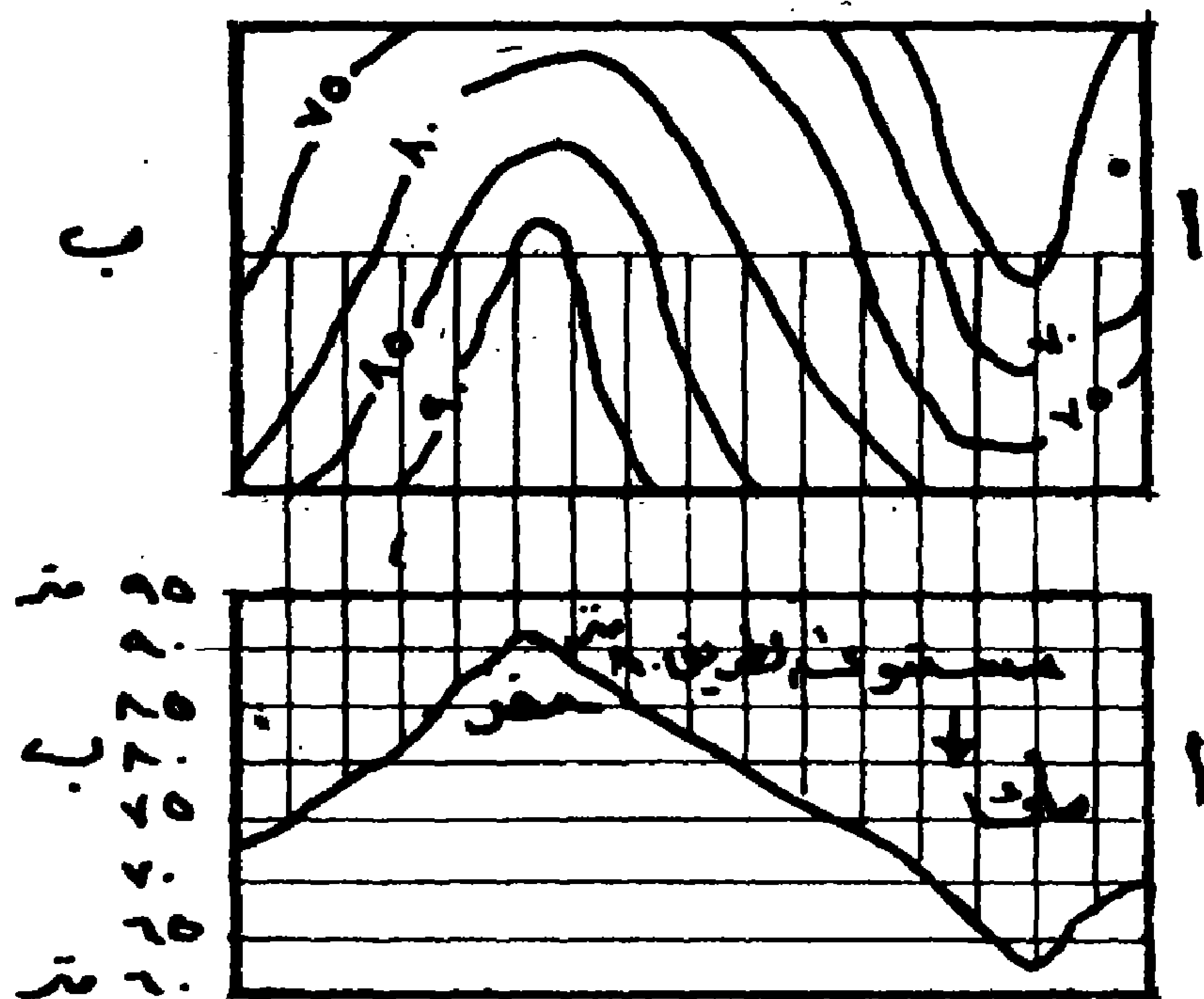
٢٧ـ ضرب لاعب كره قدم الكره من النقطه و (٤ ، صفر ، ٩) متر باتجاه الهدف ك ل م ن ماره بالنقطه هـ (٢ ، ١ ، ٨) متر • فاذا كانت اعلى نقطه في حركتهـا هـي ع (١ ، ٣ ، ٦) متر فهل يحقق اللاعب اصابـه لفريقـه أم لا ؟ علما بأن احداثيات النقطـه هي كالاتـي :ـ

ك (٤ ، ٥ر٥ ، ٥) متـر
ل (٥ر١ ، ٥ر٥ ، ٥) متـر
م (٥ر١ ، صفر ، صفر) متـر
ن (٤ ، صفر ، صفـر) متـر

٢٨ـ ضرب لاعب كرة قدم الكرة من النقطـة أ (٤ ، ٣ ، ١٣/٢١) متر باتجاه الهدف س ع ف ص مارة بالنقطـة ب (٢ ، ٥ر٢ ، ١٠) متـر • فاذا كانت النقطـة جـ (١ ، ٢ ، ٦) متر هي اعلى نقطـة تصل اليها الكرة في حركتهـا ، فالمطلـوب ماياتـي :ـ

أ) هل يحقـق اللاعـب هدفا لفريقـه ؟ أم لا ؟
ب) اذا كان الجواب فـي الفـرع (أ) بالايجـاب فباى جهـة مـن شبكـة الهدف سترتطـم الكـرة ؟ واذا كـان الجـواب بالنفـي فما هو السـبب ؟
جـ) ما بعد اللاعـب المذكـور عن حامـي الهدف اذا كـان الاخيـر واقفـا فـي منتصـف الهدف تماما ؟
د) ماهـي ابعـاد الهـدف الى اقـرب ديسيمتر ؟ وهـل ان هـذه الابعـاد هي قياسيه أم لا ؟ جـد هـذه الابعـاد بالرسـم لا بالرياضيـات •

س (٤ ، ١ ، ١) متـر
ع (٥ر١ ، ١ ، ١) متر
ف (٥ر١ ، ٥ ، ٨) متر
ص (٤ ، ٥ ، ٨) متـر



شكل (٨٧) مقطع طولي لطريق جبلي

الملحق

١ ـ الوحدات الهندسية .

٢ ـ القوانين والنسب المثلثية .

٣ ـ بعض الثوابت العددية في الرياضيات .

٤ ـ مساحات بعض الاشكال الهندسية .

٥ ـ حجوم بعض الاجسام الهندسية .

٦ ـ المعادلات الهندسية في الحركة والطاقة وغيرها .

٧ ـ رموز المواد الانشائية والصناعية .

١ ــ الوحدات الهندسية

وحدات الطول

ان وحدة الطول القانونية الدولية هي المتر ويساوي ١٦٥٠٧٩٣ر٧٣ طولا للموجة في فضاء الاشعاع الخاص بالانتقال بين مستويات الطاقة 5 d5 , 2 p10 في ذرة الكربتون ٨٦ ٠

١ متر = ١٠ ديسيمترات = ١٠٠ سنتمتر (سم)
١ سم = ١٠ ملمترات (ملم)
١ ملم = ١٠٠٠ مايكرومتر
١ كيلو متر = ١٠٠٠ متر = ١٠٠ ديكامتر = ١٠ هكتومتر

مضاعفات المتر:

١ ميكامتر = ١٠٠٠٠٠٠ متر
١ جيكامتر = ١٠٠٠٠٠٠٠٠٠ متر
١ تيرامتر = ١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠ متر

١ ياردة = ٩١٤٤ر٠ متر = ٣ أقدام = ٣٦ انجا
١ ميل = ١٦٠٩ر٣٤٤ مترا = ١٧٦٠ يازدة

وحدات في الملاحة:

١ ميل بحري دولي = ١٨٥٢ مترا
١ ميل جوي = ١٨٥٢ مترا

وحدات محلية:

ذراع بغدادي = ٥ر٧٤ سم
ذراع حلبي = ٥ر٦٨ سم
قصبة = ١٣٦٩ر٣ مترا

سنة ضوئية = ٤٦٠٥ر٩ × ١٠^١٥ مترا
وحدة فلكية = ٩٤٦٠ر١ × ١٠^١١ مترا
المتر = ٢٨١ر٣ قدم
الميل = ٥٢٨٠ قدما
القدم = ١٢ انجا
الانج = ٥٤ر٢ سم
الميل البحري = ٨٥٥ر١ كيلو متر

وحدات المساحة

١ متر مربع = ١٠٠٠٠ سنتمتر مربع
١ هكتـــار = ١٠٠٠٠ متر مربع
الدونم المصري = ١٠٠٠ متر مربع
الفدان المصري = ٤٢٠١ متر مربع
١ كيلو متر مربع = ١٠٠٠٠٠٠ متر مربع = ١٠٠ هكتار
١ دونم (مشارة) = ٢٥٠٠ متر مربع
١ ياردة مربعة = ٩ أقدام مربعـة

وحدات الحجم

لتر = ١ ديسيمتر مكعب = ١٠٠٠ سنتمتر مكعب
١ متر مكعب = ١٠٠٠ لتر = ١٧ر٢٦٤ غالون اميركي
١ قدم مكعب = ٨ر٣٢ لتر = ٧ر٤٨١ غالون اميركي
١ أنج مكعب = ٠ر٠٠٣٦ غالون انكليزي = ٠ر٠٠٤٣٢ غالون اميركي

وحدات الكتلة

١ غرام = ١٠٠٠ مليغرام
١ كيلوغرام = ١٠٠٠ غرام = ٢ر٢٠٥ پاون
١ پاون = ٦ر٤٥٣ غرام = ٧٠٠٠ حبة
الطن القياسي (الفرنسي) = ١٠٠٠ كيلو غرام = ٢٢٠٥ پاون
الطن الصغير (الاميركي) = ٢٠٠٠ پاون
الطن الكبير (البريطاني) = ٢٢٤٠ پاون

٢ ـ القوانين والنسب المثلثية

النسب المثلثيـة

لو اخذنا مثلثا قائم الزاوية وكان احد ضلعيه المتعامدين شـاقوليا والآخر أفقيا ، ودعونا الزاويـة المحصورة بـين الضلع الافقي والوتر

(الزاوية أ) فان الضلع الافقي المذكور هو الضلع المجاور للزاويـة أ ، والضلع الشاقولي (العمودي عليه) هو الضلع المقابل للزاوية أ .

المقابل
جيب الزاوية أ ويرمز له حا أ = ـــــ ومقلوبه قاطع تمام الزاويه
الوتر

المجاور
ظل الزاوية أ ويرمز له ظا أ = ـــــ ومقلوبة ظل تمام الزاوية
الوتر

المقابل
جيب تمام الزاوية أ ويرمز له حتا أ = ـــــ ومقلوبه قاطع الزاوية أ
المجاور

جدول النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة

الزاويـة بالدرجات	جيب الزاوية	جيب تمام الزاويـة	ظل الزاوية
صفر	٠ر٠٠٠٠	١ر٠٠٠٠	٠ر٠٠٠٠
١	٠ر٠١٧٥	٠ر٩٩٩٨	٠ر٠١٧٥
٢	٠ر٠٣٤٩	٠ر٩٩٩٤	٠ر٠٣٤٩
٥	٠ر٠٨٧٢	٠ر٩٩٦٢	٠ر٠٨٧٥
١٥	٠ر٢٥٨٨	٠ر٩٦٥٠	٠ر٢٦٧٩
٣٠	٠ر٥٠٠٠	٠ر٨٦٦٠	٠ر٥٧٧٤
٤٥	٠ر٧٠٧١	٠ر٧٠٧١	١ر٠٠٠٠
٦٠	٠ر٨٦٦٠	٠ر٥٠٠٠	١ر٧٣٢١
٧٥	٠ر٩٦٥٩	٠ر٢٥٨٨	٢ر٧٣٢١
٨٥	٠ر٩٩٦٢	٠ر٠٨٧٢	١١ر٤٣٠١
٨٨	٠ر٩٩٩٤	٠ر٠٣٤٩	٢٨ر٦٣٦٣
٨٩	٠ر٩٩٩٨	٠ر٠١٧٥	٥٧ر٢٩٠٠
٩٠	١ر٠٠٠٠	٠ر٠٠٠٠	لا نهايـة

العلاقة بين النسب المثلثية

حا٢ + حتا٢ أ = ١

حا٢ أ = ٢ حا أ حتا ب

حا٣ أ = ٣ حا أ ــ ٤ حا٣ أ

ظا أ = حا أ / حتا أ

ظا٢ أ = قا٢ أ ــ ١

ظا٢ أ = ٢ ظا أ/٢ــ ظا٢ أ

قانون جيوب التمام :

أ٢ = ب٢ + حـ٢ ــ ٢ ب حـ حتا أ

(حيث ان أ ، ب ، حـ هي الاضلاع الثلاثة لمثلث ، والزاوية أ هي الزاوية المقابلة للضلع أ) .

قانون الجيوب :

حا أ	حا ب	حا جـ
الضلع(أ)	(ب)	(حـ)

(حيث أن حا أ ، حا ب ، حا حـ هي جيوب الزوايا الثلاث لمثلث، والاضلاع المقابلة لهذه الزوايا هي علــى التوالي (أ) ، (ب) ، (حـ)

٣ ــ بعض الثوابت العددية

الجذور التربيعية للاعداد

العدد	الجذر التربيعي
١	١
٢	١ر٤١٤٢
٣	١ر٧٣٢١
٥	٢ر٢٣٦١
٦	٢ر٤٤٩٥
٧	٢ر٦٤٥٨
١٠	٣ر١٦٢٣

النسبة الثابتة

$$ط = \frac{٢٢}{٧} = ٣٫١٤١٦$$

$$ط^٢ = ٩٫٨٦٩٦$$

$$\frac{١}{ط} = ٠٫٣١٨٣$$

الزاوية المركزية للدائرة = ٣٦٠ درجة = ٢ ط زاوية قطرية
زاوية قطرية واحدة = ٨٫٤٤″ ١٧′ ٥٧° = ٣٫٥٧ درجة

لوغاريتمات بعض الاعداد (لو)

لوغاريتم ١ = صفر
لوغاريتم ١٠ = ١
لوغاريتم ١٠٠ = ٢
لوغاريتم ١٠٠٠ = ٣

لوغاريتمات الاعداد من ٢ الى ٩

العدد	اللوغاريتم
٢	٠٫٣٠١٠
٣	٠٫٤٧٧١
٤	٠٫٦٠٢١
٥	٠٫٦٩٩٠
٦	٠٫٧٧٨٢
٧	٠٫٨٤٥١
٨	٠٫٩٠٣١
٩	٠٫٩٥٤٢

معادلات في اللوغارتمات

$$\text{لو}\,(\text{أ ب}) = \text{لو أ} + \text{لو ب}$$

$$\text{لو}\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right) = \text{لو أ} - \text{لو ب}$$

$$\text{لو أ}^{\text{ن}} = \text{ن لو أ}$$

الماء ودرجات الحرارة

يزن اللتر الواحـد مـن الماء النقي في درجـة حرارة ٤ مئوي (٣٩٫٢ فهرنهايت) كيلو غراما واحدا .

$$\text{درجة ف} = \frac{9}{5}\ \text{الدرجة المئوية} + 32$$

$$\text{درجة م} = \frac{5}{9}\ (\text{الدرجة الفهرنهايتية} - 32)$$

٤ ــ مساحات بعض الاشكال الهندسية

مساحة شبه المنحرف = نصف مجموع قاعدتيه × ارتفاعه

مساحة المثلث = نصف القاعدة × الارتفاع

او = جذر م (م ــ أ) (م ــ ب) (م ــ حـ)

حيث ان م هي نصف مجمـوع الاضـلاع الثلاثـة أ ، ب ، حـ .

$$\text{مساحة المثلث متساوي الساقين} = \frac{1}{4}\ \text{جذر}\ \frac{3}{4} \times \text{مربع الضلع}$$

مساحة المسدس المنتظم = $\frac{٣ \text{ جذر } ٣}{٢}$ × مربع الضلع

مساحة قطاع الدائرة = مربع نصف القطر × $\frac{٢٢}{٧}$ × $\frac{ز}{٣٦٠}$

حيث ان (ز) هي الزاوية المركزية للقطـاع بالدرجـات •

مساحة الدائرة = مربع نصف القطر × النسبة الثابتة (ط)

مساحة القطع الناقص = المحور الكبير × المحور الصغير ×ط/٤

المساحة الجانبية للمكعب = ٤ × مربع طول الضلع

المساحة الجانبية للمنشور المنتظم القائم = محيط قاعدته × ارتفاعه

المساحة الجانبية للاسـطوانة = محيط دائرة القاعدة × ارتفـاع الاسطوانة

المساحة الجانبية للهرم = مجموع مساحات اوجه الهرم

المساحة الجانبية للهرم الناقص القائم = مجموع محيطي القاعدتين × نصف الارتفاع الجانبي

المساحة الجانبية للمخروط الدائري القائم = ½محيط القاعدة × طول المولد

المساحة الجانبية للخروط الناقص القائم = مجموع محيطي القاعدتين × نصف طول المولد

سطح الكرة = ٤ × مربع القطر × ط

٥ ــ حجوم بعض الاجسام الهندسية

حجم المكعب = مكعب طول الضلع

حجم المنشور المنتظم = مساحة قاعدته × الارتفاع

حجم الاسطوانة الدائرية القائمة = مساحة القاعدة×ارتفاع الاسطوانة

حجم الهرم المنتظم = $\frac{١}{٣}$ مساحة القاعدة × الارتفاع

حجم المخروط = ⅓ مساحة القاعدة × الارتفاع

حجم الهرم الناقص = (س١ + س٢ + جذر س١ س٢) × ثلث الارتفاع (علما بأن س١ ، س٢ هما مساحتا القاعدتين)

حجم المخروط الناقص = (س١ + س٢ + جذر س١ س٢) × ثلث الارتفاع (علما بأن س١ ، س٢ هما مساحتا القاعدتين)

حجم الكرة = ٤/٣ مكعب نصف القطر × ط

حجم متوازي المستطيلات = مساحة القاعدة × الارتفاع

او = حاصل ضرب اضلاعه الثلاثة

قطر متوازي المستطيلات = جذر (أ٢ + ب٢ + ع٢)

اذا كان أ ، ب ، ع هي طول الجسم وعرضه وارتفاعه على التوالي

٦ ــ المعادلات الهندسية

١ ــ معادلات الحركة

$$S = (V1 + V2)\ t/2$$
$$a = (V2 - V1)\ /t$$
$$S = V1t + at^{2}/2$$

حيث ان S هي المسافة ، t هي الزمن ، V1 هي السرعة الاولية ، V2 هي السرعة النهائية ، a التعجيل .

٢ ــ معادلات الحركة الزاوية

$$O = (w1 + w2)\ t/2$$
$$a \quad (w2 - w1)\ t$$
$$D = w1t + at^{2}/2$$

حيث ان O (ثيتا) هي المسافة الزاوية بالزوايا النصف قطرية ، w1 هي السرعة الاولية ، w2 هي السرعة .

النهائية ووحداتهما بالزوايا النصف قطرية بالثانية او دورة بالدقيقــة ·

a (الفــا) هي التعجيل الزاوي بالزوايا نصف قطرية / ثانيــة بالثانيــة ·

٣ ـ معادلات الشغل والقدرة

$$W = F d$$

$$\text{Average Power} = \frac{w}{t}$$

1 horsepower 500 ft - 1b./sec.

حيث ان (W) تمثـــل الشــغل ، (F) القــوة ، (d) المسافة ، (t) الزمن ·

٤ ـ معادلات الطاقة الحركية

$$K. E = WV^2 /2g$$

حيث ان (K. E) هي الطاقة الحركية ، (W) هي الوزن (V) هي الســـرعة ، (g) هي التعجيل الارضــي وتساوي ٣٢٫٢ قدم/ثا/ثا ·

٥ ـ معادلة القوة والتعجيل

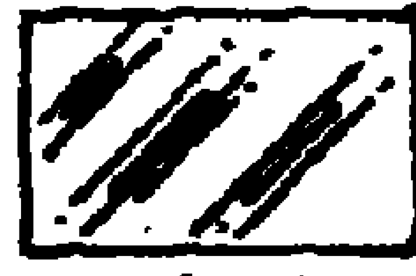
$$M = F—a = W/g$$

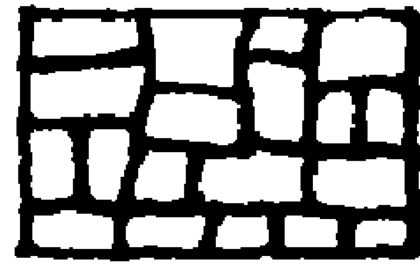
(W) الوزن ، (g) التعجيل الارضي ·

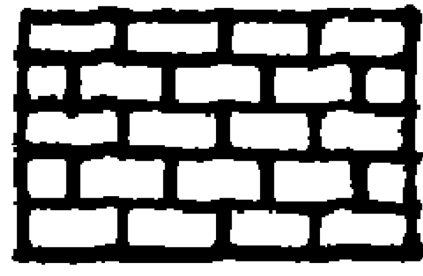
- رموز المواد -

١- الوجه الخارجي

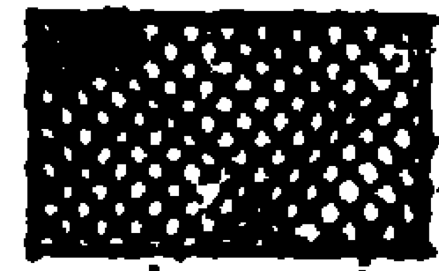

خشب


مواد شفافة


حجارة

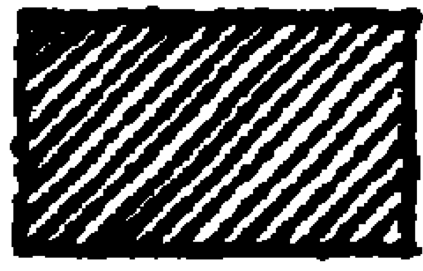

طابوق

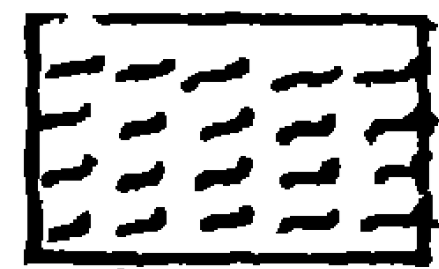
٢- المقطع

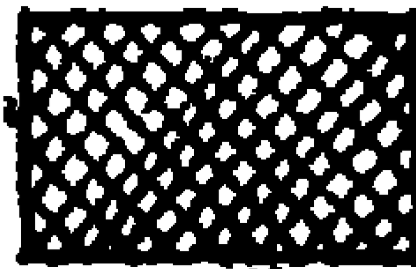

حاجز رطوبة وسباكة


زنك نحاس ومركبات

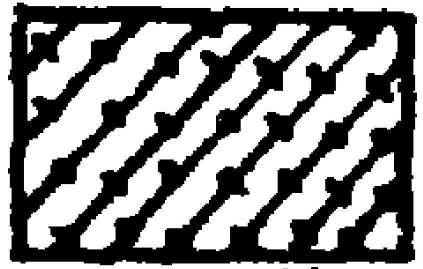

فولاذ

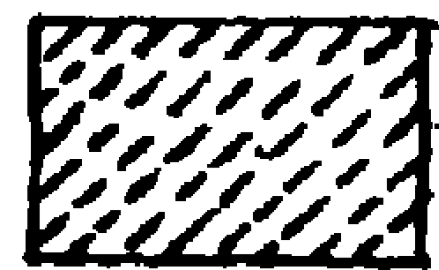

حديد صب

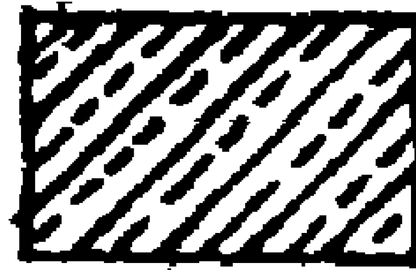

مواد مطاطية

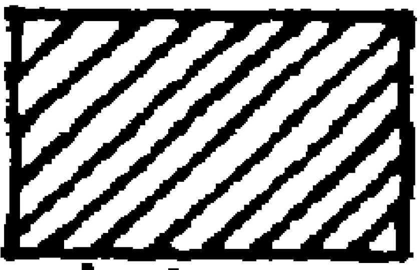

عازل للحرارة او الصوت

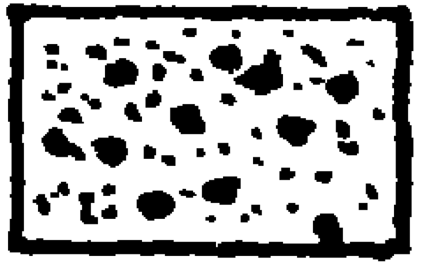

عازل كهربائي


[illegible]


رخام زجاج خزف


طابوق ناري

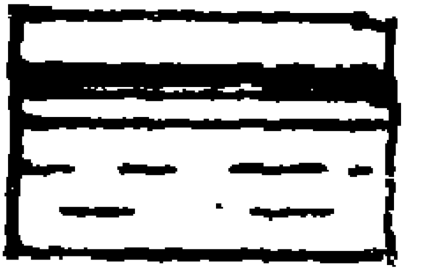

اعمال حجارة وطابوق


خرسانة


ارض


صخر


رمل


ماء وسوائل

شكل (٨٨)

معجم الكلمات العلمية في الهندسة الوصفية

من العربية الى الانكليزية

اتجاه الطبقة الصخرية	Strike
أثـــر	Trace
اجهـــاد	Stress
استنتاج	Conclucion
اسطوانة	Cylinder
اسقاط	Projection
اسقاط ايزومتري « ذو المقياس الواحد »	Isometric Projection
اسقاط عمودي	Orthographic Projection
اسقاط مركزي ـ منظور	Perspective Projection
اشارة . ترقيم	Notation
اشعة اسقاطية	Projectors
اشكال هندسية	Geometrical Shapes
افق (افقي)	Horizon (Horizontal)
امتداد	Extension
انحدار	Slepe
بسيط	Simple
برهان	Proof
بروز	Outcrop
بعد	Dimension
بؤرة	Focus
بؤر (جمع بؤرة)	Focii
تحليل . تجزئة . فسخ	Resolution
تخطيطي (ترسيمي)	Graphical
تسوية	Levelling
تعامد	Perpendicularity
تعدين	Mining
تعويض	Substitution
تمثيل (تقديم)	Represntation
تمثيل تصويري	Pictorial representation

Third	ثالث (ثلث)
Tripple	ثلاث مرات
Tripod	ثلاثة الارجل . وكيزة بثلاث قوائم
Eighth	ثمن
Profile	جانبي
Mountain	جبل
Solid	جسم . مجسم
Answer	جواب
Edge View	حافة
Special Case	حالة خاصة
Volume	حجم
Motion	حركة
Solution	حل
Spiral	حلزوني
Circular	حلقي (دائر)
Map	خارطة
Topographic Map	خارطة طوبوغرافية
Ground Line	خط الارض
Line of Intersetion	خط التقاطع
Ridge Line	خط القمة
Valley Line	خط الوادي
Straight Line	خط مستقيم
Principle Lines	خطوط اساسية (رئيسية)
Secondary Lines	خطوط ثانوية
Contour Lines	خطوط كنتورية
Auxiliary Lines	خطوط مساعدة
Circle	دائرة
Great Circle	دائرة عظمى
Guide	دليل (مرشد)
Concentric Circles	دوائر متحدة المركز
Revolution	دوران
Peak	ذروة
Apex	رأس المخروط او الهرم
Quarter	ربع
Drawing	رسم

Development of Surfaces	فتح السطوح (افرادها او بسطها)
Idea	فكرة
Boom	قارية . عمود
Base	قاعدة (ملمثلث مثلا)
Rule	قاعدة (نظام)
Sector	قطاع
Diameter	قطر (الدائرة)
Diagonal	قطر (المضلع)
Pole	قطب . شاخص المهندس
Hyperbola	قطع زائد
Parabola	قطع مكافيء
Ellipse	قطع ناقص
Segment	قطعة (من دائرة)
Crest	قمة
Arc	قوس
Complete	كامل
Sphere	كرة
Spherical	كروي (كري)
Scalar Quantities	كميات مقيسة
Vector Quantities	كميات متجهة
Infinity	لا نهاية
Core	لب
Graded	متدرج (مدرج)
Neutral	متعادل ــ محايد
Parallelogram	متوازي اضلاع
Triangle	مثلث
Equilateral Triangle	مثلث متساوي الاضلاع
Isosceles Triangle	مثلث متساوي الساقين
Triangular	مثلثي ــ ثلاثي الاضلاع
Adjacent	مجاور
Resultant	محصلة
Locus	محل هندسي
Axis	محور
Minor Axis	محور صغير
Major Axis	محور كبير

Numerical	رقمي
Symbol	رمز
Angle	زاوية
Acute Angle	زاوية حادة
Right Angle	زاوية قائمة
Obtuse Angle	زاوية منفرجة
Negative	سالب
Basic (Main) Reason	سبب رئيسي (جوهري)
Surface	سطح
Plane Surface	سطح مستو
Warped Surface	سطح ملفوف (معوج)
Curved Surface	سطح منحن (مقوس)
Plain	سهل (منبسط)
Vertical	شاقولي (قائم)
Trapezoid	شبه منحرف
Tension	شد . توتر
Shape	شكل
True Shape	شكل حقيقي
Mast	صاري (المركب) جوزة
Side	ضلع
Compression	ضغط . كبس
Within	ضمن
Vein	طبقة صخرية
Outcrop	طبقة صخرية بارزة
Topographic	طوبوغرافي
Length	طول
True Length	طول حقيقي
Long	طويل
Shade	ظل
Beam	عتبة . كمرة . جسر
Height	علو ــ ارتفاع
Practical	عملي
Perpendicular	عمودي
Nonintersecting	غير متقاطعة
Irregular	غير منتظم

Axes	محاور ـ جمع محور
Perimeter-Circumierence	محيط
Cone	مخروط
Truncated Cone	مخروط مقطوع ـ ناقص
Pentagon	مخمس
Visibility	مدى الرؤية
Data	مدلولات ـ معلومات اولية
Square	مربع
Datum	مرجع ـ مستوى النسبة
Component	مركبة (بكسر الكاف)
Centre	مركز
Area	مساحة
Surface Area	مساحة سطحية
Distance	مسافة
Rectangle	مستطيل
Straigst	مستقيم
Vertical Line	مستقيم شاقولي
Oblique Line	مستقيم في الفراغ ـ كيفما اتفق ـ
Inclined Line	مستقيم مائل
Folding Lines	مستقيمات الطي
Perpendicular Lines	مستقيمات متعامدة
Plane	مستو
Primary Plane	مستو اولي
Secondary Plane	مستو ثانوي
Auxiliary Plane	مستو مساعد
Reference Plane	مستوى المرجع
Coinclding Planes	مستويات متطابقة
Perpendicular Planes	مستويات متعامدة
Intersecting Planes	مستويات متقاطعة
Parallel Planes	مستويات متوازية
Grid Survey	مسح شبكي ـ تضليعي
Hexagon	مسدسي
View	مسقط ـ منظر ـ مشهد
Horizontal (Top) view	مسقط افقي ـ اعلى
Profile (side) view	مسقط جانبي

Elevation (view)	مسقط شاقولي
Frontal view	مسقط وجهي
Common	مشترك
Reference	مصدر
Polygon	مضلع
Funicular Polygon ·	مضلع مشدود . مضلع الدوران
Crossing	معبر ــ عبور ــ تقاطع
Section	مقطع
Conic Sections	مقاطع مخروطية
Tangent	مماس
Regular	منتظم
Trapezium	منحرف
Curve	منحن ــ قوس
Prism	منشور
Bisector	منصف
Positive	موجب
Directrix	موجه (في القطع المكافىء)
Element	مولد ــ راسم
Dip	ميل في الطبقة الصخرية
Result	نتيجة
Radius	نصف قطر
Radii	انصاف اقطار
Theoretical	نظري
Theory	نظرية
Point	نقطة
Extreme Point	نقطة متطرفة
Piercing Point	نقطة اختراق
Origin	نقطة الاصل
Point of Intersection	نقطة تقاطع
Pyramid	هرم
Civil Engineering	هندسة مدنية
Descriptive Ceometry	هندسة وصفية
Elevation	واجهة ــ ارتفاع
Chord	وتر (في دائرة)
String	وتر : خيط . شعاع

Frontal	وجهي
Description	وصف
Prove	يبرهن
Replace	يحل محل ـ يزيح
Project	يسقط
Describe	يصف
Transfer	نقل ـ الابعاد

مصـــادر الكتــاب

١ ـ المصادر العربية

١ ـ علم الهندسة الوصفية ـ الجزء الاول ـ دكتور علي حسن محمـد وحسن عبد الواحد

٢ ـ علم الهندسة الوصفية ـ الجزء الثاني ـ دكتور علي حسن محمـد وحسن عبد الواحد

٣ ـ هندسة وصفية ـ الجزء الاول ـ توفيق قسطندي ورشدي طوسون

٤ ـ هندسة وصفية ـ الجزء الثاني ـ توفيق قسطندي بالاشتراك مع عبد المنعم فهمي وحسن رضوان ، حسن عبد الواحد

٥ ـ كتاب الهندسة الوصفية نصيف سفيد وحسن رفعت

٦ ـ الهندسة الوصفية
(الاسقاط العمودي على مستويين) ابراهيم احمد عثمان

٧ ـ مبادىء الهندسة الاسقاطية راغب اسكندر

٨ ـ الهندسة الوصفية ـ دكتور علي مصطفى شرفة ، محمـد الهامي الكردالي

٩ ـ نشرة المواصفات والمقاييس العراقية ٢

المصـــادر الاجنبية

10 - Practical Descriptive Geometry by Hiram E. Grant

11 - Geometry of Engineering Drawing by George J. Hood Albere S. Palmerlee

12 - Theory and Problems of Descriptive Geometry. by.: M. C. Hak

13 - Descriptive Geometry, by :-J. H. Earle

14 - Engineering Drawing, by : Frank Zozzora

جدول الخطا والصواب

الصفحة	السطر	الخطأ	الصواب
٣	١٩	ذو	ذا
٥	٢	نفـاذ	نفاد
٩	٢٤	Gasprd	Gaspard
١١	١٢	وطود	وجود
١٢	٣	آثر	أثر
١٣	٧	لمستويي	لمستوي
١٤	١٩	المتوازنة	المتوازية
١٨	٩	الخوارط	خوارط
٢٠	٤	موضوع	موضع
٢١	١	مستوى	مستويي
٢٤	١٤	الاسفاط	الاسقاط
٢٤	٢٣	ان	بأن
٢٨	٢٧	الثلاثة	الثلاث
٣٦	٨	يس	ليس
٣٨	٣	لشكل (٧ب)	الشكل (٨ ب)
٤٧	٢٤	نقطة	نقطة تقاطعهما
٥٥	١٥	المسألة	المسألة)
٦٠	٧	ومستقيم	هو مستقيم
٦٢	١٠	مستقيم	مستقيمي
٦٧	٨	مستو	مستوى
٨٢	١١	عللى	على
٨٣	٤	رالمستقيم	والمستقيم
٨٣	١١	وآقارها	وآثارها
٩٦	٢٠	مستوي	بمستو
٩٥	٢١	٩٥	٩٦
٩٦	٢٣	٩٦	٩٥
١٠١	١	لانه	لان
١٠١	٢٣	فاذا	....
١٠٩	٥	الرسم	بالرسم
١١١	١٦	يمر بمر مركز	يمر بمركز

الصفحة	السطر	الخطأ	الصواب
١١٢	٢٢	إلمحني	المنحني
١١٤	٢	ثات	ثابت
١١٤	٢	الدوران	محور الدوران
١٢١	٢	وفي الحالة	وفي هذه الحالة
١٢٦	٦	واطوال	واطول
١٣٠	١	راس	راسم
١٣٠	٨	المخروط	المخروطي
١٣١	٢٣	نكون	تكون
١٣٢	١٢	الرئيسية	الرئيسة
١٣٣	٢٥	نقطة ن	نقطة أ
١٣٥	١	مسقط ن	مسقط أ
١٣٥	٢	بالنقطة ن	بالنقطة هـ
١٣٥	٤	لنقطة ن	لنقطة هـ
١٤٠	١٠	الاسطوانة	أسطوانة
١٤٣	١٣	الموضوحة	الموضحة
١٤٤	١٣	ي ل أ ك	ي أ ل ك
١٤٤	١٧	مستو	مستوي
١٤٨	٥	أتجاه	باتجاه
١٥٠	١٨	المخر ط	مخروط
١٥٢	٩	جزء	وجزء
١٥٤	١	فتح السطو	فتح (افراد) السطوح
١٥٩	٩	٤٥ درجة	٤٤ درجة
١٥٩	١٢	ش ٦٠	ش ٦٣
١٦٣	٢	متغيرتين	متعيرين
١٦٤	١٤	لكبيرة	الكبيرة
١٦٤	١٩	عنه ، صحيحة	عنه صحيحه
١٦٥	٤	سم	ثم
١٧٠	٤	لمتجهة	المتجهة
١٧١	٧	المنطقة	النقطة
١٧١	٢٢	متجهين	منجهتين
١٧٤	١٥	بدعى	يدعى
١٧٥	٩	مسو	مستو
١٧٥	١٥	مقدار للمحصلة التي	مقدار المحصلة الذي
١٧٦	٤	ن ، هـ	ن هـ
٢٠٢	٤	ارتفاع متر	ارتفاع ١٧٥ مترا

ثبت الكتاب

الموضوع	الصفحة
الفصل السابع ـ المستويات المساعدة او الاضافية	٩١
المستويات المساعدة الاولية	٩٢
تمارين على المستويات المساعدة الاولية	٩٦
المستويات المساعدة الثانوية	٩٨
تمارين على المستويات المساعدة الثانوية	١٠٧
الفصل الثامن ـ الخطوط والمنحنيات والسطوح	١١٠
تمارين على الخطوط والمنحنيات والسطوح	١١٤
الفصل التاسع ـ الاجسام الهندسية	١١٥
القسم الاول - كثيرات السطوح المستوية	١١٥
تمارين على القسم الاول من الاجسام الهندسية	١٢٥
القسم الثاني - الأسطوانة والمخروط والكرة	١٢٩
تمارين على القسم الثاني من الاجسام الهندسية	١٤٠
الفصل العاشر ـ افراد السطوح	١٤٢
تمارين على فتح (افراد) السطوح	١٥٤
الفصل الحادي عشر ـ الخوارط الطوبوغرافية والخطوط البيانية	١٥٥
تمارين على الخوارط الطوبوغرافية والخطوط البيانية	١٦٧
الفصل الثاني عشر ـ هندسة المتجهات	١٧٠
تمارين على الفصل الثاني عشر	١٨٣
تمارين عامة	١٨٧
تمارين تطبيقية	١٩٨
الملحق	٢٠٧
معجم الكلمات العلمية في الهندسة الوصفية من العربية الى الانكليزية	٢١٨
مصادر الكتاب	٢٢٥
جدول الخطأ والصواب	٢٢٦
ثبت الكتاب	٢٢٨

للمؤلف الكتب والبحوث الاتية :

Seepage of Water Through Earth Storage Dams — 1956

٢ – الهندسة الوصفية :	الطبعة الاولى	١٩٦٣
	الطبعة الثانية	١٩٦٦
	الطبعة الثالثة المنقحة	١٩٧٢
	الطبعة الرابعة المنقحة	١٩٧٥
٣ – التخمين والمواصفات :	الطبعة الاولى	١٩٦٧
	الطبعة الثانية المنقحة	١٩٧٠
	الطبعة الثالثة المنقحة	١٩٧٧

٤ – مدى صلاحية التربة للاستعمال في سدود الخز ن الترابية ١٩٦٥

٥ – الطرق البنائية الملائمة المتبعة فى مدينة الموصل ١٩٦٧

٦ – العلاقة بين الجريان السنوي والامطار في حوض نهر العظيم ١٩٦٨

٧ – الضبط المهني في شريعة حمورابي والشرائع التي سبقته ١٩٧٠

٨ – التبخر في العراق وضياع ثروتنا المائيه به ١٩٧١

9- Hydrographs of Udnaim River at Injana — 1971

١٠ – علاقة الامطار بالارتفاع وخطوط العرض في العراق ١٩٧٢

١١ – اقتراح لانشاء سدود خزن ترابية في الصحراء الغربية بالعراق ١٩٧٢

12- Hor El Huwaiza for Navigation, Flood Control and Other Exploitation in Regard to the Actual Needs 1974

١٣ – تغير معامل الجريان خلال أشهر السنة في نهر العظيم ١٩٧٥

١٤ – دراسة العناصر الهيدرومترولوجية وتأثيرها على العواصف الرملية في العراق ١٩٧٧

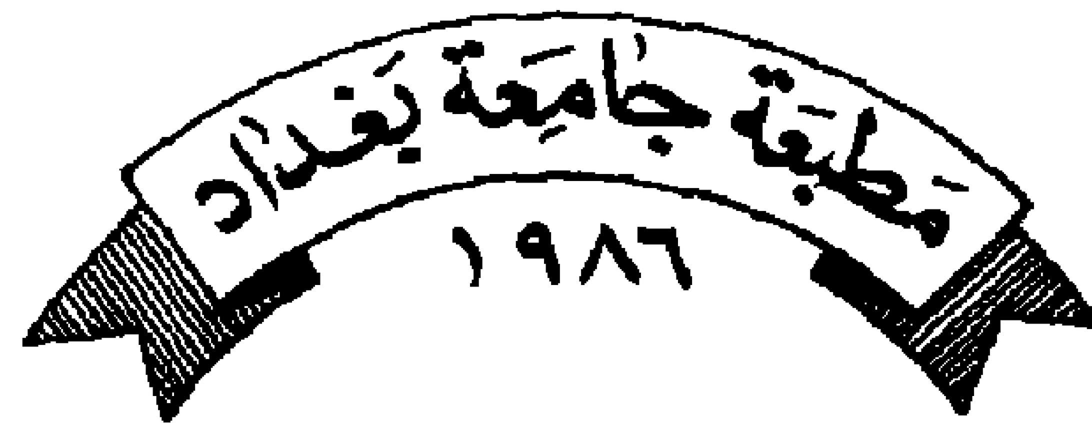
١٥ – دراسة هيدرولوجية لحوض نهر الثرثار وامكانية الاستفادة من مياهه لاعمار منطقة الجزيرة . ١٩٧٧

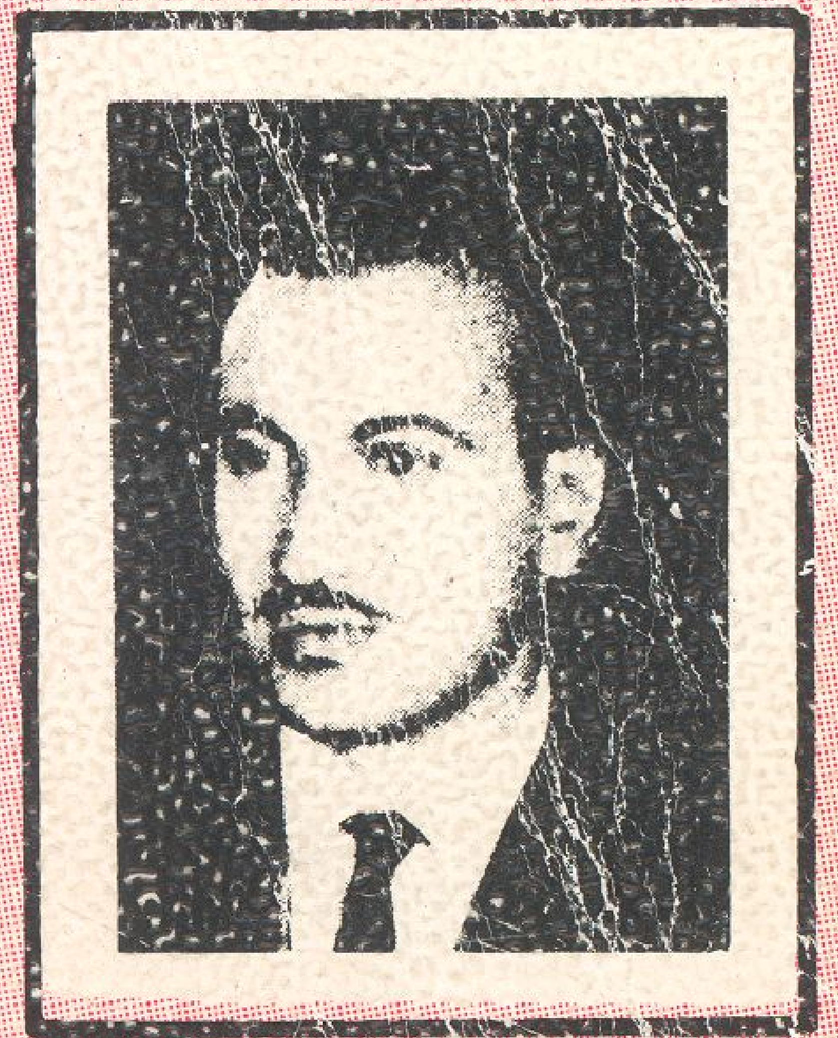
١٦ تنمية الموارد المائية في الجمهورية العربية اليمنية ١٩٧٨

لقد شارك المولف فى عدة ندوات ومؤتمرات علمية وهندسية عراقيـــــة وعربية وعالمية

رقم الايداع في المكتبة الوطنية ببغداد ١٨١٠ لسنة ١٩٧٩







المؤلف :

- مدحت فضيل فتح الله
- تخرج من كلية الهندسة سنة ١٩٥٢
- حصل على شهادة الماجستير في الهندسة المدنية من جامعة دلوير الامريكية سنة ١٩٥٦
- عين مدرساً في كلية الهندسة في تشرين الاول سنة ١٩٥٦
- رقي الى مرتبة استاذ مساعد في حزيران سنة ١٩٦٣
- رقي الى استاذ مشارك في كانون الثاني سنة ١٩٦٩
- التحق بوزارة الري في ايار سنة ١٩٧٨
- حاضر في الجامعات التالية :
  جامعة الموصل
  جامعة السليمانية
  جامعة الحكمة
  الكلية الفنية العسكرية

سعر النسخة الواحدة
١٫١٠٠ دينار



مطبعة جامعة بغداد
١٩٨٦